УДК 517.984

О.А. Архипенко, ассист.
(БГТУ, Минск)

ПОСТРОЕНИЕ ПРАВОСТОРОННЕЙ РЕЗОЛЬВЕНТЫ ДЛЯ ДИСКРЕТНОГО ОПЕРАТОРА ВЗВЕШЕННОГО СДВИГА

В работе для дискретного оператора взвешенного сдвига строятся правосторонние резольвенты, удовлетворяющие дополнительному условию, что образы всех этих операторов есть заданное замкнутое векторное подпространство L. Получены необходимые и достаточные условия существования правосторонней резольвенты, определенной в окрестности единичной окружности, для таких резольвент получено представление в виде операторного ряда Лорана и построен соответствующий оператор P.

Рассматриваются подпространства вида

$$L_\eta = \{u \in l_2(\mathbb{Z}) : \eta_0 u(0) + \eta_1 u(1) + \ldots + \eta_m u(m) = 0, m \geq 0\}.$$

По этому подпространству и оператору В строится полином $P_{m\eta}(\lambda) = \sum_{k=0}^{m} \frac{\eta_k \lambda^k}{\prod_{j=0}^{k-1} a(j)}$.

Теорема 1. Если $|a(-\infty)| < |\lambda| < |a(+\infty)|$, то необходимые и достаточные условия для того, чтобы существовал правый обратный оператор к $B - \lambda I$, образ которого принадлежит подпространству L_η, имеют вид $P_{m\eta}(\lambda) \neq 0$.

Пусть оператор P_0 действует в пространстве $l_2(\mathbb{Z})$ по формуле $(P_0 u)(k) = u(k), k \geq 0$ и $(P_0 u)(k) = 0, k < 0$. Пусть $\omega(k)$ есть решение однородного уравнения $(B - \lambda I)\omega = 0, \omega(0) = 1$. Это решение задается формулой

$$\omega(k) = \frac{\lambda^k}{\prod_{j=0}^{k-1} a(j)}, k \geq 0, \omega(k) = \frac{\prod_{j=k}^{-1} a(j)}{\lambda^k}, k < 0.$$

Теорема 2. Семейство правых обратных к $B - \lambda I$, образы которых принадлежат подпространству L_η, однозначно определено в тех точках, где $P_{m\eta}(\lambda) \neq 0$. и аналитически зависит от λ, т.е. является правосторонней резольвентой. Эта правосторонняя резольвента имеет вид

$$R_\eta(B;\lambda)f=\left[\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{\lambda^{k-1}}B^kP_0f+\sum_{k=-1}^{-\infty}\frac{1}{\lambda^{k-1}}B^k(I-P_0)f\right]+\frac{\Phi_\lambda(f)}{P_{m\eta}(\lambda)}\omega,$$

$$\Phi_\lambda(f)=\sum_{k=0}^{m-1}\left[\sum\nolimits_{i=0}^{m-k-1}\frac{\lambda^i\eta_{i+1}}{\prod_{j=0}^{i-1}a(j)}\right]f(k).$$

Согласно сказанному выше, если $P_{m\eta}(\lambda)\neq 0.$ при $|\lambda|=1$, то в окрестности единичной окружности правосторонняя резольвента задаётся в виде операторного ряда Лорана

$$R_\eta(B;\lambda)=\sum_{k=0}^{+\infty}\frac{1}{\lambda^k}B^{k+1}P+\sum_{k=-1}^{-\infty}\frac{1}{\lambda^{k+1}}B^{k+1}(I-P).$$

Явный вид оператора P найден для некоторых конкретных примеров подпространств L_η, в этих примерах оператор P имеет вид $P=P_0+\psi$, где ψ есть некоторый оператор ранга 1.

УДК 517.9

М.Х. Мазель, канд. физ.-мат.наук; О.И. Пиндрик, канд. физ.-мат.наук
(БГУ, г. Минск)

НЕКОТОРЫЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВ АЛГЕБРЫ ОБОБЩЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ

Исследование свойств линейных операторов является одной из важнейших задач функционального анализа. Как известно, многие хорошо изученные свойства линейных ограниченных операторов нельзя обобщить на множество всех линейных отображений из одного нормированного пространства в другое. Это относится, в частности, к теореме о равномерной непрерывности и о непустоте спектра. В связи с этим возникают трудности при решении задач, которые могут быть описаны с помощью неограниченных операторов. Эти проблемы так же, как проблема введения ассоциативного умножения на множестве распределений, привели к возникновению новых теорий. В частности, была построена алгебра обобщенных операторов, свойства которой аналогичны свойствам алгебр линейных ограниченных операторов.

Алгебра обобщенных операторов определяется как множество классов эквивалентности последовательностей линейных ограниченных операторов. Для задания такой алгебры необходимо введение понятия обобщенного числа, а также обобщенного нормированного пространства. (Аккуратное определение обобщенного оператора, множества обобщенных комплексных чисел и обобщенного норми-