УДК 517.977

А. А. Якименко, канд. физ.-мат. наук, доц. (БГТУ, г. Минск)

# СТАБИЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЫ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Рассмотрим линейную систему нейтрального типа

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + A_2 \dot{x}(t-h) + bu(t),\ t>0, \qquad (1)$$

где $A_i, i=0,1,2$ - постоянные $(3\times3)$-матрицы, $b$ - ненулевой 3-вектор, $h>0$ - постоянное запаздывание. Не ограничивая общности, считаем $b'=[0,\ 0,\ 1]$.

Присоединим к системе (1) регулятор вида

$$u(t) = q'_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij}x^{(i)}(t-jh) + \int_{-h}^{0} g'(s)x(t+s)\,ds, \qquad (2)$$

где $q_{00}$, $q_{ij}$ $(i=0,\ldots,L, j=0,\ldots,M)$ - 2-векторы; $g(s)$, $s\in[-h,\ 0]$ – непрерывная 2-вектор-функция, $x^{(i)}(t) \overset{def}{=} \frac{d^i}{dt^i}x(t)$, $x^{(0)}(t)\equiv x(t)$.

***Определение***. Система (1) стабилизируема регулятором вида (2), если нулевое решение замкнутой этим регулятором системы (1), (2) устойчиво по Ляпунову или асимптотически устойчиво.

Известно, что для асимптотической стабилизации системы (1) достаточно, чтобы корни характеристического уравнения замкнутой системы (1), (2) имели отрицательные действительные части.

Введем (3×3)-матрицу:

$$\mathrm{A}(\lambda) = A_0 + A_1 e^{-\lambda h} + A_2 \lambda e^{-\lambda h}.$$

Пусть матрица $\mathrm{A}(\lambda)$ имеет вид:

$$\mathrm{A}(\lambda) = \begin{pmatrix} a_{110}+a_{111}e^{-\lambda h}+a_{112}\lambda e^{-\lambda h} & 0 & 0 \\ a_{210}+a_{211}e^{-\lambda h}+a_{212}\lambda e^{-\lambda h} & a_{220}+a_{221}e^{-\lambda h}+a_{222}\lambda e^{-\lambda h} & a_{230}+a_{231}e^{-\lambda h}+a_{232}\lambda e^{-\lambda h} \\ a_{310}+a_{311}e^{-\lambda h}+a_{312}\lambda e^{-\lambda h} & a_{320}+a_{321}e^{-\lambda h}+a_{322}\lambda e^{-\lambda h} & a_{330}+a_{331}e^{-\lambda h}+a_{332}\lambda e^{-\lambda h} \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим уравнение

$$\lambda - a_{110} - a_{111}e^{-\lambda h} - a_{112}\lambda e^{-\lambda h} = 0. \qquad (3)$$

В работе [1] показано, что точка $(a_{110}, a_{111}, a_{112}, h)$, $h>0$ в пространстве коэффициентов квазиполинома (3) принадлежит области устойчивости в том, и только в том случае, когда выполнено одно из условий:

i) $-a_{110} > |a_{111}|, |a_{112}| \le 1$,

ii) $a_{111} > |a_{110}|, |a_{112}| < 1,\ h < h^*$, (4)

где

$$h^* = \sqrt{\frac{1-a_{112}^2}{a_{111}^2 - a_{110}^2}} \cdot \arccos\left(\frac{a_{110} - a_{111}a_{112}}{a_{111} - a_{110}a_{112}}\right).$$

Для стабилизации системы (1) регулятором вида (2) в рассматриваемом случае необходимо выполнение одного из условий (4).

Далее для всех возможных случаев коэффициентов квазиполинома $a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h}$:

1. $a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h} = 0$,
2. $a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h} = a_{230} \ne 0$,
3. $a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h} = a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h}$, $a_{231} \ne 0$,
4. $a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h} = a_{230} + a_{231}e^{-\lambda h} + a_{232}\lambda e^{-\lambda h}$, $a_{232} \ne 0$,

указаны достаточные условия стабилизируемости, а также получены в явном виде стабилизирующие систему (1) регуляторы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якименко А. А. Предельное запаздывание в одном уравнении нейтрального типа// Труды БГТУ. 2014. № 6(170): Физ.-мат. науки и информатика. С. 19–21.

УДК 517.444

Л. Д. Яроцкая, доц., канд. физ.-мат. наук
(БГТУ, г. Минск)

## ОБ ИНТЕГРАЛЬНОМ ПРЕОБРАЗОВАНИИ, СВЯЗАННОМ С ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ КОНТОРОВИЧА–ЛЕБЕДЕВА, В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ $L_2$.

В настоящей работе рассматривается интегральное преобразование вида

$$(Cf)(x) = 4\int_0^\infty \frac{\tau}{\operatorname{sh}\pi\tau} C(2x, 2\tau) f(\tau)\, d\tau, \quad x > 0, \qquad 1)$$

где $C(2x, 2\tau)$ – специальная функция, определенная интегралом

$$C(x, \tau) = \int_0^\infty \cos(x \operatorname{sh} u)\sin(\tau u)\, du. \qquad 2)$$

Установлено, что в силу универсальной структуры ядра (2),