

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра механики материалов и конструкций

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

**Методические указания
к курсовой работе по одноименной дисциплине
для студентов специальности 1-36 01 08
«Конструирование и производство изделий
из композиционных материалов»**

Минск 2010

УДК 620.17(075.8)

ББК 30.3я73

М 55

Рассмотрены и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета.

Составители:

В. П. Ставров, А. Л. Наркевич, А. В. Спиглазов

Рецензент

кандидат технических наук, доцент
кафедры теоретической механики

Г. М. Хвесько

По тематическому плану изданий учебно-методической литературы университета на 2010 год. Поз. 64.

Для студентов специальности 1-36 01 08 – «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов».

© УО «Белорусский государственный
технологический университет», 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Содержание и порядок выполнения работы.....	5
2. Выбор и описание расчетной схемы.....	8
2.1. Расчетная схема.....	8
2.2. Нагрузка.....	9
2.3. Материал.....	11
2.4. Конструкция.....	12
3. Расчет типичных элементов.....	13
3.1. Общие указания.....	13
3.2. Пояснения к программам расчета.....	15
4. Оформление.....	31
Приложение 1. Варианты заданий.....	34
Приложение 2. Бланк-задание на курсовую работу.....	44
Приложение 3. Физико-механические свойства некоторых кон- струкционных материалов.....	45
Приложение 4. Расчетные программы.....	46
Приложение 5. Титульный лист пояснительной записки.....	87
Литература.....	88

ВВЕДЕНИЕ

Задача изучения механики материалов и конструкций – приобретение студентами навыков расчета типичных элементов конструкции изделий на жесткость, прочность и устойчивость.

Расчеты на жесткость, прочность и устойчивость нагруженных элементов конструкции относятся к важнейшему компоненту работы конструктора. Они выполняются на различных стадиях проектирования изделий. При этом на ранних стадиях проекта проводят преимущественно упрощенные расчеты. На поздних стадиях, когда параметры конструкции изделия, действующие на него нагрузки и другие внешние факторы уточнены, при расчетах используют более сложные модели и методы вычислений, в частности, метод конечных элементов.

В традиционном курсе механики материалов и конструкций (сопротивления материалов) изучаются простейшие модели и методы расчета типичных элементов – стержней, пластин, оболочек. Для наглядности расчетной схемы и получаемого результата на практических занятиях и в расчетно-проектировочных работах ограничиваются наиболее простыми моделями конструкции и схемами нагружения и простейшими вычислительными средствами.

Упрощенные модели и методы расчета пригодны лишь для проектировочных расчетов параметров элементов конструкции по критериям жесткости, прочности и устойчивости. Но уже на ранних стадиях проектирования важно оценить возможные значения параметров конструкции путем анализа различных способов закрепления и условий нагружения изделия, вариантов геометрии и размеров, применяемых для его изготовления материалов. Приобретение студентами навыков составления расчетной схемы и выполнения расчетов на жесткость, прочность и устойчивость типичных элементов конструкции изделий, относящихся к профилю специальности, является основной целью выполнения курсовой работы по механике материалов и конструкций.

Для достижения этой цели студенту предлагается самостоятельно выбрать модели реальной конструкции, расчленив ее на типичные элементы. Возможность анализа различных вариантов нагружения и конструктивного исполнения элементов предоставляется благодаря применению программ расчета, составленных в системе MathCAD. Несмотря на известные особенности программ расчета в этой системе, в текстах программ сохраняется привычное написание расчетных формул и единиц физических величин, что имеет важное значения для

понимания и анализа расчетных формул и получаемого при расчете результата. Изображения элемента конструкции и схемы его нагружения, зависимости, получаемые в результате расчета, также облегчают восприятие и анализ модели и результатов расчета.

Составление программ расчета не входит в задачу курса и курсовой работы, поэтому студенту предлагается использовать готовые программы. Они написаны в версии MathCAD v8 [10], и потому могут быть реализованы без ограничений в более поздних версиях системы.

1. СОДЕРЖАНИЕ И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Индивидуальное задание студенту на курсовую работу предусматривает выполнение, как правило, не менее пяти видов расчета на прочность, жесткость и (или) устойчивость нескольких (не менее трех) типичных элементов конструкции, входящих в состав одного изделия.

В отдельных случаях задание может предусматривать расчеты изделий, связанные с научной исследовательской работой, выполняемой на кафедре, или предложенной заинтересованными предприятиями. При этом курсовая работа может включать испытания материалов, расчеты элементов конструкции из этих материалов, испытания элементов конструкции и (или) исследование их с помощью компьютерных моделей. Такие исследовательские курсовые работы могут быть комплексными и предусматривать решение взаимосвязанных задач несколькими студентами.

В качестве темы курсовой работы может быть предложено также проведение расчетов и экспериментов, связанных с постановкой или модернизацией лабораторных работ по механике материалов и конструкций или по другим дисциплинам специальности.

Задания по форме, указанной в приложении 1, выдаются в начале 4-го семестра. Указываются виды расчетов, требования к содержанию и срокам выполнения этапов работы. Изделия, схемы нагружения и возможные виды расчетов приведены в приложении 2.

Курсовую работу выполняют в соответствии с общими требованиями к курсовым проектам (работам), изложенными в стандарте БГТУ [7].

Курсовая работа включает:

– выделение частей изделия, моделируемых типичными элементами – стержнем, пластиной, оболочкой, трубой, диском, методы расчета которых изучаются в курсе механики материалов и конструкций;

- разработку расчетной схемы для каждого элемента конструкции: задание (определение) нагрузки; выбор материала (если не указан в задании); задание геометрических параметров;
- предусмотренные заданием виды расчетов элементов конструкции на жесткость, прочность, устойчивость, выносливость;
- оформление пояснительной записки.

Работу выполняют последовательно, по мере изучения материала курса. Сначала выделяют типичные элементы конструкции и проводят расчеты элементов, моделируемых стержнем, работающим на растяжение (сжатие), кручение или изгиб, условные расчеты соединений – сварных, заклепочных, болтовых. Затем, после изучения соответствующих разделов второй части курса, рассчитывают статически неопределимые стержневые системы, пластины, оболочки, трубы и диски, выполняют расчеты на устойчивость, на прочность при сложном напряженном состоянии, за пределами упругости, при динамических и циклически изменяющихся нагрузках.

В курсовой работе возможны различные подходы:

- использование готовых решений (расчетных формул), приводимых в учебниках и учебных пособиях по механике материалов и конструкций (сопротивлению материалов), в справочниках, в научно-технической литературе и нормативно-технических документах (стандартах, технических условиях и т. п.);
- вывод необходимых для расчета соотношений на основе уравнений, описывающих поведение изучаемого элемента конструкции;
- применение программ расчета типичных элементов конструкции в системе MathCAD, приведенных в приложениях к данным методическим указаниям.

Каждый из указанных подходов имеет определенные достоинства и недостатки. Использование готовых формул сокращает объем вычислений. Однако надо иметь в виду, что эти формулы в большинстве своем получены в результате серьезных упрощений расчетной схемы, введения таких предположений о нагрузке, свойствах материала и параметрах конструкции изделия, которые далеко не всегда оправданы для рассматриваемого элемента конструкции. Упрощенные модели пригодны для предварительной оценки жесткости и прочности элементов конструкции. На последующих этапах выполнения работы должны быть выполнены уточненные расчеты наиболее ответственных элементов.

Вывод расчетных формул при более общих предположениях относительно характера нагрузки и геометрии элементов конструкции

сопряжен, как правило, с трудностями математического характера, поэтому выводы рекомендуются только в темах, относящихся к учебно-исследовательской работе студента.

Широкое применение средств вычислительной техники стало в настоящее время нормой при конструировании различных изделий, поскольку позволяет существенно усложнить модель, повысить за счет этого точность учета особенностей нагрузки и формы элементов конструкции. Однако применение общих или специальных программных средств для решения конкретных задач не избавляет от необходимости четкой постановки задачи расчета, выбора подходящей модели, задания обоснованных исходных данных и метода вычислений, критического анализа получаемых результатов. В связи с этим необходимы проверка соответствия полученных значений показателей жесткости и прочности физическому смыслу рассматриваемой задачи и сравнение их с результатами расчетов по упрощенным схемам.

Разработка методов и составление программ расчета элементов конструкций выходит за рамки курса и не является целью данной курсовой работы. Лишь в отдельных случаях (в качестве темы учебно-исследовательской работы по данной дисциплине) может быть предложено использовать или составить оригинальную программу.

Механика материалов и конструкций – прикладная учебная дисциплина. Ее назначение – обучение методам практических расчетов на жесткость, прочность и устойчивость простейших (типичных) элементов конструкции изделий. Поэтому и при выполнении курсовой работы во всех случаях обязательно обоснование используемых моделей и исходных данных и их применимости для рассматриваемого элемента конструкции, сравнительная оценка результатов с данными, полученными с использованием других моделей и методов.

Студент периодически, в сроки, указанные в задании, отчитывается перед руководителем о выполнении соответствующих этапов работы. Курсовая работа, оформленная в соответствии с требованиями СТП БГТУ 002-2007, сдается за неделю до окончания семестра, а ее защита намечается на последнюю неделю семестра. По результатам защиты курсовой работы выставляется дифференцированная оценка.

2. ВЫБОР И ОПИСАНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ

2.1. Расчетная схема

Понятие модели элемента конструкции, обозначаемое термином «расчетная схема», включает не только графическое изображение (схему приложения) нагрузки и способа закрепления этого элемента, но и все предположения о его геометрии, о свойствах материала, из которого он изготовлен, используемые в дальнейших расчетах.

Выбор расчетной схемы относится к одному из основных компонентов курсовой работы. Студент должен показать умение перейти от реальной конструкции, изображенной на чертеже (эскизе), от реальных нагрузок, действующих на изделие в заданных условиях эксплуатации, к модели, обеспечивающей расчет изделия на жесткость и прочность методами, изучаемыми в курсе механики материалов и конструкций.

Вводимые предположения упрощают расчет, но служат причиной отклонений его результатов от действительных значений, имеющих место в изделии. Поэтому выбор расчетной схемы, принятые при этом предположения и упрощения должны быть обоснованы.

Обычно для одного и того же элемента конструкции можно принять различные расчетные схемы. На практике используют принцип гарантированного запаса прочности и жесткости: расчетную схему выбирают таким образом, чтобы запас прочности (жесткости) в реальной конструкции был не меньше рассчитанного. Такой подход обеспечивает надежность элемента конструкции в условиях эксплуатации. Но при этом необходимо иметь в виду, что увеличение запаса прочности и жесткости неизбежно означает увеличение массы элемента конструкции, его стоимости и снижение экономической эффективности всей конструкции. По этой причине при конструировании ответственных изделий обычно не ограниваются упрощенными расчетами, проводимыми на ранних стадиях разработки. После уточнения геометрических параметров конструкции и условий эксплуатации обычно проводят уточненные расчеты, используя более строгие модели и более сложные методы, чем изучаемые в курсе механики материалов и конструкций, испытывают макеты (упрощенные варианты изделия), оценивают поведение отдельных элементов конструкции при испытаниях изделий в условиях эксплуатации или близким к ним, моделируемым на испытательных стендах и полигонах. Чем сложнее и ответственнее изделие, тем больший объем расчетов и испытаний элементов его конструкции.

При выполнении данной курсовой работы ограничиваются только простейшими расчетными схемами, используют упрощенные геометрические модели элементов конструкции и варианты приложения нагрузки и, как правило, только табличные характеристики свойств материалов.

2.2. Нагрузка

Усилия, действующие на элемент конструкции, являются результатом взаимодействия его с внешней средой и с другими элементами конструкции. С учетом этого нагрузку на выделенный элемент конструкции определяют:

- 1) по заданным параметрам воздействий внешних факторов при эксплуатации изделия, в состав которого входит данный элемент конструкции;
- 2) по нагрузке, прикладываемой к другим элементам конструкции, и условиям взаимодействия с ними рассчитываемого элемента;
- 3) по нормативным значениям, при которых проводят испытания данного элемента конструкции или изделия в целом.

Согласно первому способу, нагрузку на парус, например, рассчитывают по ветровому давлению при допустимых значениях скорости ветра, нагрузку на сиденье – по массе пассажира и допустимому вертикальному ускорению.

Для применения первого способа должны быть заданы или приняты предположительно условия эксплуатации. Например, в приведенных выше примерах – максимальная скорость ветра, зависящая от района плавания; наибольшая масса пассажира и допустимое вертикальное ускорение, зависящее от категории дорог, и т. п.

При определении нагрузки по второму способу должны быть известны нагрузки на изделие в целом и характер их передачи на рассчитываемый элемент. Например, крутящий момент, передаваемый карданным валом, оценивают по мощности привода и частоте вращения, а усилие, действующее на лопасть весла, – по максимальному усилию, которое может создать гребец.

По третьему способу нагрузку на мачту парусной лодки, например, принимают равной нагрузке, прикладываемой при испытаниях на жесткость и прочность (согласно нормативной документации).

В табл. 1 приведены некоторые типичные случаи внешней (активной) нагрузки элементов конструкции и формулы, используемые для ее оценки.

Типичные виды нагрузки

Вид нагрузки	Расчетная формула	Параметры
Сила тяжести	$q = \rho g$ $F = \rho g V = mg$	ρ – плотность вещества; g – ускорение свободного падения; V – объем тела; m – масса тела
Инерционная центробежная	$q = \rho w$ $q = \rho \omega^2 R$	w – ускорение; ω – угловая скорость; R – радиус
Статическое давление жидкости	$p = \rho gh$	h – толщина слоя (высота столба) жидкости
Скоростной напор	$p = \rho v^2 / 2$	ρ – плотность движущейся среды; v – скорость перемещения
Динамическая (ударная)	$F_d = k_d F_{ст}$ $k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{v_0^2}{g f_{ст}}}$ $F_{уд} = S_{уд} / \Delta t$ $S_{уд} = m(v_0 - v_k)$	k_d – коэффициент динамичности; $F_{ст}$ – статическая нагрузка; $f_{ст}$ – перемещение при статической нагрузке; $S_{уд}$ – ударный импульс; v_0, v_k – начальная и конечная скорости; Δt – продолжительность ударного воздействия

Помимо указанных выше активных нагрузок к элементу конструкции прикладывают реакции связей – нагрузки, обусловленные взаимодействием с другими элементами, сопряженными с рассчитываемыми. Их находят из условий равновесия (движения) элемента методами, изучаемыми в курсе теоретической механики. Определенную сложность при этом вызывают отнесение нагрузки к сосредоточенной или распределенной, учет совместных деформаций сопрягающихся элементов, характера приложения нагрузки и т. п. Если нет достаточных оснований, в первом приближении всегда ограничиваются более простым вариантом: распределенную нагрузку заменяют сосредоточенной, пренебрегают динамическим характером ее приложения, неравномерным распределением в зоне контакта и т. п.

Полагают, что способ приложения нагрузки не влияет на напряженное и деформированное состояние только в области, достаточно удаленной от мест закрепления элемента или приложения активной нагрузки (принцип Сен-Сенана).

Некоторые из указанных выше факторов учитывают во втором приближении, уточняя расчетную схему, а затем сравнивают результаты расчета по двум схемам.

2.3. Материал

В механике материалов и конструкций материал элементов конструкции считают изотропным, однородным и идеально упругим. Эти предположения оправданы при расчетах на жесткость и прочность конструкций из металлов и керамики, но для полимерных и композиционных материалов они допустимы лишь при определенных условиях, например при растяжении или сжатии в главных осях симметрии структуры армированных волокнами композитов. Анизотропия, неоднородность и вязкоупругость материала при этом не учитываются.

При выполнении курсовой работы характеристики упругих и прочностных свойств материала принимают согласно нормативным документам (стандартам или техническим условиям), по справочникам, компьютерным банкам данных. Если в задании отсутствуют специальные указания относительно характеристик материалов, то при выполнении расчетов типичных элементов конструкции могут использоваться приближенные значения показателей свойств материалов, приведенные в табл. 2.

При этом обязательно указывают марку (группу) материала, его вид и состояние, для которых эти данные справедливы, и источник, согласно которому приняты эти данные (за исключением случая, когда показатели свойств приняты согласно приложению 2 данных методических указаний).

Например: «Сталь 45Х закаленная», «полиамид-6, наполненный стекловолокном, 30% мас.» или «Материал мембраны – бронза БрБ2 ГОСТ 18175-78, условный предел текучести 1260 МПа, предел прочности 1400 МПа, модуль Юнга 129 ГПа, температурный коэффициент линейного расширения $5,8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ [4]». В последнем случае в списке литературы указывают источник: «4. Проектирование датчиков для измерения механических величин / под. ред. Е. П. Осадчего. – М.: Машиностроение, 1979. – С. 480».

В работах, предусматривающих исследования материалов, характеристики свойств, указанные в задании, определяют экспериментально, испытывая образцы материала по стандартизованным методикам. При расчетах используют средние значения показателей, полученных в результате испытаний.

2.4. Конструкция

К типичным моделям элементов конструкции изделий, расчет которых изучается в курсе механики материалов и конструкций, относятся стержень, пластина, оболочка. Отличительный признак этих моделей – малость хотя бы одного из характерных размеров (например, диаметра стержня, толщины пластины или оболочки) по сравнению с другими размерами.

Обычно размер считают малым, если он составляет не более 0,1 от сравниваемого размера. Однако точность расчета по приближенным соотношениям, выведенным в предположении малости относительных размеров, зависит еще и от формы, условий нагружения и закрепления элемента конструкции.

Модель элемента конструкции характеризуют, указывая ее основные признаки, влияющие на выбор метода расчета или расчетных формул: прямолинейный или криволинейный (например, кольцевой) стержень, круглая или прямоугольная в плане пластинка, цилиндрическая или сферическая оболочка и т. п.

Если размеры сечения типичного элемента переменны, то указывают характер их изменения, приводят соответствующие соотношения.

При построении простейших моделей пренебрегают наличием местных утолщений, отверстий, проточек, других конструктивных элементов и отклонений формы. Влияние этих факторов на прочность учитывают во втором приближении, например, путем оценки концентрации напряжений или путем задания увеличенных коэффициентов запаса прочности.

3. РАСЧЕТ ТИПИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

3.1. Общие указания

Программы расчета типичных элементов, приведенные в приложении 4, составлены в системе MathCAD. Приводимые ниже указания предназначены лишь для пояснения применяемых в приложении 4 величин, методов расчета и расчетных формул, но не для изучения соответствующих разделов дисциплины, и потому ни в коей мере не заменяют учебники и учебные пособия. Ссылки на литературные источники, из которых заимствованы те или иные сведения и расчетные формулы, даны непосредственно в текстах программ, согласно перечню литературы, приводимому в конце Методических указаний.

Одна из особенностей расчетов в системе MathCAD состоит в необходимости соблюдения строгой последовательности задания используемых величин и их единиц. Поэтому в начале каждого блока программ приводятся перечни используемых обозначений и единиц физических величин. Для облегчения их восприятия в основном сохранены обозначения величин, принятые в курсе механики материалов и конструкций. Индексы используются лишь для обозначения компонентов вектора.

Написание единиц величин дано на русском языке. Это также возможно лишь после предварительного их задания перед текстом каждой программы.

В тексты программ встроены рисунки, поясняющие геометрию, схему нагружения и закрепления типичного элемента. Приводятся различные варианты конструкции элемента и геометрии сечений, расчетные формулы для их параметров. В то же время программы не содержат готовые решения всех задач, возникающих при выполнении курсовой работы. Но для большинства задач необходимое решение может быть получено на основе частных случаев, приведенных в приложении 4.

Программа воспринимает как истинное только последнее значение величины, указанное перед расчетным соотношением, в которое входит эта величина. Поэтому параметры элемента, другие исходные величины, используемые при расчетах, должны быть заданы ранее, чем записаны формулы, в которые они входят, и обязательна проверка правильности указанных перед расчетной формулой значений исходных величин. Во избежание ошибок следует выделять ту или иную часть программы в отдельный файл и вводить в него нужный вариант геометрии, числовых значений исходных величин согласно условию задачи.

Как правило, на рисунках изображены общие случаи нагружения элемента. Частные случаи могут быть получены путем исключения тех или иных нагрузок. Это делается путем указания параметров нагрузок и присвоения нулевых значений отсутствующим или не подлежащим учету силовым факторам.

С другой стороны, число нагрузок и их видов может быть увеличено путем добавления соответствующих значений в матрицы, задающие векторы нагрузок и их координаты, при обязательном уточнении размерности этих векторов, помещаемой перед ними.

Для задания нагрузок, действующих на части элемента, или размеров, изменяющихся ступенчато, а также для учета тех или иных силовых факторов на части элемента в программах используется функция Хевисайда: $\Phi(z - z_i) = 0$, если $z < z_i$, и $\Phi(z - z_i) = 1$, если $z \geq z_i$ (рис. 1).

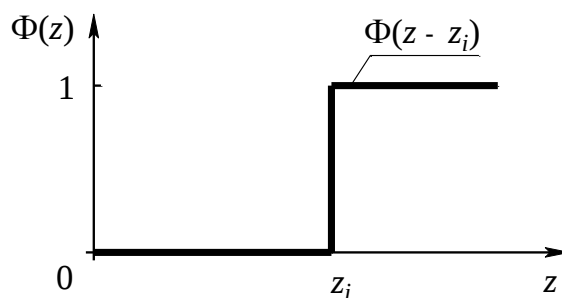


Рис. 1. Функция Хевисайда

Если задаваемая величина отлична от нуля на участке от 0 до z_i и равна нулю при $z_i > z$, то значение этой величины умножают на функцию $\Phi(z_i - z)$, которая равна 1 при $z \leq z_i$ и $\Phi(z_i - z) = 0$ при $z > z_i$.

Величину, отличную от нуля на участке $z_i < z \leq z_j$, задают, умножая ее значение на произведение функций Хевисайда $\Phi(z - z_i)\Phi(z_j - z)$, которое равно 1 только на этом участке.

Расчетные формулы представлены в конечном виде или в виде функций, задающих зависимость рассчитываемой величины от других, или в виде интегралов, вычисление которых дает данную величину. Это позволяет сравнивать расчетные формулы с приводимыми в литературных источниках. Рекомендуется также сравнивать результаты расчета с полученными по формулам, приводимым в учебниках или справочниках для простейших частных случаев.

Значения отдельных величин, получаемых в результате расчета, выводятся в числовом виде. Кроме того, результаты расчета при необ-

ходимости иллюстрируются рисунками. Данные графики предназначены для анализа зависимостей рассчитываемых величин от координат и каких либо факторов, а также для проверки соответствия рассчитанных зависимостей с ожидаемыми из условий нагружения и закрепления рассчитываемого элемента данными.

3.2. Пояснения к программам расчета

В приложении 4 программы расчета объединены в шесть блоков по геометрическим признакам элементов и случаям нагружения. Для упрощения поиска в пояснениях, приводимых ниже, сохранены нумерация и наименования частей в этом приложении.

1. Стержень. Растяжение и сжатие

1.1. Стержень переменного сечения [П4, п. 1.1]. Начало отсчета по координате z , направленной вдоль оси стержня, помещают в точке закрепления стержня, перемещение которой равно нулю (рис. 2).

Размеры $b(z)$, $h(z)$ и, следовательно, площадь $A(z)$ поперечного сечения стержня задают как линейные или любые иные функции координаты z . Задают характеристики материала – плотность (если учитываются силы тяжести или центробежные силы), модуль Юнга и допускаемое напряжение (при проектировочных расчетах, когда необходимо найти параметры сечения или допускаемую нагрузку).

Задают Fz_{iF} – проекции на ось z сосредоточенных сил, приложенных в точках с координатами ZF_{iF} , распределенные по объему силы тяжести или центробежные силы интенсивностью $fg(z)$, а также проекции на ось z распределенных по поверхности сил $q(z)$ (см. рис. 2). При этом учитывается изменение площади поперечного сечения стержня $A(z)$ и периметра $\Pi(z)$ в зависимости от координаты z .

Продольное усилие $N(z)$ является функцией координаты z и находится из условия равновесия части стержня, отсекаемой плоскостью $z = \text{const}$:

$$N(z) = \sum_{iF} Fz_i \Phi(z - ZF_{iF}) + \int_z^{L_0} \Pi(z) q(z) dz + \int_z^{L_0} A(z) fg(z) dz. \quad (1.1)$$

Согласно принципу суперпозиции каждый силовой фактор может быть рассмотрен отдельно, а общий для системы результат будет рассчитан путем сложения полученных величин.

Напряжения в сечении z стержня

$$\sigma(z) = \frac{N(z)}{A(z)}. \quad (1.2)$$

При проверочном расчете на прочность наибольшее значение напряжений сравнивают с допускаемым, а при проекторочном расчете, приравнявая его к допускаемому значению, находят размеры поперечного сечения стержня.

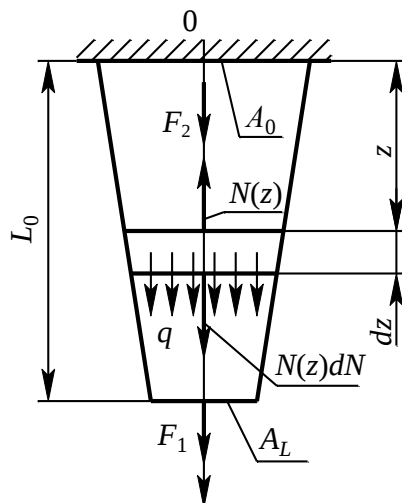


Рис. 2. Растяжение стержня переменного сечения

Если модуль Юнга не зависит от координаты по длине стержня, то деформации в сечении z равны $\varepsilon(z) = \frac{\sigma(z)}{E}$. Перемещение сечения z (удлинение части стержня от z до L_0) равно

$$\Delta L(z) = \int_z^{L_0} \frac{\sigma(z)}{E} dz. \quad (1.3)$$

Перемещение конца стержня получают интегрированием деформации по всей длине: $\Delta L_k(L_0)$.

Если температура стержня изменяется на $\Delta T = T - T_0$, где T_0 – начальная температура, то к деформации от нагрузки добавляется температурная деформация, равная $\varepsilon_T = \alpha_T \Delta T$ (α_T – коэффициент линейного температурного расширения материала). От размеров сечения стержня температурная деформация не зависит, а удлинение стержня равно $\Delta L_T = \varepsilon_T L_0$.

1.2. Определение размеров сечения из условия равнонапряженности [П4, п. 1.2]. Напряжения в стержне с постоянным сечением распределены неравномерно, а оптимальную геометрию при действии, например, только силы тяжести находят из условия равнонапряженности (постоянства напряжений по длине стержня): $\sigma(z) = \sigma_d = \text{const}$ относительно z . Удовлетворяющая этому условию площадь сечения изменяется по экспоненте

$$A(z) = A_L \exp \left[\frac{\rho g}{\sigma_d} (L_0 - z) \right], \quad (1.4)$$

где A_L – площадь сечения при $z = L_0$.

1.3. Стержень кольцевого сечения под действием сил тяжести [П4, п. 1.3]. В этом частном случае на стержень действует только сила тяжести. Наружный D и внутренний d диаметры могут быть переменными вдоль оси z . Продольную силу находят по формуле (1.1), сохраняя в правой части только последнее слагаемое. Соответственно по формуле (1.3) находят удлинение.

1.4. Стержень под действием центробежных сил [П4, п. 1.4]. Если стержень длиной L_0 вращается с частотой n (угловая скорость равна ω), то интенсивность центробежных сил, действующих на части стержня, зависит от радиуса r : $f(r) = \rho \omega^2 r$.

Зависимость площади сечения от радиуса, определяемая из условия равнонапряженности материала в сечениях стержня, задается формулой

$$A(z) = A_R \exp \left[\frac{\rho \omega^2}{2\sigma_d} (R^2 - r^2) \right]. \quad (1.5)$$

Здесь A_R – заданная площадь сечения на конце стержня (при $r = R$). Принимая в формуле (1.5) $r = r_0$, находят площадь сечения A_0 .

1.5. Хомут [П4, п. 1.5]. Натяжение ленты, переброшенной через цилиндрический гребень радиусом R (рис. 3.), создает среднее на поверхности цилиндра давление p_0 . Из условия равновесия следует формула, связывающая давление с натяжением ленты: $F = p_0 R b$, где b – ширина ленты. Натяжение каждой ветви ленты F выражается через напряжение в ленте формулой $F = \sigma A$, где $A = bh$; а h – толщина ленты. Следовательно, напряжение в ленте выражается через давление формулой $\sigma = \frac{p_0 R}{h}$.

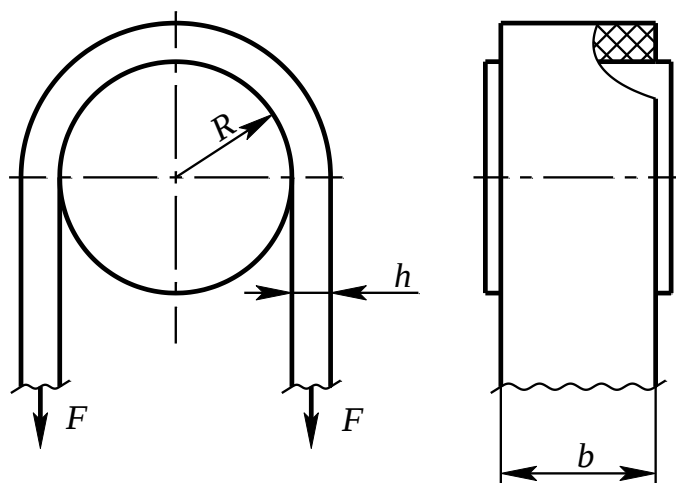


Рис. 3. Схема нагружения хомутового соединения

1.6. Составной стержень (болтовое соединение) [П4, п. 1.6]. В приложении приведен пример расчета напряжений в болтовом соединении (рис. 4.) [8]. Болт длиной L_0 стягивает пакет из n втулок, длина которых L_i ($i = 1, \dots, n$; $\sum F_i = L_0$), площадь сечения A_i , изготовленных из различных материалов с модулями упругости E_i . Неоднородностью напряженного поля в местах контакта втулок и размерами шайб можно пренебречь [2, 8].

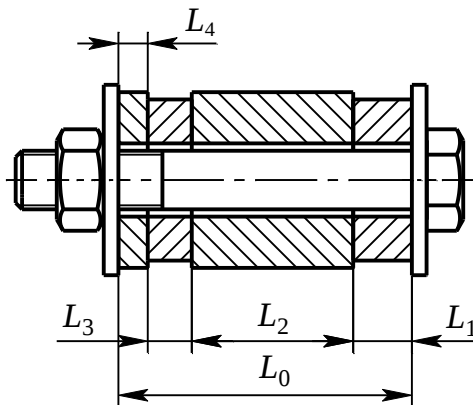


Рис. 4. Схема болтового соединения

После затяжки соединения в болте действует растягивающее усилие F_0 , которое для втулок и шайб является сжимающим. Для определения усилия затяжки используют уравнение совместности деформации. Удлинения и укорочения элементов пропорциональны величине усилия затяжки, площади поперечного сечения и модулю упругости материала, из которого они изготовлены. Следовательно,

$$\sum_i \Delta L_i + \Delta L_0 = h_3 \quad (1.6)$$

где $\Delta L_i = \frac{F_0 \cdot L_i}{E_i A_i}$ и $\Delta L_0 = \frac{F_0 \cdot L_0}{E_0 A_0}$ – соответственно, укорочение и удлинение втулок и болта; h_3 – перемещение гайки при затяжке болта, можно определить через шаг резьбы болта t и количество оборотов при затяжке N_3 ($h_3 = N_3 t$).

Напряжения в деталях соединения равны по модулю $\sigma_i = \frac{F_0}{A_i}$. Действующие во втулках напряжения, как и напряжение в болте, сравнивают с допускаемыми для соответствующего материала.

При расчетах на жесткость удлинение стержня сравнивают с допускаемым или находят размеры поперечного сечения стержня из условия, что удлинение не превышает допускаемого значения.

1.7. Устойчивость сжимаемого стержня [П4, п. 1.7]. Потеря устойчивости сжимаемого стержня приводит к продольному изгибу. В качестве условия потери устойчивости для стержня постоянного по длине сечения принимают достижение продольной силой F критического значения, которое находят по формуле Эйлера. При этом учитывают условия закрепления стержня (по коэффициенту приведения длины) и величину наименьшего главного момента инерции его сечения.

2. Стержень. Изгиб

2.1. Геометрические характеристики сечений [П4, п. 2.1]. В качестве справочного материала приведены основные параметры некоторых типичных сечений – размеры, площади сечений, моменты инерции относительно главных осей. Они могут быть использованы для расчетов стержней на изгиб путем переноса подходящего фрагмента из этой части в соответствующую часть программы.

Для расчета геометрических характеристик составных сечений, представляемых совокупностью некоторых простых фигур, используются соотношения, вытекающие из формулы преобразования этих характеристик при параллельном переносе координатных осей.

Если оси x и y – главные центральные, а x_1 и y_1 – параллельные им произвольные оси, моменты инерции относительно которых известны, x_0 и y_0 – координаты центра тяжести сечения в осях x_1 , y_1 (расстояния между соответствующими произвольными и центральными осями), то

$$J_x = \int_A (y_1 - y_0)^2 dA \text{ и } J_y = \int_A (x_1 - x_0)^2 dA \quad (2.1)$$

или

$$J_x = J_1 - y_0^2 A \text{ и } J_y = J_2 - x_0^2 A. \quad (2.2)$$

Ряд сложных сечений в некотором приближении можно представить как набор из n элементов в виде прямоугольников и параллелограммов (рис. 5). В этом случае формула для главного момента инерции относительно центральной оси x записывается в следующем виде, удобном для расчета на ПЭВМ:

$$J_x = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n b_i (h_i^3 - h_{i-1}^3) - \frac{1}{4A} \left[\sum_{i=1}^n b_i (h_i^2 - h_{i-1}^2) \right]^2. \quad (2.3)$$

При этом площадь сечения A и ордината центра тяжести y_0 равны соответственно

$$A = \sum_{i=1}^n b_i (h_i - h_{i-1}) \text{ и } y_0 = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n b_i (h_i^2 - h_{i-1}^2). \quad (2.4)$$

Для вычислений геометрических характеристик по этим формулам достаточно задать матрицы значений b_i и h_i для элементов сечения. Этот случай иллюстрируется примером [П4, п. 2.1, к].

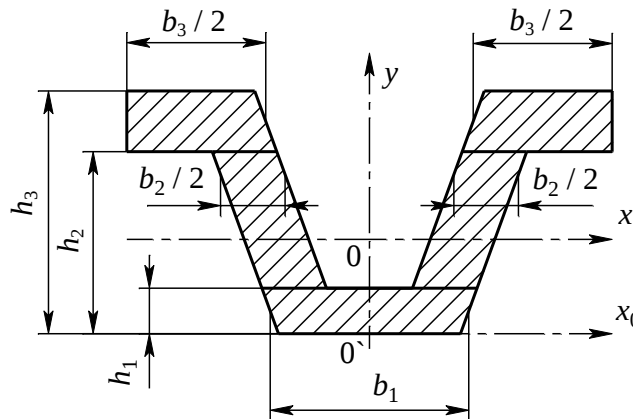


Рис. 5. Сложное сечение

2.2. Стержень переменного и составного сечения [П4, п. 2.2].

Прямолинейный стержень длиной L (рис. 6) опирается в точках A и B с координатами z_A и z_B (в случае жесткой заделки на одном из концов стержня следует задать две близко расположенные опоры).

Рассматривается плоский изгиб, при котором стержень нагружен в плоскости yz системой сосредоточенных сил, приложенных в точках с координатами z_i , проекции которых на ось y равны Fy_{iF} ($iF = 0, 1, \dots, nF$), и системой распределенных сил интенсивностью q_{iq} , являющихся в общем случае линейными функциями координат и приложенных на участках от z_{iH} до z_{iK} . В число распределенных сил могут входить и силы тяжести интенсивностью $fg(z)$, зависящей от плотности материала и площади сечения стержня. Реакции опор в число заданных сил не входят. Величины реакций рассчитываются из условий равновесия.

Внутренние силовые факторы – поперечные силы и изгибающие моменты – в произвольном сечении Z вычисляются из условий равновесия путем суммирования всех сил (или моментов), приложенных слева от данного сечения.

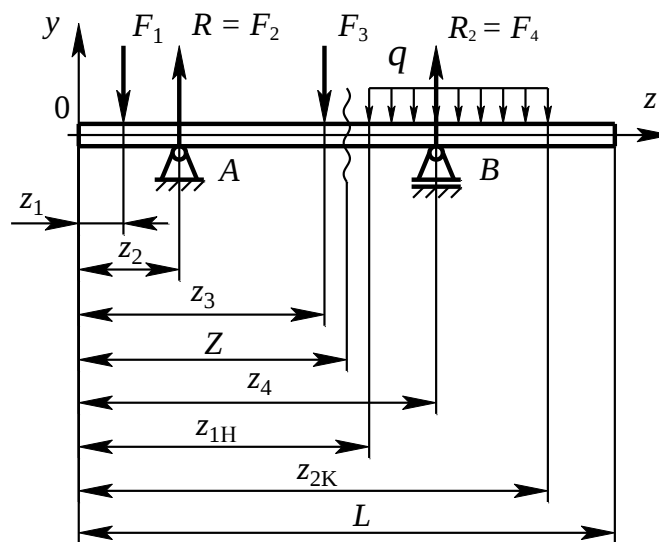


Рис. 6. Схема нагружения балки

Если на стержень действуют только сосредоточенные силы (включая реакции опор), проекции которых на ось y равны Fy_{iF} , то поперечная сила $Qy(Z)$ в произвольном сечении Z в соответствии с правилом знаков, принятым в механике материалов и конструкций, равна сумме проекций сил, точки приложения которых находятся слева от сечения, т. е. $z_{iF} < Z$:

$$Qy(Z) = \sum_{z_{iF} < Z} Fy_{iF}. \quad (2.5)$$

Поскольку сумма в правой части формулы (2.5) включает только проекции сил, точки приложения которых расположены

слева от сечения Z , то, используя функции Хевисайда (см. рис. 1 на с. 14), можно записать

$$Q_y(Z) = \sum_{iF} Fy_{iF} \Phi(Z - z_{iF}). \quad (2.6)$$

Аналогично вычисляется и изгибающий момент в произвольном сечении стержня. Согласно правилу знаков, он положителен, если, будучи приложенным справа от сечения, направлен против часовой стрелки. С учетом этого изгибающий момент от сосредоточенных сил рассчитывается по формуле:

$$M_x(Z) = \sum_{iF} Fy_{iF} (Z - z_{iF}) \Phi(Z - z_{iF}). \quad (2.7)$$

Если помимо сосредоточенных сил на стержень действуют распределенные нагрузки, то к поперечным силам и изгибающим моментам, заданным формулами (2.6) и (2.7), добавляются слагаемые, учитывающие эти распределенные нагрузки.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов, а также определение их значений в характерных точках позволяет проверить правильность вычислений.

При относительно малых искривлениях оси изгибаемого стержня, изготовленного из однородного материала с модулем упругости E , дифференциальное уравнение ее в плоскости yz записывается в виде:

$$y'' \equiv \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M_x(z)}{EJ_x(z)}. \quad (2.8)$$

Изменение формы оси стержня (рис. 7) – углы поворота его сечений $\theta(z) \equiv y'(z)$ и прогибы $y(z)$ – находят, интегрируя уравнение при заданных начальных условиях, зависящих от способа закрепления.

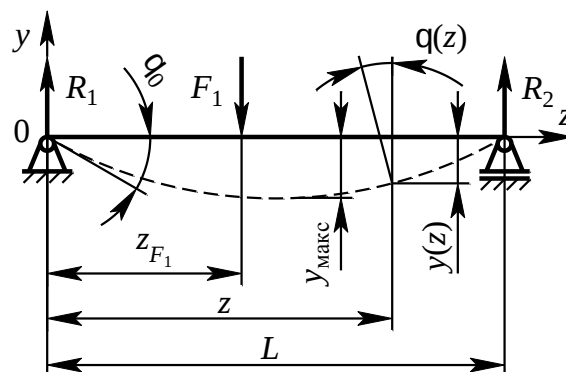


Рис. 7. Определение прогибов и углов поворота

В общем случае

$$\theta(z) = \int \frac{M_x(z)}{EJ_x(z)} dz + C_1; \quad (2.9)$$

$$y(z) = \iint \frac{M_x(z)}{EJ_x(z)} dz dz + C_1 z + C_2, \quad (2.10)$$

где C_1 и C_2 – постоянные интегрирования, зависящие от условий закрепления стержня.

Один из алгоритмов вычисления интегралов (2.9) и (2.10), задающих углы поворота сечений и прогибы стержня, известен в курсе механики материалов и конструкций (сопротивления материалов) как метод начальных параметров. Для упрощения вычислений, согласно этому методу, дополнительно к условию однородности материала вводят условие постоянства поперечного сечения стержня $J_x(z) = \text{const}$ и постоянства распределенной нагрузки $q_{yj}(z) = \text{const}$ в зависимости от координаты z для каждого участка. Это позволяет записать расчетные формулы для углов поворота сечений и прогибов оси стержня в виде полиномов. Используя известные из условий закрепления стержня значения углов поворота сечений и прогибов, получают уравнения для определения постоянных интегрирования.

Если модуль упругости и (или) момент инерции сечения не зависят от координаты z , то эти величины могут быть вынесены за знак интегралов в правых частях формул (2.9) и (2.10). Сложность вычисления зависит от вида функции, описывающей изменение изгибающего момента по длине балки.

В простейших частных случаях вычисление интегралов, заданных формулами (2.9) и (2.10), приводит к относительно простым формулам. Однако в большинстве случаев, представляющих интерес для практических расчетов, в частности, если изгибающий момент и жесткость стержня заданы кусочно-непрерывными функциями произвольного вида, вычисления оказываются трудоемкими, а получаемые формулы – громоздкими и трудно поддающимися анализу. Тогда прибегают к численному интегрированию уравнения (2.8).

Если θ_0 и y_0 – значения угла поворота сечения и прогиба в начале координат (в точке $z=0$), то в соответствии с методом начальных параметров угол поворота и прогиб для произвольного сечения с координатой Z равен

$$\theta(Z) = \theta_0 + \int_0^Z \frac{M_x(z)}{EJ_x(z)} dz; \quad y(Z) = y_0 + \int_0^Z \theta(z) dz. \quad (2.11)$$

Значения начальных параметров вычисляют, задав значения угла поворота и прогиб для какого-либо сечения или значения прогиба в двух точках оси. В результате, согласно (2.11), получают систему из двух уравнений, решение которой дает начальные параметры. Тогда второе уравнение из (2.11) представляет собой уравнение упругой линии стержня. Согласно этому уравнению строят эпюру прогибов и находят прогибы характерных точек стержня. Эта процедура проиллюстрирована в приложении 4.

Нормальные напряжения в произвольном сечении изгибаемого стержня распределены по линейному закону

$$\sigma(y, z) = \frac{M_x(z)y}{J_x(z)}, \quad (2.12)$$

где $J_x(z)$ – момент инерции относительно центральной оси x сечения.

Наибольшее нормальное (растягивающее или сжимающее) напряжение действует в наиболее удаленной от оси x точке сечения:

$$\sigma_{\max}(y, z) = \frac{M_x(z)}{W_x(z)}, \quad (2.13)$$

где $W_{\max}(y, z) = \frac{J_x(z)}{|y(z)|_{\max}}$ – момент сопротивления сечения при изгибе.

Касательные напряжения определяют по формуле Журавского:

$$\tau(y, z) = \frac{Q_y(z)S_x^*(y, z)}{I_x(z)b(y)}, \quad (2.14)$$

где

$$S_x^*(y, z) = \int_y^{y_{\max}} b(y)y dy - \quad (2.15)$$

статический момент части сечения, ординаты которой от y до $y_{\max}$; $b(y)$ – ширина сечения на расстоянии y от нейтральной оси.

Касательные напряжения принимают наибольшие значения в точках, лежащих на нейтральной оси, в сечении, в котором поперечная сила максимальна. В частных случаях, когда известны выражения параметров, входящих в формулу (2.15), наибольшие касательные напряжения записываются в конечном виде.

2.3. Балка на упругом основании [П4, п. 2.3]. Если стержень, к которому приложена сосредоточенная сила F и распределенные силы интенсивностью q , взаимодействует с упругим основанием, то реакция в произвольном сечении z пропорциональна перемещению стержня в этом сечении: $q_R = -k_y y$. Коэффициент пропорциональности k_y зависит от жесткости основания. К такой схеме сводится, например, деформирование доски, лодки или иного изделия, моделируемого плоским стержнем шириной b и находящегося на поверхности воды (рис. 8).

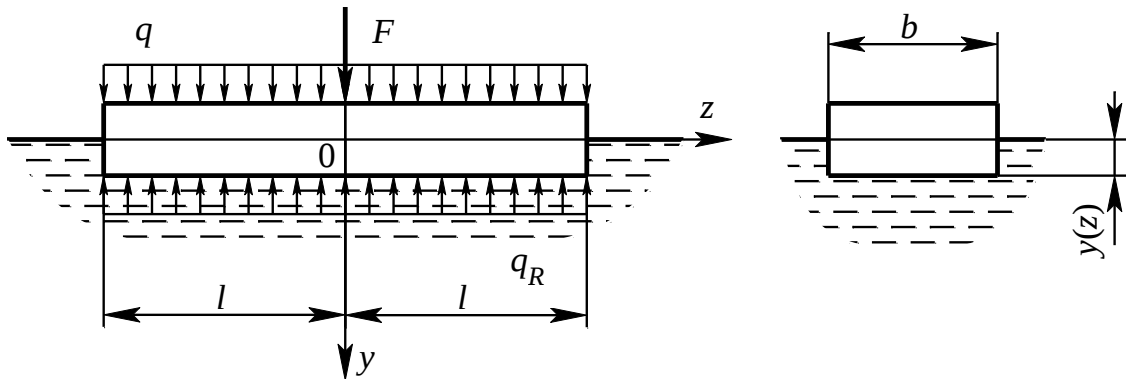


Рис. 8. Схема нагружения балки на упругом основании

Давление воды на днище пропорционально глубине погружения y , поэтому $q_R = -\rho_b g b y$, т. е. в данном случае $k_y = \rho_b g b$ (ρ_b – плотность воды). Если ордината y отсчитывается от положения ненагруженного тела, то силы тяжести, равномерно распределенные по длине стержня, можно исключить из уравнений. Исходную глубину погружения рассчитывают из условия равновесия: $y_0 = -h\rho / \rho_b$ (ρ – приведенная плотность конструкции). Предполагается также, что $y < h$, т. е. верхняя поверхность стержня не покрыта водой.

Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня с жесткостью при изгибе EJ_x имеет вид [9, с. 170]:

$$y^{(IV)} - 4k_y^4 y = \frac{q}{EJ_x}. \quad (2.16)$$

Общее решение уравнения (2.16) зависит от длины балки. Балку считают короткой, если $kL_0 < 0,6$, средней длины, если $0,6 < kL_0 < 5$, и длинной, если $kL_0 > 5$ (L_0 – длина стержня) [8]. Четыре постоянные интегрирования находятся из граничных условий.

Расчетные формулы для прогибов и изгибающего момента в случае нагружения короткой балки сосредоточенной силой, приложенной в середине, приведены в приложении 4 согласно [8, с. 25].

2.4. Частота свободных колебаний [П4, п. 2.4]. Согласно [9, с. 483–485] приводятся формулы для частоты свободных колебаний изгибаемого стержня с постоянным по длине сечением при двух случаях закрепления.

3. Стержень кривой и кольцо

3.1. Консольный стержень. Изгиб [П4, п. 3.1]. Приведен пример расчета тонкого стержня, выполненного в виде дуги окружности ($0 < \varphi_0 < 2\pi$) с жесткой заделкой на одном конце и нагруженного произвольной силой в плоскости оси стержня на другом. Расчетные формулы для внутренних силовых факторов и перемещений конца стержня заимствованы из справочника [5, т. 1, с. 301].

3.2. Стержень на двух опорах со стяжкой [П4, п. 3.2]. При нагружении стержня силой F стяжка, соединяющая его концы (точки A и B), ограничивает горизонтальное перемещение концов. Усилие в стяжке зависит не только от приложенной нагрузки, но и от жесткости стержня [5, т. 1, с. 302].

3.3. Растяжение-сжатие кругового кольца диаметрными силами [П4, п. 3.3]. Решение данной статически неопределенной задачи приводится в учебниках (см., например, [9, с. 215; 5, т. 1, с. 323]). В программе даны расчетные формулы для изгибающего момента, обусловленных им напряжений, и для перемещений точек в двух сечениях.

3.4. Растяжение кольца системой радиальных сил [П4, п. 3.4]. Данная задача является обобщением предыдущей. Приведены расчетные формулы для внутренних силовых факторов, нормальных напряжений и перемещений точки приложения силы при растяжении кольца произвольным числом n радиальных сил согласно [5, т. 1, с. 321].

3.5. Обжатие кольца распределенными силами [П4, п. 3.5]. При действии на круговое кольцо равномерно распределенных радиальных сил возможна потеря устойчивости. Приводится пример расчета критического давления.

3.6. Деформирование эллиптического обода с диаметрными стяжками (каркаса теннисной ракетки) [П4, п. 3.6]. Решение этой статически неопределимой задачи дано согласно методике, изложенной в справочном пособии [3, с. 328–345].

Рассчитываются усилия в ободе и стяжках от предварительного натяжения стяжек и от дополнительных усилий, возникающих при действии силы F_0 в середине стяжек перпендикулярно плоскости обода и моделирующих удар мяча о струнную поверхность теннисной ракетки. В обоих случаях решаются системы уравнений, составленных при условии взаимодействия и совместного деформирования обода и стяжек.

3.7. Цилиндрическая пружина растяжения-сжатия [П4, п. 3.7]. Эта типичная задача о кручении стержня рассматривается в данном разделе, поскольку пружина моделируется криволинейным (спиральным) стержнем. Формулы для перемещения витка и касательного напряжения приведены согласно [9, с. 187–191].

3.8. Кручение плоского кольца (фланца) [П4, п. 3.8]. Данная задача возникает в связи с расчетом фланцев, соединяющих трубы и конические оболочки между собой и с крышками. Скручивающий момент является следствием распределенных изгибающих моментов в ответных частях конструкции (П4, задачи 5.1, а и 6.6). Он находится из условий равновесия [8, т. II, с. 117–121].

3.9. Сжатие тарельчатой пружины [П4, п. 3.9]. Случай нагружения, аналогичный предыдущему, возникает при сжатии тарельчатой пружины равномерно распределенной нагрузкой q . Метод решения приводится в литературе [8, т. II, с. 123]. Из этого же источника, а также из справочника [1, т. III, с. 247–257] заимствованы расчетные формулы для прогибов и напряжений в характерных точках, позволяющие оценить жесткость и прочность пружины.

4. Стержень. Кручение

4.1. Параметры сечения [П4, п. 4.1]. Приведены геометрические характеристики типичных сечений, необходимые для расчета на кручение. Подходящий фрагмент может быть выделен и перенесен из этой части в соответствующую часть программы, где приводятся расчетные формулы для частных случаев нагружения стержня.

4.2. Вал круглого сечения [П4, п. 4.2]. Приведены известные расчетные формулы для угла закручивания круглого вала диаметром d_1 (случай 1 в п. 4.1 П4) и максимального (вблизи поверхности) касательного напряжения.

4.3. Вал прямоугольного сечения [П4, п. 4.3]. Жесткость при кручении стержня прямоугольного сечения и распределение касательных напряжений зависят от соотношения сторон прямоугольника (П4,

п. 4.1, вариант 3, в). На основании этих данных здесь рассчитываются угол поворота сечения и максимальное напряжение (в точке M).

4.4. Вал переменного круглого сечения, нагруженный системой крутящих моментов [П4, п. 4.4]. Приведен пример расчета типичного вала редуктора или иного механизма, передающего крутящий момент. Система крутящих моментов и диаметры различных участков вала заданы векторами Mk_i и d_i соответственно. Векторы zi и zd задают координаты сечений, в которых приложены крутящие моменты, и точек оси, в которых диаметр вала ступенчато изменяется (рис. 9). При этом диаметр вала как функция координаты z задан функцией Хевисайда.

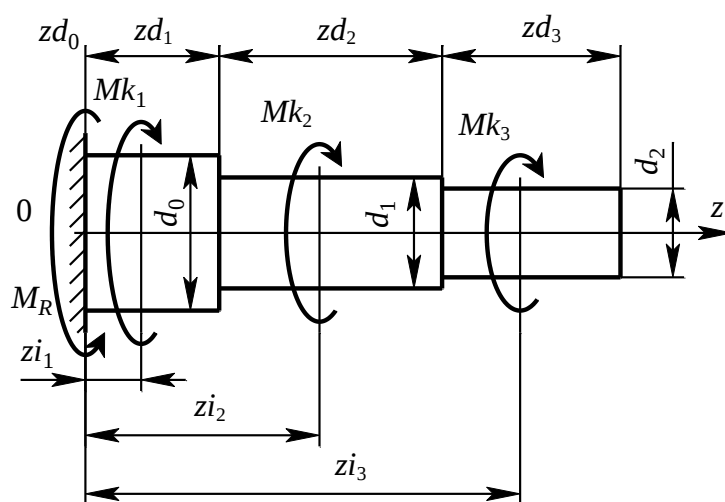


Рис. 9. Ступенчатый вал, работающий на кручение

Проверяется условие равновесия. Для наглядности строятся эпюры жесткости при кручении и эпюра крутящих моментов.

Угол поворота произвольного сечения относительно начального ($z=0$) находят в результате интегрирования по участку $0z$ относительного (отнесенного к единице длины) угла закручивания. По относительному углу закручивания находят также его наибольшие в каждом сечении касательные напряжения. Для наглядности и анализа результатов строят соответствующие эпюры.

5. Пластинки

5.1. Круглые пластинки [П4, п. 5.1]. Предполагается, что толщина пластинки $h < R/3$ (R – радиус пластинки), а прогиб f мал по сравнению с толщиной: $f < h/5$.

По формулам, вывод которых можно найти в различных источниках (см., например, [9, с. 302–314; 8, т. II, с. 82–100; 6, с. 398–410; 4, с. 563–573], рассчитывают прогибы, изгибающие моменты и нормальные (при изгибе) напряжения в характерных точках пластин, защемленных или опертых по контуру, нагруженных давлением или сосредоточенной силой (варианты *a–г*). Прогибы и напряжения при совместном действии этих силовых факторов находят путем суперпозиции решений.

5.2. Прямоугольные в плане пластинки [П4, п. 5.2]. Вывод формул для расчета прогибов прямоугольных пластинок и изгибающих моментов, а также решения для многих частных случаев приводятся в учебниках и справочниках [4, с. 526–563; 8, т. II, с. 100–103; 9, с. 314–315]. В программе рассматриваются частные случаи изгиба изотропной пластинки, вытекающие из соотношений, приведенных в книге [6, с. 45–59]. Рассчитываются прогибы и главные напряжения в характерных точках. Приводится также формула для расчета частоты собственных колебаний пластинки, защемленной по контуру.

6. Сосуды давления и трубы

6.1. Тонкостенный цилиндр (труба) [П4, п. 6.1]. Окружные (*t*) и осевые (*o*) напряжения в тонкостенном цилиндре с днищами, нагруженном внутренним давлением (рис. 10), рассчитывают, полагая, что они распределены равномерно в соответствующих сечениях.

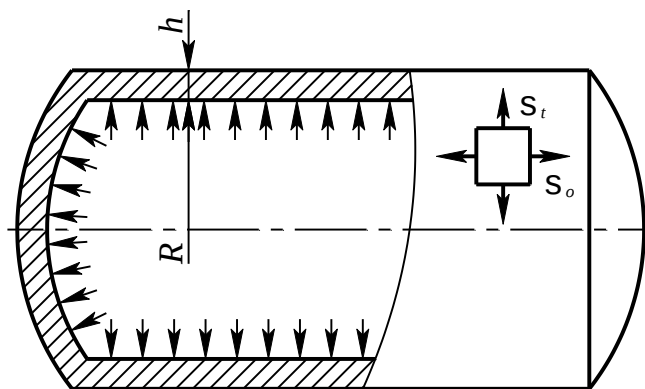


Рис. 10. Тонкостенный цилиндр с днищами

Наибольшие радиальные напряжения, равные давлению на внутренней стенке цилиндра, малы, если толщина мала по сравнению с радиусом. По значениям напряжений находят окружные, радиальные и осевые деформации и перемещения.

6.2. Толстостенный цилиндр (труба) [П4, п. 6.2]. При расчете толстостенного цилиндра (толщину стенки нельзя считать малой по

сравнению с радиусом) учитывают неравномерность распределения напряжений по толщине, зависящую от соотношения внутреннего и наружного радиусов. Соответствующие расчетные формулы приведены из учебника [9, с. 278–283].

6.3. Тонкостенная сферическая оболочка [П4, п. 6.3]. Днище сосуда давления (см. рис. 10) может быть выполнено в виде сферической оболочки. Напряжения в этом случае рассчитывают согласно п. 6.3, вариант по условию *a*), П4. В данной части программы приведены также расчетные формулы для напряжений в безмоментной сферической оболочке, заполненной жидкостью [9, с. 299–300].

6.4. Тонкостенная тороидальная оболочка [П4, п. 6.4]. В тороидальной оболочке, нагруженной внутренним давлением [9, с. 301], окружные и меридиональные напряжения зависят от соотношения радиусов сечения R и окружности R_0 , на которой лежат центры сечений. Здесь также предполагается, что толщина стенки h мала.

6.5. Тонкостенная коническая оболочка [П4, п. 6.5]. Расчетные формулы с их выводом для главных напряжений – окружных и меридиональных – приведены согласно справочнику [4, с. 715–716].

6.6. Краевой эффект в цилиндрической оболочке [П4, п. 6.6]. Приводятся формулы для расчета прогибов и изгибающих моментов, а также обусловленных ими дополнительных напряжений, возникающих в тонкостенной цилиндрической оболочке с жестким закреплением торца (например путем приваривания фланца), нагруженной внутренним давлением (рис. 11).

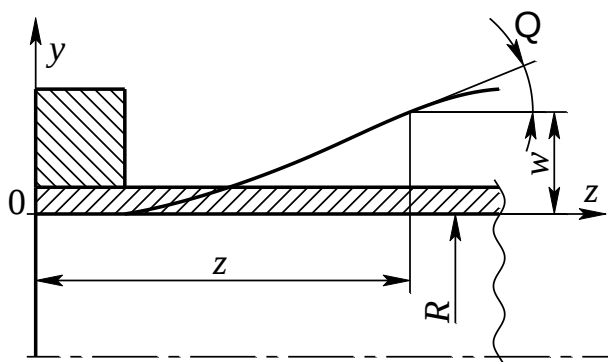


Рис. 11. Краевой эффект в цилиндрической оболочке

Зоны краевого эффекта определяются длиной участка, на котором прогиб оболочки w отличается от радиального перемещения ur , рассчитанного по безмоментной теории (П4, п. 6.6), более чем на 5%.

Напряжения изгиба, действующие на этом участке, при расчете оболочки на прочность следует прибавить к осевым напряжениям, вычисленным по безмоментной теории.

4. ОФОРМЛЕНИЕ

Пояснительную записку курсовой работы с типовым заданием оформляют в соответствии с требованиями СТП БГТУ 0002-2007 [7], основанными на требованиях ЕСКД к текстовым документам (см. разделы ГОСТ 2.106-96 «Расчеты», «Программа и методика испытаний», «Пояснительная записка»). Исследовательские работы оформляют как отчеты о научной работе по ГОСТ 7.32-2001.

Пояснительная записка курсовой работы, согласно СТП БГТУ 002-2007, содержит следующие структурные элементы:

- титульный лист;
- реферат;
- содержание;
- введение;
- основные разделы;
- заключение;
- список использованных источников;
- приложения (при необходимости).

Примеры оформления титульного листа и реферата приведены в приложениях 2 и 3.

Содержание пояснительной записки и порядок изложения результатов работы определяется заданием.

Во введении формулируют общую постановку задачи, приводят краткое описание конструкции изделия, его составных частей и условий эксплуатации (действующих нагрузок), перечисляют типичные элементы конструкции, подлежащие расчету, и виды расчета, предусмотренные заданием и представленные в последующих разделах пояснительной записки. Указывают особенности конструкции, условий эксплуатации (нагрузки) изделия, свойств материалов и геометрии элементов, учитываемые при расчетах.

Расчет каждого типичного элемента конструкции изделия выделяют в основной раздел, например «2. Расчет днища». Каждый основной раздел содержит:

- вид расчета, выделяемый в качестве подраздела, и наименование определяемых параметров, выделяемых подзаголовками;
- краткое описание расчетной схемы;

– упрощенное графическое изображение элемента с указанием способа закрепления, приложенной нагрузки, геометрических параметров (их числовых значений или буквенных обозначений);

– исходные данные: нагрузки, характеристики свойств материала, параметры конструкции элемента и их обоснование со ссылкой на задание, предыдущие или предварительные расчеты, справочники и т. п., с обязательным указанием источника этих данных;

– расчетные формулы, уравнения, условия определения постоянных интегрирования и т. п. (и в том случае, если решение проводится с использованием стандартных математических пакетов), ход вычисления;

– результаты вычислений – числовые значения определяемых параметров, таблицы или графики, иллюстрирующие искомые зависимости;

– анализ полученных результатов и выводы относительно прочности и жесткости, устойчивости элемента, выбора материала, размеров, о необходимости уточненного расчета и т. п.

Например, «Днище автоклава рассматриваем как сферическую оболочку радиусом R , постоянной толщины h , нагруженную равномерно распределенным внутренним давлением P и жестко заделанную по контуру радиусом R_0 »,

описание метода расчета: «Прогиб w мембраны как круглой, симметрично нагруженной давлением p изотропной упругой пластины постоянной толщины h и радиусом R , закрепленной по контуру, находим по формуле [1, с. 308]:

$$w = \frac{P}{64D} (R^2 - r^2)^2, \quad (2.1)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость (E – модуль Юнга;

μ – коэффициент Пуассона материала пластины)».

Номер формулы, приведенный выше в качестве примера, включает номер раздела и порядковый номер формулы в данном разделе.

Используют только стандартизованные и общепринятые термины, обозначения, единицы физических величин, сокращения слов и математические символы.

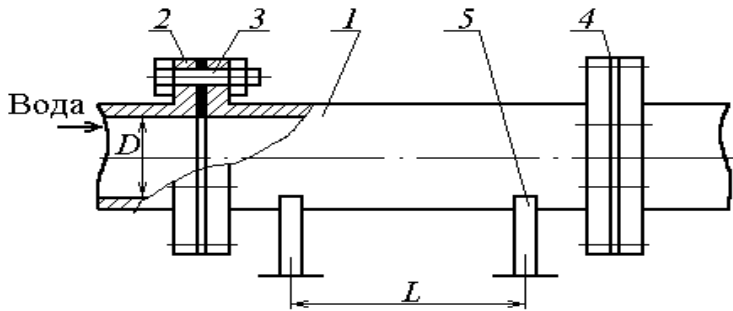
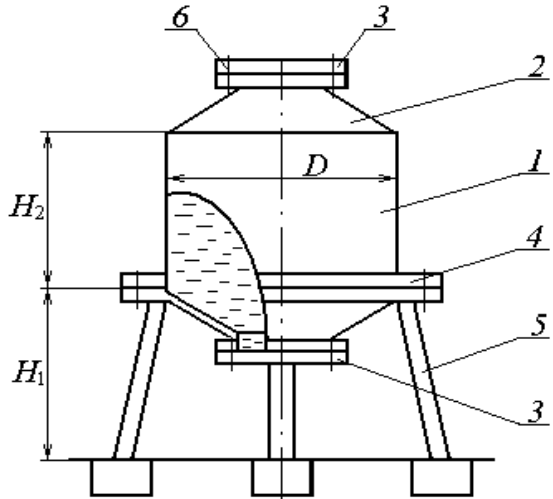
В значениях параметров нагрузки, размеров элементов конструкции, показателей свойств материалов и иных величин, как исходных, принятых по литературным данным, так и полученных в результате

вычислений, указывают не более трех значащих цифр. Например: « $E = 210$ ГПа, $h = 2,5$ мм, $\sigma_1 = 0,31$ МПа, $\Delta l = 1,25$ мм».

Ссылки на источники приводят в квадратных скобках (например: «согласно справочным данным [5]»). Ссылки на стандарты и технические условия могут содержать только их обозначения (например: «по ГОСТ 25.504-82»). Иллюстрационный материал, таблицы, промежуточные вычисления, графики, распечатки программ могут быть представлены в приложении.

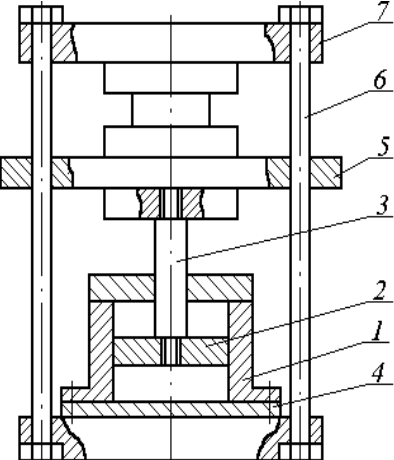
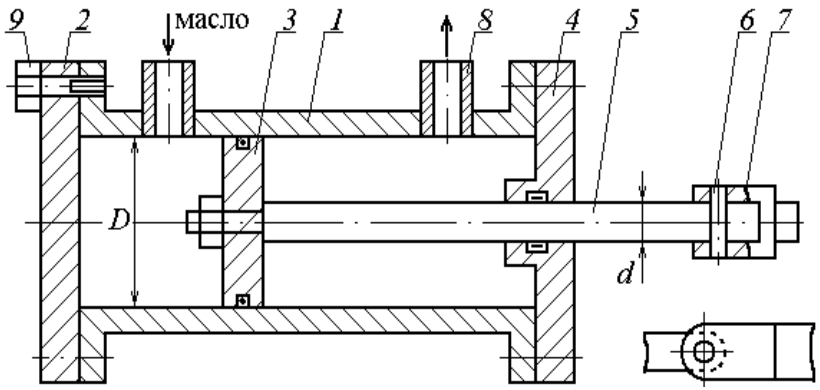
Другие требования к оформлению пояснительной записки изложены в СТП БГТУ 002-2007.

Варианты заданий

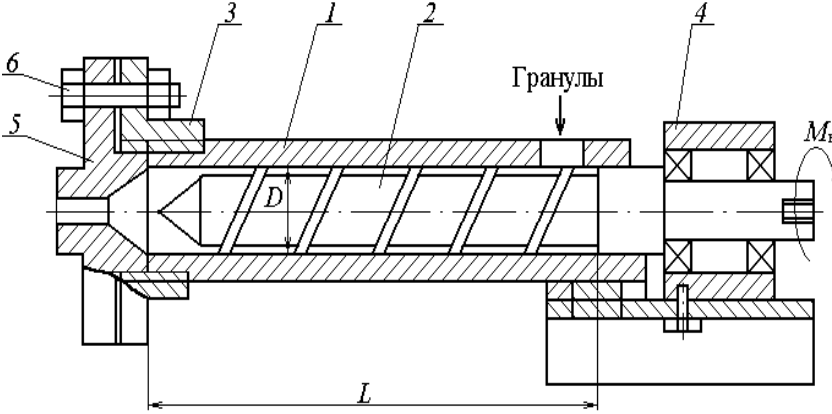
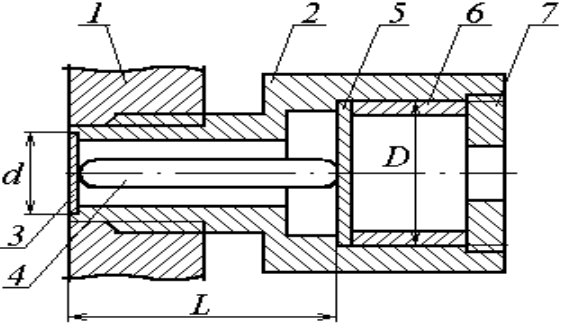
Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
1. Трубопровод		1 – труба (жесткость, прочность, устойчивость, долговечность); 2 – фланец (жесткость); 3 – болт (прочность); 4 – прокладка (жесткость); 5 – опора (прочность)
2. Резервуар		1 – бак (прочность); 2 – конус (прочность); 3 – крышка (жесткость, прочность); 4 – фланец (жесткость); 5 – стойка (жесткость, устойчивость); 6 – болт (прочность)

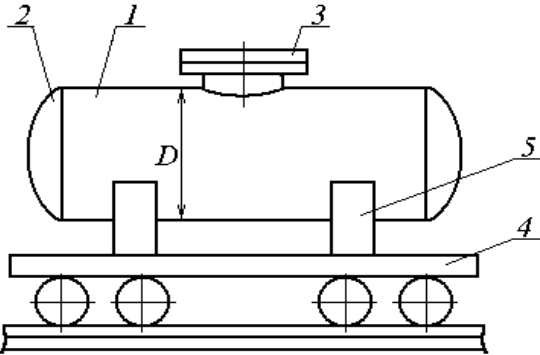
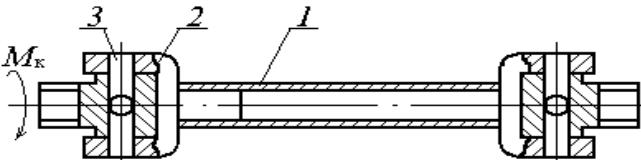
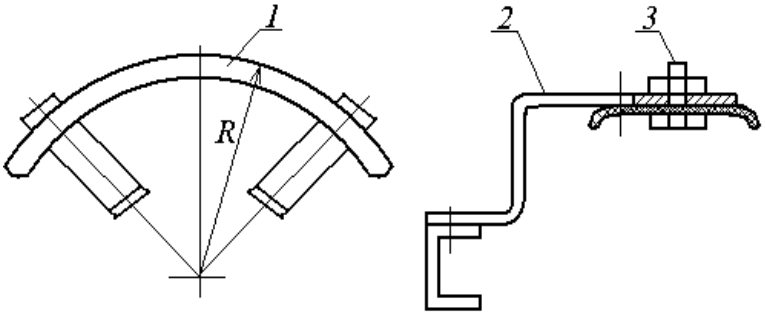
Продолжение табл.

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
3. Ресивер		1 – цилиндр (жесткость, прочность); 2 – днище (прочность); 3 – хомут (прочность); 4 – опора (жесткость); 5 – болт (прочность)
4. Автоклав		1 – цилиндр (прочность, жесткость, устойчивость); 2 – крышка (прочность, жесткость); 3 – фланец (прочность); 4 – болт (прочность)

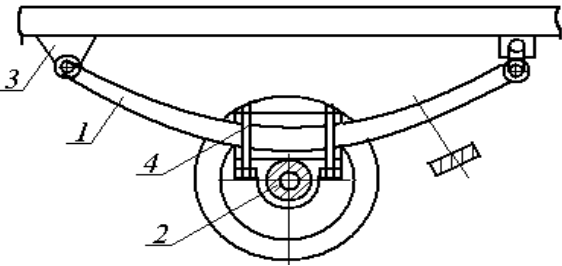
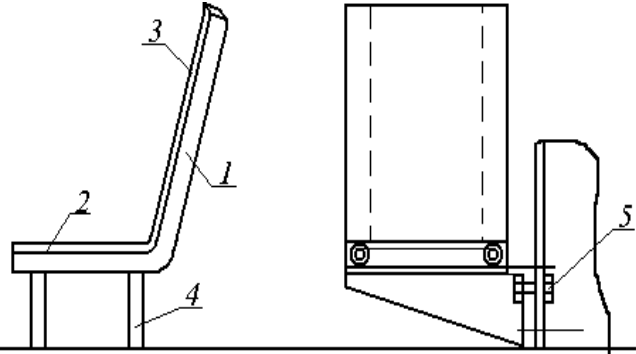
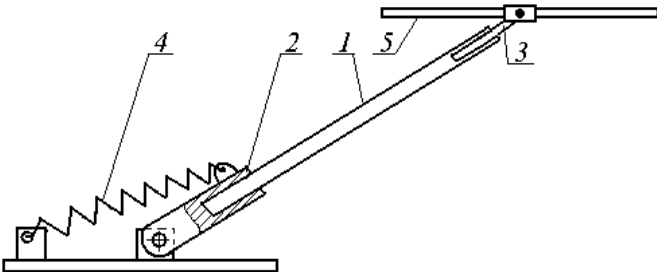
Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
5. Пресс гидравлический		1 – цилиндр (прочность); 2 – поршень (прочность); 3 – шток (прочность, устойчивость); 4 – дно (жесткость); 5 – траверса (жесткость); 6 – стойка (жесткость, прочность); 7 – плита (жесткость, прочность)
6. Гидроцилиндр		1 – цилиндр (труба) – прочность, жесткость; 2 – крышка (прочность, жесткость); 3 – поршень (жесткость); 4 – крышка (прочность); 5 – шток (прочность, устойчивость, усталость); 6 – штифт (прочность); 7 – серьга (прочность); 8 – штуцер (прочность); 9 – болт (прочность)

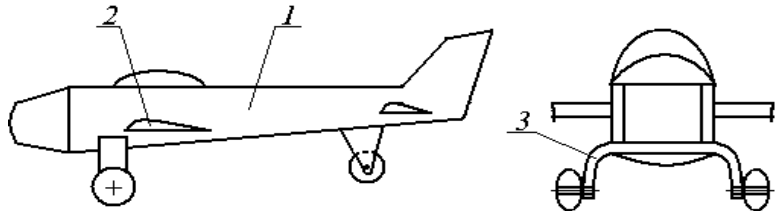
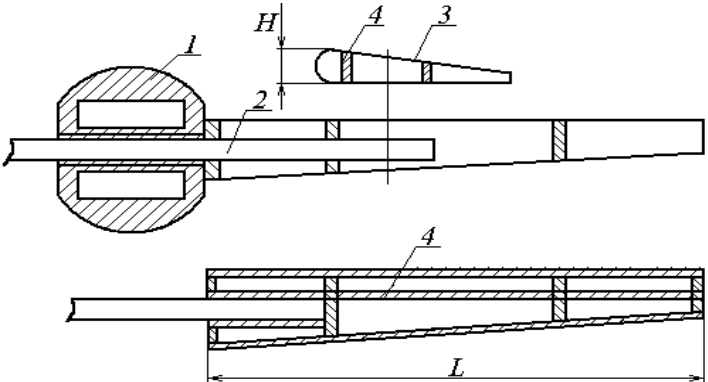
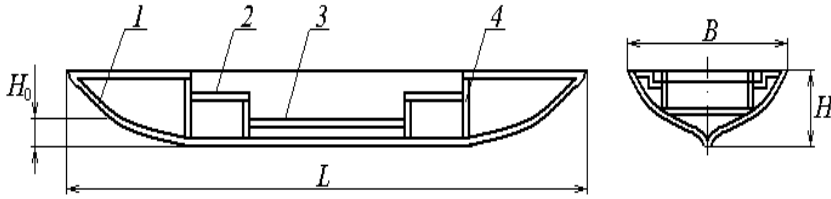
Продолжение табл.

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
7. Экструдер		1 – цилиндр (труба) – прочность, жесткость; 2 – шнек (жесткость, усталость); 3 – фланец (прочность); 4 – корпус (прочность); 5 – крышка (прочность, жесткость); 6 – болтовое соединение (прочность)
8. Датчик давления мембранный		1 – стенка (прочность); 2 – корпус (температурные деформации); 3 – мембрана (жесткость); 4 – шток (температурные деформации); 5 – мембрана (жесткость); 6 – втулка (жесткость); 7 – гайка (прочность)

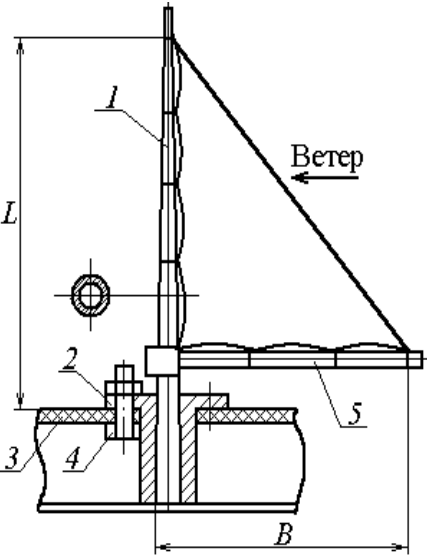
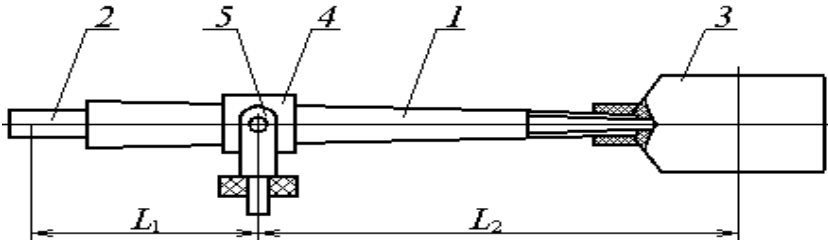
Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
9. Цистерна		1 – цилиндр (жесткость, прочность); 2 – днище (прочность); 3 – крышка (жесткость, прочность); 4 – рама (жесткость, усталость); 5 – опора (прочность)
10. Вал карданный		1 – труба (жесткость, прочность, усталость, резонанс); 2 – вилка (прочность); 3 – крестовина (прочность)
11. Щиток грязевый автомобиля (трактора)		1 – щиток (жесткость, прочность); 2 – кронштейн (жесткость, прочность, усталость); 3 – болт (прочность)

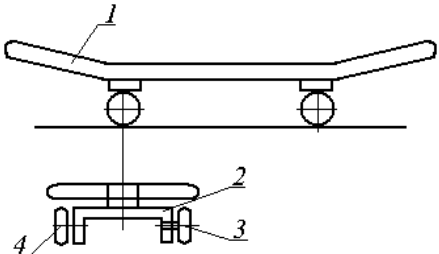
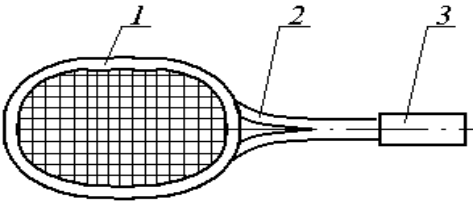
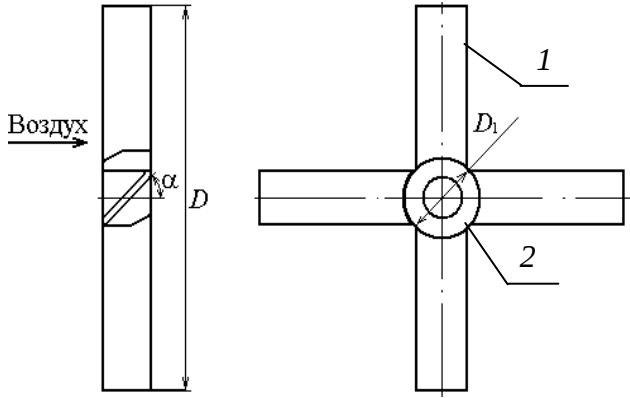
Продолжение табл.

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
12. Рессора ли- стовая		1 – рессора (жесткость, прочность, усталость); 2 – хомут (прочность); 3 – кронштейн (прочность); 4 – болт (прочность)
13. Сиденье пас- сажирское		1 – каркас (жесткость, прочность, удар); 2 – основание (жесткость, прочность); 3 – спинка (жесткость, прочность); 4 – опора (жесткость, прочность); 5 – болт (прочность)
14. Штанга троллейбуса		1 – штанга (жесткость, прочность, усталость); 2 – кронштейн (жесткость, прочность); 3 – токоъемник (прочность); 4 – пружина (жесткость); 5 – провод (жесткость)

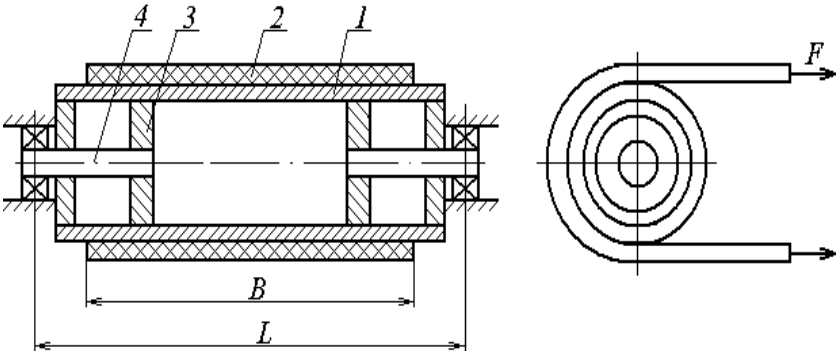
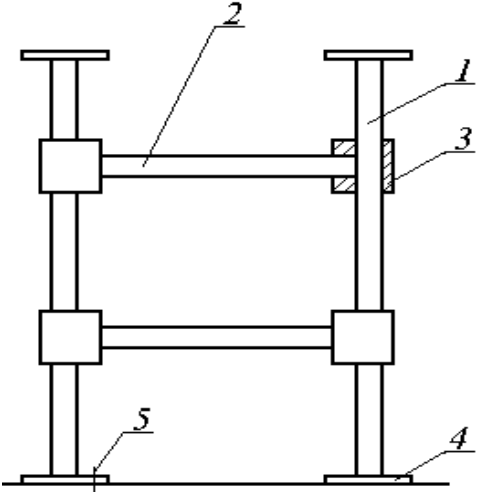
Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
15. Фюзеляж		1 – фюзеляж (жесткость, прочность, удар); 2 – крыло (жесткость, прочность, усталость); 3 – шасси (жесткость, прочность)
16. Крыло планера		1 – фюзеляж (жесткость); 2 – балка (жесткость, прочность, удар, усталость); 3 – обшивка (жесткость, прочность); 4 – лонжерон (жесткость, прочность)
17. Корпус лодки		1 – днище (жесткость, прочность); 2 – банка (жесткость); 3 – слань (жесткость); 4 – переборка (жесткость)

Продолжение табл.

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
18. Мачта па- русной лодки		1 – мачта (жесткость, прочность); 2 – опора (жесткость); 3 – палуба (жесткость); 4 – болт (прочность); 5 – гик (жесткость)
19. Весло		1 – цевьё (жесткость, прочность, усталость); 2 – ручка (жесткость); 3 – лопасть (жесткость, прочность); 4 – хомут (жесткость); 5 – уключина (прочность)

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
20. Доска роли- ковая (скейборд)		1 – основание (жесткость, прочность, удар); 2 – кронштейн (жесткость, прочность); 3 – ось (жесткость, прочность); 4 – колесо (прочность)
21. Каркас тен- нисной ракетки		1 – обод (жесткость, прочность); 2 – перемычка (жесткость, прочность, удар); 3 – ручка (жесткость)
22. Вентилятор		1 – лопасть (жесткость, прочность, усталость); 2 – втулка (прочность)

Продолжение табл.

Номер, наименование	Схема изделия	Типичные элементы и виды расчета
23. Ролик ленточного транспортера		1 – цилиндр (жесткость, прочность, удар); 2 – лента (жесткость, прочность); 3 – диск (прочность); 4 – ось (жесткость, прочность)
24. Лестница (стеллаж)		1 – стойка (прочность, устойчивость); 2 – перекладина (жесткость, прочность); 3 – хомут (прочность); 4 – фланец (прочность); 5 – болт (прочность)

Пример формы задания на курсовой проект

Учреждение образования «БЕЛОРУССКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет химической технологии и техники
Кафедра механики материалов и конструкций
Специальность 1-36 01 08 – «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов»

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующий кафедрой

_____ _____
подпись инициалы и фамилия
«___» _____ 20__ г.

**ЗАДАНИЕ
на курсовую работу**

студенту(ке) _____

1. Тема

«Рассчитать на жесткость и прочность элементы конструкции гидроцилиндра»

2. Сроки защиты _____

3. Исходные данные

эскиз изделия (вариант 1 согласно приложению 2 Методических указаний); расчетное давление 10 МПа; диаметр 100 мм; ход поршня 500 мм; виды расчетов согласно варианту задания.

4. Содержание пояснительной записки курсовой работы (перечень вопросов, подлежащих разработке)

5. Перечень графического, иллюстрационного материала (с точным указанием обязательных чертежей, графиков и др.)

6. Календарный график работы (выполнения расчетов по видам)

1 – _____; 2 – _____; 3 – _____; 4 – _____; 5 – _____.

7. Дата выдачи задания _____

Руководитель _____
(подпись)

_____ (инициалы и фамилия)

Задание принял(а) к исполнению _____
(дата и подпись студента(ки))

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Физико-механические свойства некоторых конструкционных материалов

Материал	ρ , г/см ³	E , ГПа	μ	σ^+/σ^- , ГПа	σ_T , ГПа	ТКЛР $\times 10^6$, К ⁻¹	Примечание
Сталь Ст3	7,85	210	0,27	400	220	12	Лист, профиль
Сталь 40Х	7,85	210	0,25	980	780	12	Закаленная
Сталь 60С2	7,85	210	0,24	1270	1170	12	Пружинная
Сплав титановый ВТ-4	4,6	110	0,30	900	800	8,4	Лист
Сплав алюминиевый Д16	2,78	72	0,32	460	320	24	Лист, профиль
Сплав алюминиевый В95	2,85	74	0,32	550	420	24	Лист, профиль
Латунь Л68	8,6	120	0,36	500	400	20	Лист
Бронза БрОЦ4-3	8,8	110	0,35	650	640	16	Лист
Полипропилен	0,92	1,6	0,42	50/80	20	80	Литье, экструзия
Стеклопластик	1,6	12	0,24	120/100	–	15	Контактное формование
Полиамид-6 стеклонаполненный	1,54	10	0,35	130/180	–	50	Литье под давлением
Резина твердая	1,4	0,0004	0,45	8	–	10	Амортизаторы
Стекло	2,5	70	0,22	120/1000	–	20	Лист
Древесина (сосна)	0,6	12	–	100/40	–	80	Вдоль волокон
Бетон	2,0	17–40	0,16	2/20	–	15	Тяжелый

**Пример формы титульного листа пояснительной записки
курсовой работы**

Учреждение образования «БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет химической технологии и техники

Кафедра механики материалов и конструкций

Специальность 1-36 01 08 – «Конструирование и производство изделий из композиционных материалов»

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

по дисциплине «Механика материалов и конструкций»

Тема _____

Исполнитель

студент(ка) _____ курса _____ группы _____
подпись, дата инициалы и фамилия

Руководитель

должность, ученая степень, ученое звание подпись, дата инициалы и фамилия

Курсовая работа защищена с оценкой _____

Руководитель _____
(подпись) инициалы и фамилия

Минск 20__

ЛИТЕРАТУРА

1. Анурьев, В. И. Справочник конструктора-машиностроителя: в 3 т. / В. И. Анурьев / 8-е изд. – М.: Машиностроение, 2001. – 920 0с. – 1 т.
2. Винокуров, Е. Ф. Сопротивление материалов; расчетно-графические работы / Е. Ф. Винокуров, А. Г. Петрович, Л. И. Шевчук. – Минск, 1987. – 272 с.
3. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов / И.Н. Миролубов [и др.]. – М.: Высш. шк., 1985. – 399 с.
4. Прочность, устойчивость, колебания: справочник: в 3 т. Т.1 / под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – 832 с.
5. Расчеты на прочность в машиностроении: в 3 т. / под ред. С. Д. Пономарева. – М.: Машгиз, Т. 1: Теоретические основы и экспериментальные методы. Расчеты стержневых элементов конструкций при статической нагрузке, 1956. – 884 с.; Т. 2: Некоторые задачи прикладной теории упругости. Расчеты за пределами упругости. Расчеты на ползучесть, 1958 – 974 с.; Т. 3. Инерционные нагрузки. Колебания и ударные нагрузки. Выносливость. Устойчивость, 1959. – 1118 с.
6. Рудицин, М. Н. Справочное пособие по сопротивлению материалов / М. Н. Рудицын, П. Я. Артемов, М. И. Любошиц. – Минск, 1985. – 509 с.
7. Стандарт предприятия. Проекты (работы) курсовые. Требования и порядок подготовки, представление к защите и защита: СТП БГТУ 002-2007. – Взамен СТП БГТУ 05-11-91; введ. 02.05.07. – Минск: БГТУ, 2007. – 39 с.
8. Тимошенко, С. П. Сопротивление материалов: в 2 т. / пер. с англ. – М.: Наука, Т. 1: Элементарная теория и задачи, 1965. – 363 с.; Т. 2: Более сложные вопросы теории и задачи, 1965. – 480 с.
9. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учебник / В. И. Феодосьев. – М., 1986. – 512 с.
10. Очков, В. Ф. MathCAD 14 для студентов и инженеров: русская версия. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 512 с.
11. Макаров, Е. Г. Сопротивление материалов на базе MathCAD. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 512 с.

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Составители: **Ставров** Василий Петрович
 Наркевич Анна Леонидовна
 Спиглазов Александр Владимирович

Редактор *М. В. Лобач*
Компьютерная верстка *М. В. Лобач*

Подписано в печать 20.01.2010. Формат 60×84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4,6. Уч.-изд. л. 4,7.
Тираж 55 экз. Заказ .

Отпечатано в Центре издательско-полиграфических и информа-
ционных технологий учреждения образования «Белорусский
государственный технологический университет».
220006. Минск, Свердлова, 13а.
ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.
ЛП № 02330/0150477 от 16.01.2009.