$$R_\eta(B;\lambda)f=\left[\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{\lambda^{k-1}}B^kP_0f+\sum_{k=-1}^{-\infty}\frac{1}{\lambda^{k-1}}B^k(I-P_0)f\right]+\frac{\Phi_\lambda(f)}{P_{m\eta}(\lambda)}\omega,$$

$$\Phi_\lambda(f)=\sum_{k=0}^{m-1}\left[\sum\nolimits_{i=0}^{m-k-1}\frac{\lambda^i\eta_{i+1}}{\prod_{j=0}^{i-1}a(j)}\right]f(k).$$

Согласно сказанному выше, если $P_{m\eta}(\lambda)\neq 0.$ при $|\lambda|=1$, то в окрестности единичной окружности правосторонняя резольвента задаётся в виде операторного ряда Лорана

$$R_\eta(B;\lambda)=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{\lambda^k}B^{k+1}P+\sum_{k=-1}^{-\infty}\frac{1}{\lambda^{k+1}}B^{k+1}(I-P).$$

Явный вид оператора P найден для некоторых конкретных примеров подпространств L_η, в этих примерах оператор P имеет вид $P=P_0+\psi$, где ψ есть некоторый оператор ранга 1.

УДК 517.9

М.Х. Мазель, канд. физ.-мат.наук; О.И. Пиндрик, канд. физ.-мат.наук
(БГУ, г. Минск)

НЕКОТОРЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВ АЛГЕБРЫ ОБОБЩЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Исследование свойств линейных операторов является одной из важнейших задач функционального анализа. Как известно, многие хорошо изученные свойства линейных ограниченных операторов нельзя обобщить на множество всех линейных отображений из одного нормированного пространства в другое. Это относится, в частности, к теореме о равномерной непрерывности и о непустоте спектра. В связи с этим возникают трудности при решении задач, которые могут быть описаны с помощью неограниченных операторов. Эти проблемы так же, как проблема введения ассоциативного умножения на множестве распределений, привели к возникновению новых теорий. В частности, была построена алгебра обобщенных операторов, свойства которой аналогичны свойствам алгебр линейных ограниченных операторов.

Алгебра обобщенных операторов определяется как множество классов эквивалентности последовательностей линейных ограниченных операторов. Для задания такой алгебры необходимо введение понятия обобщенного числа, а также обобщенного нормированного пространства. (Аккуратное определение обобщенного оператора, множества обобщенных комплексных чисел и обобщенного нормированного пространства вводится в работе [4]). При определении такой алгебры возникает вопрос о вложении неограниченных операторов в новую алгебру обобщенных операторов.

Если для некоторого неограниченного оператора A существует последовательность (A_n), сильно сходящаяся к A и являющаяся элементом алгебры $G_m(A)$, оператор A вкладывается в алгебру обобщенных операторов как класс эквивалентности сходящейся к ней последовательности. При этом каждому такому оператору соответствует множество обобщенных операторов.

Топологии на введенных алгебрах обобщенных чисел и обобщенных операторов вводятся с помощью систем открытых шаров (которые, в свою очередь, определяются с помощью положительных обобщенных чисел). Заданные таким образом топологии обладают свойствами, аналогичными свойствам топологии в классических пространствах. При этом оказываются справедливыми следующие теоремы:

Теорема 1. Алгебраическая структура на пространстве обобщенных операторов над кольцом обобщенных чисел согласована с топологией на нем.

Теорема 2. Если X – банахово пространство, то обобщенное пространство X_* является полным пространством в топологии, заданной системой открытых множеств.

Теорема 3. Если X – нормированное пространство, а Y – банахово, то множество обобщенных операторов $L_*(X,Y)$ является полным в топологии, заданной с помощью *-нормы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Функциональный анализ и интегральные уравнения - Минск: БГУ, 2003. - 430 с.

2. Антоневич А.Б., Радыно Я.В. Об общем методе построения алгебр обобщенных функций. - ДАН СССР. - 1991, т. 318,№2. - с. 267-270.

3. Ахиезер Н.И., Глазман И.М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. - М.: Наука, 1966. – 544 с.

4. Гулецкая О.И,, Радыно Я.В. К теории обобщенных функций от операторов. – Весці АН Беларусі. -1995, № 2.

5. Данфорд Н., Шварц Дж. Линейные операторы. Общая теория. - М., ИЛ, 1962. – 896 с.