УДК 517.51

А.У. Бимендина, доц., канд. физ.-мат. наук
(Карагандинский государственный университет им. Е.А. Букетова, г. Караганда)

УСЛОВИЯ ВЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ ЛОРЕНЦА И БЕСОВА

Теория функциональных пространств является мощным методом решения основных задач теории приближений, теории рядов Фурье и других задач функционального анализа. Многие свойства функций изучаются с использованием функций разложение в ряды Фурье по различным ортогональным системам.

В настоящей работерассматриваются ряды Фурье-Прайса в пространстве Лоренца$L_{q\tau}[0,1]$, $1<p<+\infty$, $1<\tau<+\infty$ и в пространстве Бесова $B^r_{p\theta}[0,1]$, $1<p<+\infty$, $1<\theta<+\infty$, $r>0$ с базисом Прайса. Обсуждаются условия вложения для различных метрик классов функций пространств Лоренца и Бесова.

Пусть $\{\varphi_k(x)\}_{k=0}^{+\infty}$, $x\in[0,1]$ – мультипликативная система Прайса [1] и $L_p[0,1]$, $1<p<+\infty$ пространство Лебега [2].

Рядом Фурье-Прайса функции $f\in L[0,1]$ назовем ряд $\sum\limits_{k=0}^{+\infty}a_k\varphi_k(x)$, где $a_k=\int\limits_0^1 f(x)\varphi_k(x)dx$ – называется коэффициентом Фурье-Прайса функции $f(x)$ на базе системы Прайса. Через $T_n(x)=\sum\limits_{k=0}^{n-1}a_k\varphi_k(x)$ обозначим линейный агрегат по мультипликативной системе Прайса порядка не выше, чем $(k-1)$.

Наилучшее приближение функции $f\in L[0,1]$ по линейным агрегатом мультипликативной системы Прайса определяется следующим образом:

$$E_n(f)_p=\inf\left\{\|f-T_l\|_p:\{T_l(x)\},\quad l\le n\right\}.$$

Определение пространства Лоренца[3]**:**Пусть $1\le p\le+\infty, 1\le\theta\le+\infty$.

Будем говорить, что функция $f(x)$ принадлежит пространству Лоренца $L_{p\theta}([0,1])$, если $\|f\|_{p\theta}=\left\{\int\limits_0^1 t^{\frac{\theta}{p}-1}\left[f^*(t)\right]^\theta dt\right\}^{\frac{1}{\theta}}<+\infty$, при

$1 \le p < +\infty, 1 \le \theta < +\infty$ и $\|f\|_{p\infty} = \sup_{t>0} t^{\frac{1}{p}} f^*(t) < +\infty$ при $1 \le p < +\infty, \theta = +\infty$.

В случае $\theta = p$ пространство Лоренца $L_{p\theta}([0,1])$ совпадает с пространством Лебега $L_p([0,1])$.

Определение пространства Бесова [4]**:**Пусть $1 \le p \le +\infty$, $1 \le \theta \le +\infty$ и $r > 0$.Будем говорить, что $f \in B^r_{p\theta}[0,1]$,

а) если $f \in L_p[0,1]$

б) $\left\| f\, ; B^r_{p\theta}[0,1] \right\| = \|f\|_p + \left\{ \sum_{k=0}^{+\infty} 2^{k\theta r} \cdot E^{\theta}_{2^r}(f)_p \right\}^{\frac{1}{\theta}} < +\infty$,

где $\left\| f\, ; B^r_{p\theta}[0,1] \right\|$является нормой пространства Бесова.

Основным результатом настоящей работы является следующее:

Теорема. Пусть $1 < p < q < +\infty$, $1 < \tau < +\infty$, $1 < \theta < +\infty$ и $f \in B^r_{p\theta}[0,1]$. $f \sim \sum_{k=0}^{+\infty} a_k \varphi_k(x)$ – ряд Фурье-Прайса функции f и

$$\Delta_{2^k}(f;x) = T_{2^k}(f) - T_{2^{k-1}}(f) = \sum_{\nu=2^{k-1}}^{2^k-1} a_\nu \varphi_\nu(x), k \in \mathbf{Z}^+.$$

Если при $r > \frac{1}{p} - \frac{1}{q} > 0$ ряд $\sum_{k=0}^{+\infty} 2^{kr\theta} \left\| \Delta_{2^k}(f) \right\|_p^{\theta}$сходится, то $f \in L_{q\tau}[0,1]$, где $1 < p < q < +\infty$, $1 < \tau < +\infty$, $1 < \theta < +\infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша.- М: Наука, 1987. - 344 с.
2. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. –М. 1961. -937 с.
3. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на Евклидовых пространствах, Мир, М., 1974.
4. Бесов О. В. Исследование одного семейства функциональных пространств в связи с теоремами вложения и продолжения// Труды матем. ин-та. им. В.А. Стеклова. Сб. ст. – Москва., 1961. – Т. 60. – С. 42-81.