

УДК 681.53

Н. М. Олиферович

Белорусский государственный технологический университет

**ПОСТРОЕНИЕ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ
ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ВОДОПОДГОТОВКИ**

Статья посвящена вопросам разработки математической модели и новых подходов к построению основанных на коагуляции систем управления процессом водоочистки. Ускорение темпов развития промышленности, энергетики, сельского и коммунального хозяйства вызывает рост водопотребления и повышает требования к качеству воды, что обуславливает необходимость строительства новых систем водоснабжения, интенсификации существующих технологий, внедрения оптимальных систем управления. Для построения системы управления необходима разработка математической модели объекта. В статье рассматриваются существующие подходы к моделированию процессов водоочистки методом коагуляции, а также преимущества и недостатки данных подходов.

Ключевые слова: водоочистка, коагуляция, математическая модель, объект с распределенными параметрами.

N. M. Oliferovich

Belarusian State Technological University

**THE CONSTRUCTION OF AN EXTREMAL SYSTEM
FOR THE MANAGEMENT OF WATER TREATMENT PROCESSES**

The article is devoted to the development issue of a mathematical model and new approaches to the construction of water treatment process control systems based on coagulation. The accelerating development of industry and power engineering, rural and municipal services, raises water consumption, increases water quality requirements and causes the need for the construction of new systems of water supply, the intensification of existing technologies, the introduction of optimum control systems. However, for the construction of such control systems of management it is necessary to work out a mathematical model of an object. The article covers existing approaches to water treatment process modeling based on coagulation, advantages and disadvantages of the given approaches.

Key words: water treatment, coagulation, mathematical model, object with distributed parameters.

Введение. Подготовка воды для питьевого и промышленного водоснабжения имеет некоторые отличия от других областей химической технологии: процессы водоподготовки протекают в больших объемах воды и при очень малых количествах растворенных веществ. Следовательно, большие расходы воды требуют устройства крупногабаритного оборудования, а малое количество извлекаемых из воды веществ неизбежно влечет за собой применение «тонких» методов обработки воды. На сегодняшний день проблемы очистки воды являются весьма актуальными из-за резкого ухудшения состояния водных источников. Следовательно, возникает необходимость в усовершенствовании существующих систем управления процессами водоподготовки.

Основная часть. Большая часть пресной воды, используемой для хозяйственно-питьевых нужд, берется из поверхностных водоемов и перед распределением потребителям подается в очистные сооружения, где, если необходимо, повышается ее качество, а также проводится хлорирование или другая дезинфекция (озонирование).

На УП «Минскводоканал» сырая вода поступает на сооружения очистной водопроводной станции (ОВС) из канала Вилейско-Минской водной системы в резервное водохранилище «Крылово», а из него по трем гравитационным водоводам поступает на вход очистной водопроводной станции в контактные камеры первичного озонирования, где происходит разрушение сложных органических соединений, снижается цветность, мутность, привкус, запах. Из контактных камер вода поступает в смесители, где происходит ее смешивание с реагентами – хлором (первичное хлорирование) и коагулянтom (оксидом алюминия Al_2O_3). Расчетная доза хлора назначается химико-технологической лабораторией по показаниям анализов. Из смесителей вода поступает в камеры хлопьеобразования, где происходит образование хлопьев коагулянта.

После камер хлопьеобразования вода поступает в горизонтальные отстойники для осветления, где освобождается от основной массы находящихся в ней взвешенных веществ. В процессе движения воды в горизонтальном

направлении примеси осаждаются на дно отстойника. Сбор осветленной воды производится системой горизонтально расположенных труб с отверстиями. Осветленная вода из сборных карманов отстойников поступает на фильтрацию, осуществляемое на скорых фильтрах. Фильтрованная вода поступает по общему водоводу в контактные камеры блока вторичного озонирования, где происходит окисление оставшихся в воде органических соединений. После цикла вторичного озонирования обеззараженная вода приобретает вкус, запах, цветность, свойственные питьевой воде. Озонированная вода поступает в резервуар чистой воды (РЧВ). После этого параметры воды соответствуют требованиям СанПиН «Вода питьевая».

Для постоянного контроля качества воды на всех ступенях ее очистки на ОВС имеется химико-технологическая лаборатория, которая отбирает пробы воды и производит анализы ее показателей (физико-химического, бактериологического и гидробиологического состава) по всей технологической цепочке обработки на сооружениях ОВС. Доза коагулянта устанавливается специалистами химико-технологической лаборатории совместно с инженером-технологом при проведении пробного коагулирования. Периодичность проведения анализа – 1 раз в 10 дней и чаще при изменении качественных параметров исходной воды.

Рассматривая очистные сооружения как объект управления, можно прийти к выводу, что качество очистки воды (под качеством природной воды в целом понимается характеристика ее состава и свойств, определяющих пригодность воды для конкретных видов водопользования) зависит от ряда факторов:

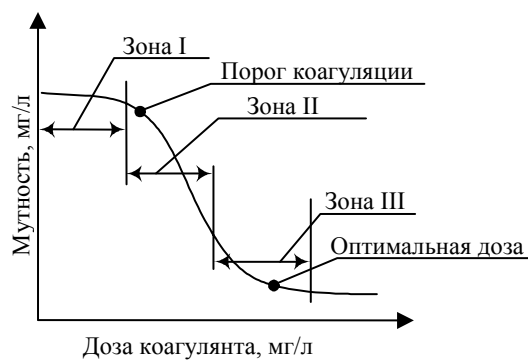
- состояния источника водоснабжения;
- качества применяемых реагентов (коагулянтов, флокулянтов и т. д.);
- процессов, протекающих в аппаратах, на каждой из стадий очистки.

Сложной задачей является анализ и моделирование процессов, протекающих в аппаратах во время очистки.

Динамика процесса коагуляции имеет следующую картину. Вначале при интенсивном перемешивании проходят не наблюдаемые визуально процессы; далее происходит помутнение системы, которое заканчивается формированием хлопьев; хлопья могут быть и мелкими, и крупными, а предполагаемые три стадии могут иметь различную длительность.

Статическая характеристика очистных сооружений по каналу «расход коагулянта – качество очистки воды» имеет экстремальный характер: максимальная степень очистки воды достигается при определенной дозе коагулянта.

Наглядное представление о влиянии дозы коагулянта на процессы осветления и обесцвечивания воды дает коагуляционная кривая (рисунок). Ее можно разбить на три зоны. В зоне I при малых дозах коагулянта эффект осветления и обесцвечивания воды отстаиванием или фильтрованием незначителен. В зоне II увеличение дозы коагулянта резко сказывается на эффекте осветления и обесцвечивания воды. Граница между зонами I и II носит название порога коагуляции. В зоне III увеличение дозы коагулянта не дает заметного улучшения эффекта осветления и обесцвечивания воды.



Коагуляционная кривая

Для определения оптимальных параметров процесса коагуляции, позволяющих получить наиболее высокие показатели качества воды, необходима разработка математической модели с возможностью подстройки коэффициентов после проведения лабораторных анализов коагулянта и очищенной воды.

Существует несколько подходов к построению математической модели очистки воды методом коагуляции.

Первый метод заключается в том, что процессы, протекающие при коагуляции в аппарате смешения, могут быть рассмотрены аналогично процессам, происходящим в проточном реакторе полного перемешивания с учетом адсорбции [1]. В данной модели предполагается следующее: 1) слой взвешенного осадка может быть представлен в виде проточного реактора полного перемешивания; 2) «ионный» алюминий поглощается растущими хлопьями по механизму адсорбции; 3) адсорбция в равновесии подчиняется уравнению Ленгмюра; 4) кинетика адсорбции соответствует смещению этого равновесия; 5) кинетика коагуляции подчиняется уравнению Смолуховского.

В теории Смолуховского коагуляция описывается дифференциальным уравнением для кинетики второго порядка:

$$\frac{dn_{\Sigma}}{dt} = -kn_{\Sigma}^2, \quad (1)$$

где n_{Σ} – суммарная концентрация коагулирующих частиц; k – кинетическая константа. Площадь поверхности всех агрегатов ($A_{\Sigma cp}$), приходящаяся на единицу объема реактора (слоя взвешенного осадка) равна:

$$A_{\Sigma cp} = \frac{n_0 N_A 4\pi (3m_1(1+\tau)/4\pi\rho_a)^{2/3}}{1+\tau}, \quad (2)$$

где N_A – число Авогадро; m_1 – масса мономерной частицы; τ – время половинной коагуляции; ρ_a – плотность агрегата. С учетом распределения коагулирующих частиц по классам (размерам) для площади поверхности частиц i -го класса:

$$A_{i\Sigma} = K_m i^{2/3} \frac{\tau^{i-1}}{(1+\tau)^{i+1}}, \quad (3)$$

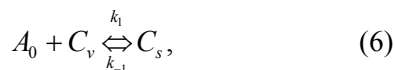
где i – номер класса (число мономерных частиц, входящих в агрегат); а для суммарной площади поверхности частиц всех i классов

$$K_m = 4\pi n_0 N_A \left(\frac{3m_1}{4\pi\rho_a} \right)^{2/3}. \quad (4)$$

По мере протекания коагуляции форма агрегатов приближается к сферической, тогда

$$A_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{K_m}{\tau(\tau+1)} i^{2/3} \left(\frac{\tau}{1+\tau} \right)^i. \quad (5)$$

Относительно концентрации «ионного» алюминия в объеме воды и свободной для адсорбции поверхности одного из хлопьев (прямая реакция) реализуется кинетика второго порядка, а относительно поверхностной концентрации «ионного» алюминия на одном из хлопьев (обратная реакция) – кинетика первого порядка:



где A_0 – свободная для адсорбции поверхность одного из хлопьев (поверхностная концентрация активных центров адсорбции); C_v и C_s – концентрации «ионного» алюминия в объеме воды и на поверхности одного из хлопьев. Для C_s из (6) следует:

$$\frac{dC_s}{dt} = k_1 A_0 C_v - k_{-1} C_s. \quad (7)$$

К обратной реакции в выражении (7) отнесен «отрыв» олигомеров от других участков поверхности одного из хлопьев, дающий вклад в показатель «остаточный алюминий». Величины $A_{0\delta} = \delta A_0$ и $C_{s\delta} = \delta A C_s$ – поверхностные концентрации

активных центров адсорбции, которые не заняты ($A_{0\delta}$) и заняты ($C_{s\delta}$) адсорбатом, распределенные в реакционном объеме (δ – удельная поверхность). В стационарном состоянии

$$\frac{dC_s}{dt} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{k_1}{k_{-1}} = \frac{C_s}{A_0 C_v} = K_{ads}, \quad (9)$$

где K_{ads} – константа равновесия адсорбции-десорбции.

В стационарном режиме проточного реактора полного перемешивания общая поверхность хлопьев и общая поверхностная концентрация активных центров адсорбции $A_{0\delta}$ постоянны ($A_0 = A_{0\delta} + C_{s\delta}$), поэтому

$$C_{s\delta} = \frac{K_{ads} A_{0\delta} C_v}{1 + K_{ads} C_v}. \quad (10)$$

Поглощение «ионного» алюминия хлопьями коагулянта приводит к росту массовой концентрации хлопьев. Массовая концентрация хлопьев и их численная концентрация не являются величинами, определяющими друг друга однозначно, поскольку их соотношение зависит от распределения хлопьев по размерам. Процесс может быть представлен кинетикой первого порядка по «ионному» алюминию:

$$\frac{da}{dt} = k A_{0\delta} \frac{C_v}{K_{des} + C_v} \quad (11)$$

или

$$\frac{da}{dt} = k_A a, \quad (12)$$

где k_A – удельная скорость прироста концентрации хлопьев коагулянта; a – численная концентрация хлопьев;

$$k_A = k A_{0\delta} \frac{C_v}{K_{des} + C_v}, \quad K_{des} = 1/K_{ads}. \quad (13)$$

Информация о процессе очистки воды отражается двумя константами: K_{des} и k_{Amax} ($k_A = k_{Amax} = k A_{0\delta}$ при $C_v \rightarrow \infty$). Первая является равновесной и отражает термодинамическое сродство поверхности одного из хлопьев к сорбируемому компонентам: «ионному» алюминию и органическим веществам, дающим вклад в цветность воды. Вторая отражает влияние суммарной площади поверхности хлопьев в единице объема взвешенного слоя. Время пребывания реакционной смеси в зоне псевдооживленного слоя через эту величину $A_{0\delta}$ влияет на поглощение адсорбируемых веществ.

Математическая модель проточного реактора полного перемешивания, в котором протекают адсорбция и коагуляция, сформулирована в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dC_v}{dt} = -Bk_A a + qC_{v0} - \alpha q C_v - \beta q C_v, \\ \frac{da}{dt} = k_A a - \beta q a + q a_0, \end{cases} \quad (14)$$

где C_v – текущая концентрация «ионного» алюминия в объеме слоя взвешенного осадка; B – «стехиометрический» коэффициент (степень полимеризации); a – концентрация «гидролизованного» алюминия (хлопьев коагулянта); q – удельный объемный поток воды через осветлитель ($q = Q/V$, Q – объемный расход воды через осветлитель; V – объем зоны взвешенного осадка); C_{v0} – концентрация «ионного» алюминия во входящем потоке воды (доза коагулянта); α и β – доли входного потока, попадающие на обработанную и отводимую в зону отстаивания воду ($\alpha + \beta = 1$); a_0 – концентрация взвеси в исходной воде (мутность).

В развернутом виде система (14) имеет вид

$$\begin{cases} \frac{dC_v}{dt} = -Bk_{A0s} \frac{C_v}{K_{des} + C_v} a + qC_{v0} - qC_v, \\ \frac{da}{dt} = k_{A0s} \frac{C_v}{K_{des} + C_v} a - \beta q a + q a_0. \end{cases} \quad (15)$$

Вторым подходом к построению модели процессов, протекающих при коагуляции, может являться рассмотрение объекта с точки зрения распределенной системы конвективно-диффузионного переноса [2]. В этом случае для построения математической модели необходимо учитывать параметры краевых условий, коэффициенты диффузии, скорости конвективного переноса, параметры слабопроницаемой тонкой составляющей среды. Для идентификации данных параметров можно воспользоваться параболическими уравнениями.

Пусть на области $\Omega_T = \Omega \times (0, T)$ ($\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, $\Omega_1 = (0, \xi)$, $\Omega_2 = (\xi, l)$, $0 < \xi < l < \infty$) определено параболическое уравнение:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial y}{\partial x} - \nu y \right) + \tilde{f}. \quad (16)$$

На концах отрезка $[0, l)$ заданы краевые условия:

$$-\left(k \frac{\partial y}{\partial x} - \nu y \right) = u_1, \quad x = 0, \quad t \in (0, T); \quad (17)$$

$$k \frac{\partial y}{\partial x} - \nu y = -u_2 y + u_3, \quad x = l, \quad t \in (0, T). \quad (18)$$

В точке $x = \xi$ задаются следующие условия неидеального контакта:

$$\left[k \frac{\partial y}{\partial x} - \nu y \right] = 0, \quad t \in (0, T); \quad (19)$$

$$\left\{ k \frac{\partial y}{\partial x} - \nu y \right\}^{\pm} = r[y], \quad t \in (0, T), \quad (20)$$

где $[\varphi] = \varphi^+ - \varphi^-$, $\varphi^{\pm} = \{\varphi\}^{\pm} = \varphi(\xi \pm 0, t)$, $r = \text{const} \geq 0$.

Начальное условие имеет вид

$$y|_{t=0} = y_0, \quad x \in \bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega}_2. \quad (21)$$

Используя соотношения (16)–(21), можно идентифицировать параметры краевых условий. Аналогично с использованием параболических уравнений можно идентифицировать коэффициенты диффузии, скорости конвективного переноса, параметры слабопроницаемой тонкой составляющей среды.

Существует подход, в котором предполагается рассмотрение системы водоочистки как одного из процессов химической технологии и считается, что эти процессы имеют детерминированно-стохастическую природу, проявляющуюся в наложении стохастических особенностей гидродинамической обстановки в аппарате на процессы массо- и теплопереноса и процессы химического превращения [3, 4]. Стохастические особенности объясняются случайным взаимодействием фаз или случайным характером геометрии граничных условий в аппарате.

В технологических аппаратах физико-химические процессы протекают в условиях значительной неоднородности полей по температуре, давлению, составу и другим параметрам. При этом информация о распределении частиц по времени пребывания в аппарате уже недостаточна, необходимо учитывать распределение частиц по траекториям. Учет информации о траекториях частиц в аппарате производится на основе статистической теории динамических систем, понятий многомерного фазового пространства и плотности распределения вероятности в фазовом пространстве.

Из анализа структуры эффектов физико-химических систем (ФХС) видно, что их отличительным признаком является двойственная детерминированно-стохастическая природа этих систем. К важнейшим особенностям относятся: характер распределения элементов фаз по времени пребывания в аппарате; вид распределения включений дисперсных фаз по размерам; эффекты механического взаимодействия между фазами, приводящие к столкновению, дроблению и коалесценции включений; характер

распределения включений по глубине химического превращения, вязкости, плотности и другим физико-химическим свойствам. Эффективным путем анализа перечисленных явлений представляются методы фазового пространства и статистических ансамблей.

Каждая отдельная макрочастица характеризуется положением в пространстве, скоростью движения и определенным набором термодинамических параметров состояния. Многомерное фазовое пространство полидисперсной ФХС, координаты x которого делятся на две группы: внешние – координаты положения и скорости k -го включения:

$$x_k^{(e)} = (x_{1k}^{(e)}, \dots, x_{\delta k}^{(e)}); \quad (22)$$

внутренние – термодинамические переменные состояния:

$$x_k^{(i)} = (x_{1k}^{(i)}, \dots, x_{\epsilon k}^{(i)}). \quad (23)$$

Каждой частице соответствует своя изображающая точка в фазовом пространстве, так что вся ФХС характеризуется совокупностью изображающих точек, образующих «фазовый газ».

Если в качестве внутренних координат принять физико-химические характеристики включений дисперсной фазы: время пребывания частицы в аппарате θ , характерный размер или объем частицы r , концентрацию k -го ключевого компонента в частице c_k , температуру T , плотность ρ , вязкость μ , то уравнение баланса свойств ансамбля частиц в развернутом виде будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial p(x^{(e)}, x^{(i)}, t)}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i^{(e)}} [v_i(x^{(e)}, t) p(x^{(e)}, x^{(i)}, t)] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial \theta}{\partial t} p(x^{(e)}, x^{(i)}, t) \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{dr}{dt} p(x^{(e)}, x^{(i)}, t) \right] + \\ & + \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial c_k} [J_k p p(x^{(e)}, x^{(i)}, t)] + \\ & + \frac{\partial}{\partial T} \left[p(x^{(e)}, x^{(i)}, t) \sum_{j=1}^N \frac{\Delta H_j}{C_p} J_j \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{d\rho}{dt} p(x^{(e)}, x^{(i)}, t) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial \mu} \left[\frac{d\mu}{dt} p(x^{(e)}, x^{(i)}, t) \right] = q(p(x^{(e)}, x^{(i)}, t), t), \quad (24) \end{aligned}$$

где $x^{(i)} = (\theta, r, c_1, c_2, \dots, c_n, T, \rho, \mu)$; $J_k = dc_k / dt$ – скорость химической реакции в частице по k -му ключевому компоненту; n – число ключевых компонент из общего числа компонент, реагирующих в системе; ΔH_j – тепловой эффект j -й реакции; N – число реакций в каждом элементе ФХС; C_p – объемная теплоемкость частицы; $q(p(x^{(e)}, x^{(i)}, t), t)$ – учитывает исчезновение, зарождение и образование новых частиц за счет механического и химического эффектов, действия внешних источников и стоков.

Следует отметить, что систему водоочистки можно считать объектом с распределенными параметрами и представлять как марковскую систему, память которой равна либо времени контакта сред, взаимодействующих в аппарате, либо времени пребывания в нем субстанции. Если допущения, лежащие в основе уравнения БСА, дополнить гипотезой о марковских свойствах системы, то уравнение видоизменится и примет форму уравнения Колмогорова – Фокера – Планка.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} [a_i(x, t) p(x, t)] + \\ & + \sum_i \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} [b_{ij}(x, t) p(x, t)] = 0, \quad (25) \end{aligned}$$

где $a_i^{(\tau)}(x, t)$ – коэффициент сноса,

$$a_i^{(\tau)}(x, t) = \frac{1}{\tau} \int (y_i - x_i) W(y, x | \tau, t) dy; \quad (26)$$

$b_i^{(\tau)}(x, t)$ – коэффициент диффузии,

$$b_i^{(\tau)}(x, t) = \frac{1}{\tau} \int (y_i - x_i)(y_i - x_i) W(y, x | \tau, t) dy. \quad (27)$$

Заключение. Очистные сооружения по каналу управления «расход коагулянта – качество очистки воды» относятся к экстремальному объекту, так как максимальная степень очистки воды достигается при введении определенной дозы коагулянта. Для построения адаптивной системы управления в этом случае необходима разработка математической модели, параметры которой можно было бы корректировать в зависимости от состава исходной воды. Из приведенных подходов наиболее перспективным является рассмотрение водоочистки как объекта с детерминированно-стохастической природой.

Литература

1. Лукашева Г. Н., Буткевич Д. М. Математическая модель коагуляции, протекающей в проточном реакторе полного перемешивания // Теоретические и прикладные проблемы сервиса. 2009. № 1 (30). С. 32–38 с.

2. Сергиенко И. В., Дайнека В. С. Идентификация параметров системы конвективно-диффузионного переноса // Кибернетика и системный анализ. 2009. № 1 (45). С. 42–63.

3. Кафаров В. В., Дорохов И. И., Липатов Л. Н. Системный анализ процессов химической технологии. М.: Наука, 1982. 344 с.

4. Кафаров В. В., Дорохов И. И. Системный анализ процессов химической технологии: основы стратегии. М.: Наука, 1976. 498 с.

References

1. Lukasheva G. N., Butkevich D. M. A mathematical model of coagulation proceeding in a flow reactor of complete mixing. *Teoreticheskiye i prikladnyye problemy servisa* [Theoretical and Applied Problems of Service], 2009, no. 1 (30), pp. 32–38 (In Russian).

2. Sergienko I. V., Dayneka V. S. Identification of parameters of the system of convective-diffusive transfer. *Kibernetika i sistemnyy analiz* [Cybernetics and Systems Analysis], 2009, no. 1 (45), pp. 42–63 (In Russian).

3. Kafarov V. V., Dorokhov I. I., Lipatov L. N. *Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii* [System analysis of chemical technology processes]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 344 p.

4. Kafarov V. V., Dorokhov I. I. *Sistemnyy analiz protsessov khimicheskoy tekhnologii: osnovy strategii* [Systems Analysis of Chemical Technology Processes: The Basics of Strategy]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 498 p.

Информация об авторе

Олиферович Надежда Михайловна – ассистент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: bogosnadya@rambler.ru

Information about the author

Oliferovich Nadezhda Mikhaylovna – assistant lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: bogosnadya@rambler.ru

Поступила 15.05.2018