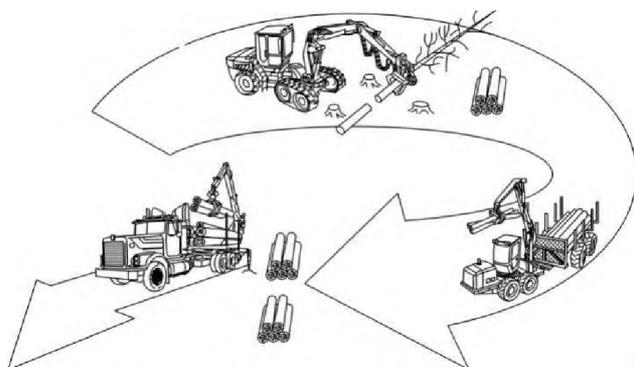


В.В. Игнатенко, доц., канд. физ.-мат. наук;  
 Е.А. Леонов, доц., канд. техн. наук;  
 (БГТУ, г. Минск)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННОЙ СИСТЕМЫ «ХАРВЕСТЕР-ФОРВАРДЕР»

В лесозаготовительной промышленности на смену традиционным бензопилам и трелевочным тракторам пришли харвестеры (машины, выполняющие комплекс операций: валку деревьев, их очистку от сучьев и раскряжевку на нужные сортименты), форвардеры (машины, осуществляющие сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт, включая разгрузку, подсортировку и укладку сортиментов в штабеля) и ряд других машин. Специалисту приходится анализировать работу

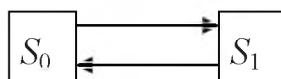


**Рисунок 1 – Технологическая схема заготовки сортиментов системой машин «харвестер – форвардер»**

как отдельных узлов машины, так и всей технологической линии (рисунок 1). При достаточно широком выборе однотипного оборудования, очень важно правильно сформировать его в эффективные технологические системы машин. Решение этих проблем практически невозможно без математического моделирования исследуемых объектов. Целью данного доклада является построение математической модели работы системы

лесозаготовительных машин «харвестер – форвардер» и анализ полученных решений для определения их оптимальных режимов работы.

Для построения математической модели рассмотрим граф состояний форвардера (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Граф состояний форвардера**

Форвардер может находиться в следующих состояниях:  $S_0$  – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортиментов;  $S_1$  – осуществлять сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт.

Из свободного состояния  $S_0$  в рабочее  $S_1$  форвардер переходит с интенсивностью  $\lambda$ , где  $\lambda = 1/t_3$  интенсивность заготовки сортиментов харвестером,  $t_3$  – продолжительность цикла обработки сортиментов харвестером.

Работа системы лесозаготовительных машин «харвестер – форвардер» характеризуется следующими параметрами: харвестер осуществляет заготовку сортиментов на лесосеке с интенсивностью  $\lambda$  сортиментов в час; форвардер осуществляет сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт с интенсивностью  $\mu$  сортиментов в час. При этом форвардер может находиться в следующих состояниях:  $S_0$  – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортиментов;  $S_1$  – осуществлять сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт. Из свободного состояния  $S_0$  в рабочее  $S_1$  форвардер переходит с интенсивностью  $\lambda$ , обратно переход осуществляется с интенсивностью  $\mu$ .

Обозначим  $P_i(t)$  – вероятность того, что в момент времени  $t$  система машин «харвестер – форвардер» находится в состоянии  $S_i$ , тогда модель функционирования системы (дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Неизвестные параметры  $\lambda$  и  $\mu$  устанавливаются следующим образом:  $\lambda = 1/t_3$ , где  $t_3$  – продолжительность цикла заготовки сортиментов харвестером;  $\mu = 1/t_t$ , где  $t_t$  – продолжительность цикла сбора, транспортировки, разгрузки и подсортировки сортиментов форвардером.

При исследовании работы лесозаготовительного оборудования на протяжении длительного промежутка времени месяц, год и т.д. (установившийся режим работы), можно считать, что  $P_0 = \text{const}$ ,  $P_1 = \text{const}$  (финальные вероятности состояний). Ошибка при приня-

тии данного допущения не превышает 8% [2, 3].

В этом случае система дифференциальных уравнений (1) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ 0 = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (2)$$

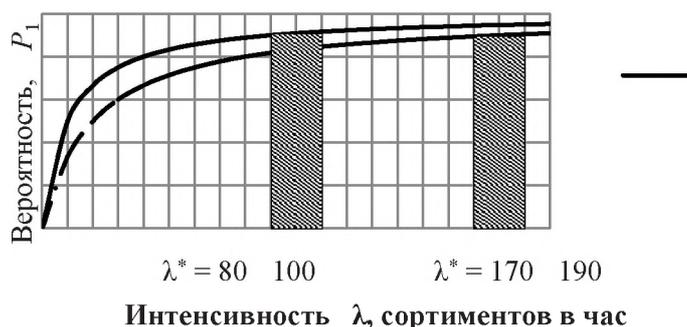
Решая систему уравнений относительно вероятностей состояний  $P_0$  и  $P_1$  получим выражения для расчета режимов работы системы машин «харвестер – форвардер»:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (4)$$

Полученные зависимости вероятностей состояний системы машин «харвестер – форвардер» позволяют установить рациональные значения параметров рассматриваемых машин. Технология работы с зависимостями следующая: на основе конкретных природно-производственных условий выбирается марка оборудования, например форвардера, работа которого характеризуется интенсивностью  $\mu$ ; из зависимостей (3) и (4) устанавливается рациональное значение параметра  $\lambda$ , по которому в дальнейшем подбирается конкретная марка харвестера [2, 3].

На рис.3 приведен пример установления рациональной интенсивности  $\lambda$  работы харвестера в зависимости от конкретной интенсивности  $\mu$  работы форвардера.



**Рисунок 3 – Зависимости вероятностей состояний системы «харвестер – форвардер»**

Принятый на основании рисунка 3 оптимальный диапазон значений  $\lambda^*$  позволяет осуществить выбор требуемого харвестера, обеспечивающего рациональную загрузку применяемого форвардера, т. к. при этом обеспечивается оптимальная величина вероятности его

работы  $P_1^*$ .

Данная математическая модель может быть использована на производстве, при составлении эффективной системы машин «харвестер – форвардер» в зависимости от конкретных природно-производственных условий, при наименьших экономических затратах.

Построение математической модели, ее решение и анализ, полученных решений могут быть использованы при обучении студентов, технических специальностей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко В. В., Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.

2. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.

3. Леонов Е. А., Игнатенко В. В., Клоков Д. В. Математическая модель работы рубильной машины с учетом ее технических отказов // Труды БГТУ. 2016. № 2: Лесная и деревообр. пром-сть. С. 40–44.

УДК 517.977

И.М. Борковская, доц., канд. физ.-мат. наук (БГТУ, г. Минск)

#### **О ПОСТРОЕНИИ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ ГИБРИДНОЙ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЫ**

Важнейшим свойством реальной системы управления является свойство устойчивости. В качественной теории управления динамическими системами задача стабилизации занимает одно из центральных мест. С помощью воздействия регулятора, построенного по принципу обратной связи, необходимо обеспечить устойчивость замкнутой системы. В докладе предлагаются способы выбора регулятора, обеспечивающего устойчивость гибридной дискретно-непрерывной системы с «многомерным» (2-D-мерным) временем, состоящей из непрерывной и дискретной составляющих:

$$\dot{x}_1(t, k) = A_{11}x_1(t, k) + A_{12}x_2(t, k) + B_1u(t, k), \quad t \in [0, +\infty), \quad (1)$$

$$x_2(t, k+1) = A_{21}x_1(t, k) + A_{22}x_2(t, k) + B_2u(t, k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Для скалярного случая, когда система принимает вид