

УДК 621.311.153.2.001

О. И. Александров, А. А. Лялько

Белорусский государственный технологический университет

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
АКТИВНЫХ МОЩНОСТЕЙ В ЭНЕРГОСИСТЕМЕ В СРЕДЕ MATLAB**

В статье приводится эффективный метод, используемый при решении эксплуатационной задачи для оптимального распределения активных мощностей между электростанциями концентрированной электроэнергетической системы. Переход от директивных методов распределения топлива к экономическим при неуклонном росте цен на энергоносители влечет за собой ряд принципиальных трудностей и предполагает решение комплекса взаимосвязанных задач. К их числу относится оптимизация распределения активной мощности между электростанциями энергосистемы с учетом потерь в сети и удельных расходов топлива. В условиях оперативного управления режимами энергетических систем имеется необходимость в разработке методов и программ оптимизации, с гарантией и достаточным быстродействием обеспечивающих достижение минимума расхода топлива в системе в течение цикла краткосрочного планирования суток с учетом ряда существенных факторов. Алгоритм построен с использованием численных методов оптимизации в среде MATLAB. В качестве примера были использованы реальные данные по формированию расходных характеристик основного оборудования электрических станций Белорусской энергосистемы. Минимизация целевой функции была выполнена в расчетном примере для режима минимальных (летний период) и максимальных (зимний период) нагрузок. Решение данной задачи при внедрении в полном объеме с учетом режимных, технологических и экономических ограничений позволит снизить реальный расход топлива в энергосистеме.

Ключевые слова: целевая функция, режим энергосистемы, критерий оптимальности, метод удельных приростов, дифференцируемые функции, симплексный поиск, минимизация расхода топлива, экономический эффект оптимизации.

O. I. Alexandrov, A. A. Lialko

Belarusian State Technological University

**THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF OPTIMAL DISTRIBUTION
OF ACTIVE POWER IN THE POWER SYSTEM
IN THE MATLAB ENVIRONMENT**

The article presents an effective method used in solving the operational problem for the optimal distribution of active power between the power plants of the concentrated electric power system. The transition from policy methods of fuel distribution to economic methods with a steady increase in energy prices entails a number of fundamental difficulties and involves the solution of a set of interrelated tasks. These include: the optimization of active power distribution between power plants of the power system taking into account losses in the network and specific fuel consumption. In the conditions of operational management of power systems modes, there is a need to develop methods and optimization programs, with a guarantee and sufficient speed to ensure the achievement of a minimum fuel consumption in the system during the short-term planning cycle of the day, taking into account a number of significant factors. The algorithm is built using the method of dynamic programming in MATLAB. As an example, we used real data on the formation of consumption characteristics of the main equipment of power plants of the Belarusian power system. The minimization of an objective function was executed in a calculation example for the mode of the minimum (summer period) and maximum (winter period) loads. The decision of this task when fully implemented and taking into account regime, technological and economic limitations will allow to bring down the real expense of fuel in the power system.

Key words: objective function, the mode of the power system, the optimality criterion, method of specific increments, differentiable function, simplex search, the minimization of fuel consumption, the economic effect of optimization.

Введение. В простейшей постановке задача оптимального распределения активных мощностей между генераторами электростанции решается отдельно для каждого часа суток и предполагает нахождение таких величин ак-

тивных мощностей генераторов, при которых заданная суммарная активная мощность станции в течение рассматриваемого часа будет вырабатываться с минимальным расходом топлива [1], [2]. Если не учитывать потребление

активной мощности на собственные нужды электростанции, то указанную задачу при блочной схеме станции (каждый блок или агрегат включает в себя котел, паровую турбину и генератор) можно сформулировать следующим образом [3]:

$$B = \sum_{\tau=1}^n B_{\tau} = \sum_{\tau=1}^n f_{\tau}(P_{\tau}) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{\tau=1}^n P_{\tau} = P; \quad (2)$$

$$P_{\tau \min} \leq P_{\tau} \leq P_{\tau \max}, \tau = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

где P , B – соответственно заданная активная мощность станции и суммарный расход топлива на ней; $f_{\tau}(P_{\tau})$ – расходная характеристика, т. е. зависимость расхода топлива агрегата от мощности, считающейся неизменной в течение часа; B_{τ} – искомый расход топлива агрегата с номером τ ; P_{τ} – искомая активная мощность агрегата с номером τ ; $P_{\tau \min}$, $P_{\tau \max}$ – соответственно технический минимум нагрузки и располагаемая мощность агрегата; n – количество агрегатов на станции.

Выражение (1) называется целевой функцией или критерием оптимальности, а выражения (2), (3) – ограничениями задачи оптимизации.

До последнего времени наиболее употребительным методом решения задачи (1)–(3) был метод удельных приростов, являющийся следствием общего математического способа решения задач оптимизации с ограничениями в виде равенств, из которого вытекает, в частности, следующий факт. Если расходные характеристики агрегатов $f_{\tau}(P_{\tau})$ являются дифференцируемыми функциями и некоторый набор мощностей P_{τ} при $\tau = 1, 2, \dots, n$, удовлетворяющих уравнению (2) и условиям (3) при строгих неравенствах, обеспечивает минимум суммарного расхода топлива B , то при этих значениях P_{τ} будет выполнено условие

$$\frac{dB_1}{dP_1} = \frac{dB_2}{dP_2} = \dots = \frac{dB_n}{dP_n}, \quad (4)$$

называемое обычно правилом равенства удельных приростов. Метод удельных приростов заключается в отыскании таких величин P_{τ} ($\tau = 1, 2, \dots, n$), при которых выполняются условие (4) и условия (2), (3).

В тех случаях, когда набора значений P_{τ} ($\tau = 1, 2, \dots, n$), обеспечивающего выполнение всех указанных условий, не существует, метод удельных приростов также может быть применен, если принять допущение о неоднозначности значений dB_{τ} / dP_{τ} в граничных точках интервалов (3).

Основная часть. Рекомендуется следующий алгоритм для определения указанных значений P_{τ} .

1. Для каждого агрегата $\tau = 1, 2, \dots, n$ по заданной расходной характеристике $B_{\tau} = f_{\tau}(P_{\tau})$ определяются величины

$$\varepsilon_{\tau} = \frac{dB_{\tau}}{dP_{\tau}}$$

при различных значениях мощности P в диапазоне $P_{\tau \min} \leq P_{\tau} \leq P_{\tau \max}$ и строятся зависимости $\varepsilon_{\tau} = \varphi_{\tau}(P_{\tau})$ (характеристики удельных приростов) на одном графике.

2. Определяются величины:

$$\varepsilon_{\min} = \min_{\tau=1,2,\dots,n} \varepsilon_{\tau \min};$$

$$\varepsilon_{\max} = \max_{\tau=1,2,\dots,n} \varepsilon_{\tau \max}$$

и характеристики удельных приростов (ХУП) $\varepsilon_{\tau} = \varphi_{\tau}(P_{\tau})$ при $\tau = 1, 2, \dots, n$, дополняются вертикальными участками в точках с координатами $(P_{\tau \min}, \varepsilon_{\tau \min})$, $(P_{\tau \max}, \varepsilon_{\tau \max})$ таким образом, чтобы для всех $\tau = 1, 2, \dots, n$ оказались выполненными условия:

$$\varepsilon_{\tau \min} = \varepsilon_{\min};$$

$$\varepsilon_{\tau \max} = \varepsilon_{\max}.$$

3. Строится ХУП электростанции $\varepsilon = \varphi(P)$ так, чтобы координаты (P, ε) каждой ее точки удовлетворяли условиям:

$$P = \sum_{\tau=1}^n P_{\tau};$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\tau}, \tau = 1, 2, \dots, n,$$

где $(P_{\tau}, \varepsilon_{\tau})$ – координаты некоторой точки характеристики $\varepsilon_{\tau} = \varphi_{\tau}(P_{\tau})$.

Это построение легко произвести на графике, для чего выполняются следующие действия.

3.1. Задается набор равноотстоящих значений ординат:

$$\varepsilon^{(1)}, \varepsilon^{(2)}, \dots, \varepsilon^{(v)}, \dots, \varepsilon^{(N)};$$

$$\varepsilon^{(1)} = \varepsilon_{\min}; \quad \varepsilon^{(N)} = \varepsilon_{\max};$$

$$\varepsilon^{(v+1)} = \varepsilon^{(v)} + \Delta\varepsilon;$$

$$v = 1, 2, \dots, n-1;$$

где $\Delta\varepsilon > 0$ – произвольно выбранное достаточно малое значение шага изменения ε .

3.2. Для каждой ординаты $\varepsilon^{(v)}$, $v = 1, 2, \dots, n$, определяется соответствующая абсцисса характеристики $\varepsilon = \varphi(P)$, для чего с помощью характеристик $\varepsilon_{\tau} = \varphi_{\tau}(P_{\tau})$, $\tau = 1, 2, \dots, n$ находятся

значения мощностей $P_\tau^{(v)}$, соответствующие величинам $\varepsilon_\tau = \varepsilon^{(v)}$:

$$P_\tau^{(v)} = \varphi_\tau^{-1}(\varepsilon^{(v)}),$$

где φ_τ^{-1} – символ обратной функции по отношению к функции $\varepsilon_\tau = \varphi_\tau(P_\tau)$, и вычисляется искомое значение

$$P^{(v)} = \sum_{\tau=1}^n P_\tau^{(v)}.$$

3.3. По полученному набору точек

$$(P^{(1)}, \varepsilon^{(1)}), (P^{(2)}, \varepsilon^{(2)}), \dots, (P^{(n)}, \varepsilon^{(n)})$$

характеристика $\varepsilon = \varphi(P)$ строится на том же графике, что и кривые $\varepsilon_\tau = \varphi_\tau(P_\tau)$, $\tau = 1, 2, \dots, n$.

4. По заданной суммарной мощности станции P с помощью характеристики $\varepsilon = \varphi(P)$ находится соответствующее значение ε и определяются искомые значения P_τ :

$$P_\tau = \varphi_\tau^{-1}(\varepsilon), \tau = 1, 2, \dots, n.$$

Благодаря простоте описанного алгоритма задача легко решается вручную, что и обусловило широкое использование метода. Однако даже при простейшей постановке задач оптимизации (1)–(3) метод удельных приростов не всегда применим, так как правило равенства удельных приростов (4) и уравнение (2) представляют собой необходимое, но недостаточное условие минимума целевой функции (1). Чтобы при найденных по описанному алгоритму мощностях агрегатов P_τ , $\tau = 1, 2, \dots, n$, действительно достигался минимум расхода топлива на станции, условия (2), (4) должны быть дополнены требованием выпуклости расходных характеристик агрегатов $B_\tau = f_\tau(P_\tau)$.

С учетом известного признака выпуклости дважды дифференцируемой функции это означает, что должно быть выполнено неравенство

$$\frac{d^2 B_\tau}{dP_\tau^2} > 0, \tau = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

во всех точках интервалов (3).

Применительно к ХУП $\varepsilon_\tau = \varphi_\tau(P_\tau)$ неравенство (5) можно записать в виде

$$\frac{d\varepsilon}{dP_\tau} \geq 0, \tau = 1, 2, \dots, n,$$

и это означает, что правило равенства удельных приростов применимо только при неубывающих ХУП агрегатов.

Пусть в исходном режиме

$$P_1 + P_2 = P; \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_2. \quad (6)$$

Если произвести перераспределение нагрузок между агрегатами, определяя новые нагрузки как

$$P'_1 = P_1 + \Delta P; \quad P'_2 = P_2 - \Delta P,$$

то расходы топлива на агрегатах изменятся на величины

$$\Delta B_1 = \int_{P_1}^{P'_1} \varepsilon_1 dP_1 = F_{P_1 a_1 b_1 P'_1};$$

$$\Delta B_2 = \int_{P_2}^{P'_2} \varepsilon_2 dP_2 = - \int_{P'_2}^{P_2} \varepsilon_2 dP_2 = -F_{P'_2 c_2 b_2 P_2},$$

где $F_{P_1 a_1 b_1 P'_1}$ и $F_{P'_2 c_2 b_2 P_2}$ – площади криволинейных трапеций.

Расход топлива на станции изменится на величину

$$\begin{aligned} \Delta B &= \Delta B_1 + \Delta B_2 = F_{P_1 a_1 b_1 P'_1} - F_{P'_2 c_2 b_2 P_2} = \\ &= (F_{P_1 a_1 b_1 P'_1} + F_{a_1 c_1 b_1}) - (F_{P'_2 a_2 b_2 P_2} - F_{c_2 a_2 b_2}) = \\ &= F_{a_1 c_1 b_1} + F_{c_2 a_2 b_2} > 0. \end{aligned}$$

Отступление от правила равенства удельных приростов привело к перерасходу топлива на величину суммы площадей заштрихованных треугольников. Наоборот, аналогичное перераспределение нагрузок в случае убывающих ХУП дает экономию топлива, так как

$$\Delta B = -F_{a_1 c_1 b_1} - F_{a_2 c_2 b_2} < 0,$$

а это означает, что исходный режим, при котором $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ не оптимален.

Так как в действительности ХУП агрегатов не во всех случаях являются неубывающими во всем диапазоне нагрузок, то метод удельных приростов не всегда может быть использован на практике.

Недостаток этого метода состоит также в следующем: режиму может соответствовать не глобальный, а локальный минимум расхода топлива, даже если режим находится в области ХУП, в которой удельные приросты являются неубывающими. Это означает, что отступление от указанного режима любым способом приводит к перерасходу топлива, если это отступление достаточно малое, но если режим изменить в значительной степени, то можно достичь и экономии топлива.

Указанных недостатков лишен метод динамического программирования (МДП), который позволяет найти глобальный минимум целевой функции (1) независимо от вида ХУП агрегатов.

Основные положения, на которых базируется решение задачи (1)–(3) на основе МДП, состоят в следующем. Процесс решения задачи складывается из двух этапов – прямого и обратного ходов.

Прямой ход заключается в построении двух функций двух переменных – функции Беллмана $B(Y, \tau)$ и зависимости $F(Y, \tau) = P_{\tau}^{opt}(Y)$, которые определяются следующим образом.

При $\tau = 1$

$$B(Y, 1) = f_1(Y);$$

$$P_1^{opt}(Y) = Y;$$

$$P_{1min} \leq Y \leq P_{1max};$$

где $f_1(Y)$ – расходная характеристика первого агрегата.

При любом фиксированном τ

$$B(Y, \tau) = \min[f_{\tau}(P_{\tau}) + B(Y - P_{\tau}, \tau - 1)]; \quad (7)$$

$$1 < \tau \leq n,$$

а значения функции P_{τ}^{opt} определяются как значения P_{τ} , при которых достигается минимум выражения, записанного в квадратных скобках в формуле (7), для соответствующих значений независимой переменной Y .

Физический смысл независимой переменной Y и значений функции $B(Y, \tau)$ следующий. Переменная Y представляет собой суммарную нагрузку на агрегаты с номерами $i = 1, 2, \dots, \tau$, которая изменяется в интервале

$$\sum_{i=1}^{\tau} P_{imin} \leq Y \leq \sum_{i=1}^{\tau} P_{imax}.$$

Значение функции $B(Y, \tau)$ для данного значения Y равно суммарному расходу топлива на агрегатах с номерами $i = 1, 2, \dots, \tau$ при условии, что суммарная нагрузка Y распределяется между этими агрегатами оптимально.

В соответствии с выражением (7), которое представляет собой известный в теории оптимизации принцип оптимальности Беллмана, оптимальное распределение нагрузки Y между τ агрегатами сводится к решению задачи оптимизации по одной переменной P_{τ} при условии, что к этому моменту уже известны значения функции Беллмана $B(Y, \tau - 1)$. Основная идея МДП заключается в сведении исходной задачи оптимизации по многим переменным к многократному решению задач оптимизации по одной переменной. При оптимизации по P_{τ} при фиксированном Y переменная P_{τ} должна изменяться в интервале $P_{\tau min}^{(Y)} \leq P_{\tau} \leq P_{\tau max}^{(Y)}$, где

$$\left. \begin{aligned} P_{\tau min}^{(Y)} &= \max(P_{\tau min}, Y - \sum_{i=1}^{\tau-1} P_{imax}), \\ P_{\tau max}^{(Y)} &= \min(P_{\tau max}, Y - \sum_{i=1}^{\tau-1} P_{imin}). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Выражения вида $\max(a, b)$, $\min(a, b)$ в правой части системы (8) следует понимать так:

$$\max(a, b) = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases};$$

$$\min(a, b) = \begin{cases} a, & a \leq b \\ b, & a > b \end{cases}.$$

Выражение (7), позволяющее определять значения функции Беллмана $B(Y, \tau)$ по значениям $B(Y, \tau - 1)$ этой функции в других точках, называется *рекуррентным соотношением Беллмана*.

Обратный ход МДП состоит в последовательном определении с помощью функции $F(Y, \tau) = P_{\tau}^{opt}(Y)$ искомым оптимальных мощностей агрегатов при заданной суммарной нагрузке станции P , причем порядок их нахождения будет обратным нумерации агрегатов, принятой при выполнении прямого хода:

$$P_n = F(P, n) = P_n^{opt}(P);$$

$$P_{n-1} = F(P - P_n^{opt}, n - 1) = P_{n-1}^{opt}(P - P_n^{opt}), \dots,$$

$$P_1 = F(P - \sum_{i=2}^n P_i, 1) = P_1^{opt}(P - \sum_{i=2}^n P_i).$$

В качестве примера рассмотрим задачу оптимального распределения активных мощностей между 12 электростанциями.

Критерий оптимальности в этом случае будет иметь следующий вид:

$$B = \sum_{i=1}^{12} B_i;$$

$$\begin{aligned} B_1 &= 0,6 + 0,34 \cdot P_1 + 0,001 \cdot P_1^2; \\ B_2 &= 0,8 + 0,3 \cdot P_2 + 0,0005 \cdot P_2^2; \\ B_3 &= 0,1 + 0,24 \cdot P_3 + 0,0003 \cdot P_3^2; \\ B_4 &= 0,245 + 0,133 \cdot P_4 + 0,205 \cdot P_4^2; \\ B_5 &= 0,021 + 0,250 \cdot P_5 + 0,166 \cdot P_5^2; \\ B_6 &= 0,39 + 0,343 \cdot P_6^2; \\ B_7 &= 0,014 + 0,180 \cdot P_7 + 0,690 \cdot P_7^2; \\ B_8 &= 0,034 + 0,2 \cdot P_8 + 0,24 \cdot P_8^2; \\ B_9 &= 0,38 + 0,35 \cdot P_9 + 0,005 \cdot P_9^2; \\ B_{10} &= 0,25 + 0,28 \cdot P_{10} + 0,064 \cdot P_{10}^2; \\ B_{11} &= 0,029 + 0,15 \cdot P_{11} + 0,015 \cdot P_{11}^2; \\ B_{12} &= 0,048 + 0,22 \cdot P_{12} + 0,03 \cdot P_{12}^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где B_1 – B_{12} суммарный расход мощности на электростанциях с 1-й по 12-ю, а P_1 – P_{12} – активные мощности на электростанциях с 1-й по 12-ю.

Система ограничений для активной мощности (2) и (3) в данном случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned} 738 \leq P_1 \leq 2463; 150 \leq P_7 \leq 505; \\ 310 \leq P_2 \leq 1035; 100 \leq P_8 \leq 345; \\ 287 \leq P_3 \leq 958; 59 \leq P_9 \leq 195; \\ 215 \leq P_4 \leq 720; 55 \leq P_{10} \leq 181; \\ 163 \leq P_5 \leq 544; 54 \leq P_{11} \leq 180; \\ 160 \leq P_6 \leq 542; 46 \leq P_{12} \leq 155; \\ \sum_{i=1}^{12} P_{i \min} = 3000; \quad \sum_{i=1}^{12} P_{i \max} = 5500. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение задач (9)–(10) может быть найдено на основе численных методов оптимизации функции нескольких переменных с учетом ограничений. Такого рода численные методы реализованы в системе MATLAB в специальном разделе Optimization Toolbox [4].

Optimization Toolbox включает программы широко известных методов минимизации и максимизации линейных и нелинейных функций. Эти программы могут быть использованы для решения сложных задач оптимизации стоимости, надежности и качества для различных приложений. В пакет включены версии традиционных и новейших алгоритмов оптимизации, в том числе безусловная оптимизация (метод симплексного поиска Нелдера – Мида и квази-ньютонские методы), условная, многокритериальная оптимизация и метод минимакса, методы линейного и квадратичного программирования, динамического программирования.

Воспользуемся одной из наиболее универсальных функций данного раздела – *fmincon*, которая позволяет найти минимум функции $f(x)$ с системой ограничений следующего вида [5]:

$$\begin{aligned} c(x) < 0, \text{ } seq(x) = 0; \\ A \cdot x < b, \text{ } Aeq \cdot x = beq; \\ lb < x < ub, \end{aligned} \quad (11)$$

где x , lb , ub , beq – векторы; A и Aeq – матрицы; $c(x)$ и $seq(x)$ – заданные функции.

В общем случае, такая задача относится к нелинейной оптимизации с ограничениями или к нелинейному программированию.

Синтаксис функции *fmincon* в таком случае будет иметь следующий вид:

$$fmincon(fun, x0, A, b, Aeq, beq, lb, ub, [], options),$$

где *fun* – имя функции с условием задачи; $x0$ – вектор начальных приближений; *options* – дополнительные параметры для оптимизации.

В качестве дополнительного параметра для оптимизации выберем тип алгоритма оптимизации. При решении задачи (9)–(10) был применен среднемасштабный алгоритм *active-set*.

Были получены следующие результаты:

1) для ограничений, соответствующих режиму минимальных нагрузок:

$$\sum_{i=1}^{12} P_{i \min} = 3000,$$

$$P_1 = 738, P_2 = 435, P_3 = 825, P_4 = 215, P_5 = 163, P_6 = 160, P_7 = 150, P_8 = 100, P_9 = 59, P_{10} = 55, P_{11} = 54, P_{12} = 46.$$

$$B = 42\,507 \text{ т у. т.};$$

2) для ограничений, соответствующих режиму максимальных нагрузок:

$$\sum_{i=1}^{12} P_{i \max} = 5500,$$

$$P_1 = 2237, P_2 = 1035, P_3 = 958, P_4 = 215, P_5 = 163, P_6 = 160, P_7 = 150, P_8 = 100, P_9 = 195, P_{10} = 55, P_{11} = 155,46, P_{12} = 76,56;$$

$$B = 48\,874 \text{ т у. т.}$$

Таким образом, используя в качестве исходных данных приведенные эквивалентные характеристики электрических станций, в результате минимизации критерия оптимальности, соответствующего наименьшему расходу топлива, были получены оптимальные значения при распределении активных мощностей на 12 электростанциях.

Заключение. Выполненные исследования с применением направленного поиска по выбору эффективного алгоритма и с использованием пакета MATLAB позволяют определить наиболее эффективный способ оптимизации режима электроэнергетической системы, при котором обеспечивается минимальный расход энергоресурсов в режимах минимальных и максимальных нагрузок концентрированной энергосистемы.

Литература

1. Гурский С. К. Алгоритмизация задач управления режимами сложных систем в электроэнергетике. Минск: Наука и техника, 1977. 368 с.
2. Баркан Я. Д. Эксплуатация электрических систем. М.: Высш. шк., 1990. 304 с.
3. Холмский В. Г. Расчет и оптимизация режимов электрических сетей. М.: Высш. шк., 1975. 280 с.

4. Джон Г. Мэтьюз, Куртис Д. Финк. Численные методы. Использование MATLAB. М.: Издат. дом «Вильямс», 2001. 720 с.
5. Маркина М. В., Судакова А. В. Практикум по решению задач оптимизации в пакете Matlab. Н. Новгород: Нижегород. гос. ун-т, 2017. 49 с.

References

1. Gurskiy S. K. *Algoritmizatsiya zadach upravleniya rezhimami slozhnykh system v elektroenergetike* [Algorithmization of control problems of complex systems regimes in the electric power industry]. Minsk: Nauka i tekhnika Publ., 1977. 368 p.
2. Barkan Ya. D. *Ekspluatatsiya elektricheskikh sistem* [Operation of electrical systems]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1990. 304 p.
3. Kholmskiy V. G. *Raschet i optimizatsiya rezhimov elektricheskikh setey* [Calculation and optimization of electrical networks modes]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1975. 280 p.
4. John G. Matthews, Curtis D. Fink *Chislennyye metody. Ispol'zovaniye MATLAB* [Numerical Methods. Using MATLAB]. Moscow, Will'yams Publ. House, 2001. 720 p.
5. Markina M. B., Sudakova A. V. *Praktikum po resheniyu zadach optimizatsii v pakete Matlab* [Workshop on solving optimization problems in the Matlab package]. Nizhny Novgorod, Nizhegorodskiy gosudarstvennyy universitet Publ., 2017. 49 p.

Информация об авторах

Александров Олег Игоревич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: sanoleg@mail.ru

Лялько Андрей Анатольевич – ассистент кафедры автоматизации производственных процессов и электротехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: andrei.lylko@gmail.com

Information about the authors

Alexandrov Oleg Igorevich – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: sanoleg@mail.ru

Lialko Andrei Anatol'evich – assistant lecturer, the Department of Automation of Production Processes and Electrical Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: andrei.lylko@gmail.com

Поступила 30.03.2018