

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Методические указания по выполнению курсовой
работы для студентов специальности 1-36 06 01
«Полиграфическое оборудование и системы обработки
информации»**

Минск 2007

УДК 681.5(075.8)

ББК 73

Т 34

Рассмотрены и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

Составитель доцент, кандидат технических наук *В. С. Юденков*

Рецензенты: заведующий кафедрой «Электрооборудование и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» БНТУ доцент, кандидат технических наук *Г. И. Гульков*;

заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов и электротехника» БГТУ доцент, кандидат технических наук *И. Ф. Кузьмицкий*

По тематическому плану изданий учебно-методической литературы университета на 2007 год. Поз. 114.

Для студентов специальности 1-36 06 01 «Полиграфическое оборудование и системы обработки информации».

© УО «Белорусский государственный технологический университет», 2007

ВВЕДЕНИЕ

Целью курсовой работы является закрепление у студентов знаний по теоретическим разделам курса «Теория и системы автоматического управления», усвоение методов расчета систем автоматического управления (САУ), приобретение навыков исследования систем управления на ЭВМ.

Содержание курсовой работы представляет собой расчеты и исследование линейных, импульсных и нелинейных систем автоматического управления с применением ЭВМ. САУ вышеназванных классов широко применяются при управлении технологическими процессами и объектами в различных отраслях народного хозяйства. Для повышения эффективности исследования САУ необходимо применять при расчетах вычислительные машины и специальные пакеты моделирования.

Курсовая работа состоит из расчетно-пояснительной записки объемом 20–25 страниц текста с необходимыми иллюстративными материалами (графики и схемы). Содержание пояснительной записки и графической части определяется заданием.

В процессе защиты студент должен проявить умение логически мыслить и обосновать свою точку зрения, показать достаточные знания по теме курсовой работы, а также знать другие методы расчета и исследования систем автоматического управления на примере в данной курсовой работе.

В методических указаниях изложены краткие рекомендации по выполнению курсовой работы по курсу «Теория и системы автоматического управления» и приведены примеры расчета линейных, импульсных и нелинейных систем управления. Методические указания предназначены для студентов специальности 1-36 06 01 «Полиграфическое оборудование и системы обработки информации» и могут быть полезны для студентов других специальностей, изучающих курс «Теория автоматического управления». Моделирование систем проводилось на основе математического пакета MATLAB и его приложения Simulink.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. Задание на курсовую работу

1. Расчет необходимого коэффициента передачи системы в зависимости от заданной точности.

2. Анализ устойчивости линейной системы, состоящей из функционально необходимых элементов.

3. Расчет параметров желаемой ЛАЧХ системы.

4. Выбор и расчет корректирующего устройства.

5. Анализ скорректированной САУ:

а) расчет установившихся ошибок;

б) построение переходного процесса с применением пакета MATLAB.

6. Расчет исходной импульсной системы:

а) построение передаточной функции;

б) анализ устойчивости;

в) построение переходного процесса и фазового портрета САУ.

7. Анализ и расчет исходной нелинейной системы (в зависимости от задания):

а) методом гармонического баланса;

б) методом Л. С. Гольдфарба.

1.2. Краткие методические указания

1. Для заданной структурной схемы определить необходимый коэффициент усиления предварительного усилителя, исходя из требований к точности работы системы в установившемся режиме. Рассчитать функции разомкнутой и замкнутой системы. Определить устойчивость замкнутой системы при помощи частотного критерия устойчивости. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы и оценить качество переходного процесса.

2. По заданным требованиям к качеству работы системы построить ЛАЧХ разомкнутой желаемой системы.

3. Определить ЛАЧХ корректирующего устройства (регулятора), выбрать принципиальную схему, рассчитать параметры.

4. Построить ЛАЧХ и ЛФЧХ скорректированной разомкнутой системы (если выбранный регулятор отличается от расчетного) и косвенно оценить по ним качество переходного процесса. Составить

структурную схему и произвести расчет переходных функций. Построить переходную функцию и определить качественные показатели САУ.

5. Определить передаточную функцию по ошибке скорректированной системы и произвести расчет ошибок установившегося режима при следующих входных воздействиях:

$$\text{а) } x(t) = 1(t); \quad \text{б) } x(t) = t; \quad \text{в) } x(t) = t^2.$$

6. Составить структурную схему нелинейной системы, исходя из задания (усилитель в исходной непрерывной линейной системе заменяется нелинейным элементом с заданным типом статической характеристики). Определить выражения для амплитудно-фазовой характеристики линейной части системы $W_A(j\omega)$ и эквивалентной амплитудно-фазовой характеристики нелинейного звена $W_H(j\omega)$ (допускается использовать выражения коэффициентов гармонической линеаризации).

7. Определить возможность возникновения автоколебаний, их устойчивость, значения амплитуды и частоты автоколебаний. При определении устойчивости и параметров автоколебаний рекомендуется применять метод Гольдфарба.

8. Составить уравнения линеаризованной САУ. Получить передаточную функцию линеаризованной САУ. Произвести синтез регулятора для линеаризованной САУ и произвести анализ работы нелинейной системы с линеаризованной САУ в пакете MATLAB.

9. Построить график переходных состояний замкнутой импульсной системы. Определить вектор состояния системы и переходную функцию на выходе отдельных элементов и системы в целом.

1.3. Примерное содержание пояснительной записки

1. Введение.

2. Расчет и анализ линейной непрерывной системы. ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

3. Расчет и анализ желаемой ЛАЧХ. Расчет структуры и параметров корректирующего устройства, его схемная реализация. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

4. Расчет и анализ скорректированной системы. Косвенная оценка устойчивости и качества переходного процесса. Структурная схема скорректированной системы. Результаты расчета переходной функции в среде пакета MATLAB. Графики переходного процесса и расчет показателей. Сравнение с заданными требованиями к качеству системы. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

5. Определение передаточной функции скорректированной системы по ошибке. Анализ установившихся ошибок при заданных входных воздействиях. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

6. Структурная схема нелинейной системы. Вывод выражения передаточной функции. Анализ возможности возникновения автоколебаний, расчет амплитуды и частоты автоколебаний. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

7. Уравнения нелинейной САУ. Линеаризация САУ и построение кривой переходного процесса. Последовательность расчета регулятора и необходимые пояснения. Выводы.

8. Структурная схема импульсной системы. Расчет передаточных функций разомкнутой и замкнутой импульсной системы. Расчет устойчивости. Последовательность расчета и необходимые пояснения.

9. Построение графов переходных состояний замкнутой импульсной системы. Вектор состояния системы. Последовательность расчета и необходимые пояснения. Выводы.

При составлении записки следует особое внимание обращать на четкость изложения, добиваясь без ущерба для ясности минимального объема. При применении сокращений они должны быть расшифрованы. Рисунки должны иметь сквозную нумерацию (внизу) и надписи, отражающие суть данного рисунка. Например, рис. 2 ЛАЧХ и ЛФЧХ исходной разомкнутой системы. Рекомендуется следующее расположение материалов в пояснительной записке: титульный лист, задание к курсовой работе, подписанное преподавателем (на типовом бланке), введение, расчетная часть, выводы, литература, оглавление.

1.4. Перечень необходимого графического материала

В пояснительной записке приводятся:

1. Структурная схема исходной линейной непрерывной системы.

2. Графики исходной и желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы. АФЧХ исходной системы.
3. Кривая переходного процесса, полученная в пакете моделирования MATLAB.
4. Принципиальная схема выбранного корректирующего элемента.
5. Структурная схема скорректированной линейной непрерывной системы.
6. Структурная схема нелинейной системы.
7. Графики АФЧХ линейной части и гармонической характеристики нелинейного элемента.
8. Структурная схема импульсной системы.
9. Граф переходных состояний и кривая переходного процесса импульсной системы.
10. Фазовой портрет системы.
11. Оформление расчетно-пояснительной записки производить с требованиями стандарта: Проекты (работы) курсовые. Требования и порядок подготовки, представление к защите и защита. : СТП БГТУ 002–2007. – Введ. 2.05.2007 г. – Минск, БГТУ, 2007. – 40с.

2. ЗАДАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ

2.1. Задание 1

а) Структурная схема представлена на рис. 1.

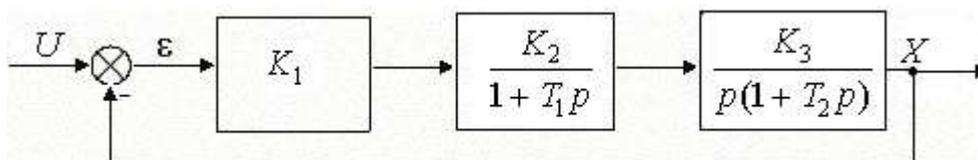


Рис. 1. Структурная схема САУ варианта 1

б) Исходные данные и требования к системе приведены в табл. 1.

Таблица 1. Исходные данные варианта 1

Варианты	Параметры линейной части					Требования к системе			Параметры нелинейного элемента					Параметры импульсного элемента	
	K ₂	K ₃ , град/В	T ₁ , С	T ₂ , С	ν = $\frac{dU}{dt}$, град/С	ε _{ск} , град	σ, %	t _p , С	Тип	ν	с	нач. усл-я		T, С	γ
												ε	$\frac{dε}{dt}$		
1	21	3	0,05	0,3	20	0,2	18	0,3	1	–	5	3	3	1	0,4
2	19	7	0,06	0,25	21	0,21	20	0,3	2	1	5	4	4	0,5	0,2
3	18	6	0,07	0,2	22	0,3	22	0,3	5	3	8	4	3	1	0,4
4	31	2	0,08	0,2	23	0,19	24	0,2	1	–	7	5	5	0,5	0,2
5	17	4	0,09	0,2	24	0,15	26	0,2	3	1	8	5	5	1	0,4
6	19	3,5	0,08	0,25	25	0,2	28	0,1	5	4	9	2	-3	0,5	0,2
											5	3			

7	23	6	0,07	0,3	26	0,19	30	0,3	1	-	9	3	5	1	0,4
8	26	4,5	0,06	0,4	27	0,18	29	0,3	2	2		5	-5	0,5	0,2

2.2. Задание 2

а) Структурная схема представлена на рис. 2.

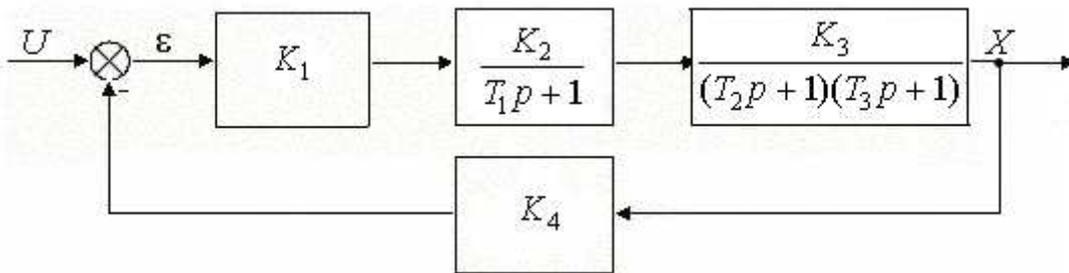


Рис. 2. Структурная схема САУ варианта 2

б) Исходные данные и требования к системе приведены в табл. 2.

Таблица 2. Исходные данные варианта 2

Варианты	Параметры линейной части							Требования к системе			Параметры нелинейного элемента				Параметры импульсного элемента	
	K_2	$K_3,$ $\frac{1}{B \cdot C}$	$K_4,$ $B \cdot C$	$T_1,$ C	$T_2,$ C	$T_3,$ C	$U,$ B	$\varepsilon_{ст},$ B	σ $\%$	$t_p,$ C	Т и П	v	c	m	$T,$ C	γ

1	5	10	0,1	0,1	0,3	0,5	10	0,01	18	0,6	3	2	5	0,5	1	0,2
2	10	5	0,2	0,1	0,2	0,4	5	0,02	20	0,5	4	1	3	0,3	0,5	0,1
3	5	5	0,4	0,2	0,1	0,3	10	0,01	22	1,0	3	3	6	0,6	1	0,3
4	10	5	0,1	0,3	0,3	0,2	4	0,02	24	0,4	4	2	4	0,4	0,5	0,1
5	5	20	0,1	0,4	0,1	0,2	8	0,03	26	0,4	3	2	5	0,5	1	0,2
6	6	19	0,2	0,1	0,4	0,5	10	0,03	30	0,5	4	1	3	0,3	0,5	0,3
7	7	18	0,1	0,5	0,3	0,4	8	0,02	25	1,0	3	3	6	0,6	1	0,1
8	8	17	0,2	0,2	0,2	0,4	5	0,01	20	0,8	4	4	4	0,4	0,5	0,2

2.3. Задание 3

а) Структурная схема представлена на рис. 3.

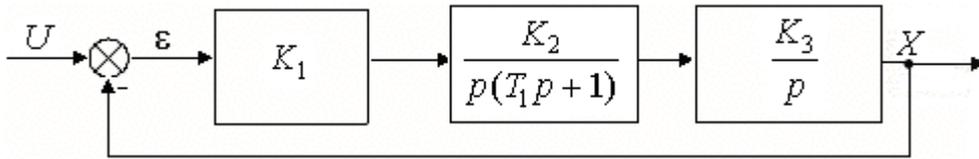


Рис. 3. Структурная схема САУ варианта 3

б) Исходные данные и требования к системе приведены в табл. 3.

Таблица 3. Исходные данные варианта 3

Варианты	Параметры линейной части				Требования к системе			Параметры нелинейного элемента					Параметры импульсного элемента	
	K_2	K_3	T_1	U''	$\epsilon_{ск}$	σ	t_p	Тип	ν	c	нач. условия		T	γ
	$\frac{\text{град}}{B \cdot C}$	C	C	$\frac{\text{град}}{C^2}$	град	$\%$	C				$x(0)$	$x'(0)$		
1	27	4,2	0,3	1,9	0,03	20	0,3	1	-	5	-3	4	1	0,4
2	22	4,6	0,3	3,2	0,02	18	0,2	5	6	12	4	4	0,5	0,2
3	19	5,2	0,4	3,2	0,03	21	0,3	2	2,7	10	-7	5	1	0,4
4	16	4,9	0,5	3,1	0,04	23	0,4	1	-	6	5	7	0,5	0,2
5	18	4,9	0,3	2,9	0,03	25	0,3	5	5	13	-4	6	1	0,4
6	20	3,9	0,2	3,1	0,02	26	0,2	2	2,8	9	6	4	0,5	0,2
7	23	3,7	0,4	2,9	0,04	28	0,2	1	-	7	-5	-5	1	0,4
8	26	4,2	0,3	4,2	0,05	25	0,3	5	4	12	-5	5	0,5	0,2

2.4. Задание 4

а) Исходная структурная схема САУ представлена на рис. 4.

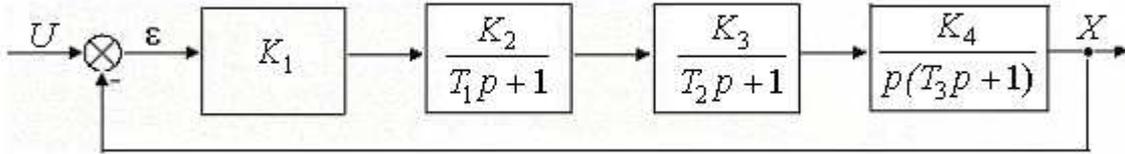


Рис. 4. Структурная схема САУ варианта 4

б) Исходные данные и требования к системе приведены в табл. 4.

Таблица 4. Исходные данные варианта 4

Варианты	Параметры линейной части							Требования к системе			Параметры нелинейного элемента				Параметры импульсного элемента	
	K_2	K_3	K_4	T_1	T_2	T_3	U^*	$\varepsilon_{\text{ск}}$	σ	t_p	Т и п	v	c	m	T	γ
		$\frac{\text{град}}{B \cdot C}$	C	C	C	C	$\frac{\text{град}}{C}$	град	%	C					C	
1	15	6	0,12	0,2	0,3	–	25	0,15	24	0,4	3	3	5	0,5	1	0,2
2	16	8	0,11	0,3	0,2	–	30	0,2	25	0,5	4	2	4	0,4	0,5	0,1
3	13	5	0,08	0,1	0,1	0,2	20	0,1	26	0,6	3	2	6	0,6	1	0,2
4	15	8	0,13	0,1	0,2	0,2	30	0,3	24	0,5	4	3	3	0,3	0,5	0,1
5	11	7	0,12	0,2	0,3	0,1	25	0,15	22	0,4	3	2	5	0,5	1	0,2
6	16	5	0,07	0,2	0,1	0,2	27	0,17	20	0,5	4	3	4	0,4	0,5	0,1
7	15	6	0,12	0,3	0,2	–	29	0,21	18	0,3	3	3	6	0,6	1	0,2
8	20	7	0,1	0,4	0,3	–	30	0,25	20	0,4	4	2	3	0,3	0,5	0,1

Примечания:

1. Анализ устойчивости САУ по варианту 1 произвести методом Гурвица, по варианту 2 – методом АФЧХ, по варианту 3 – методом Михайлова и по варианту 4 – методом ЛАЧХ.

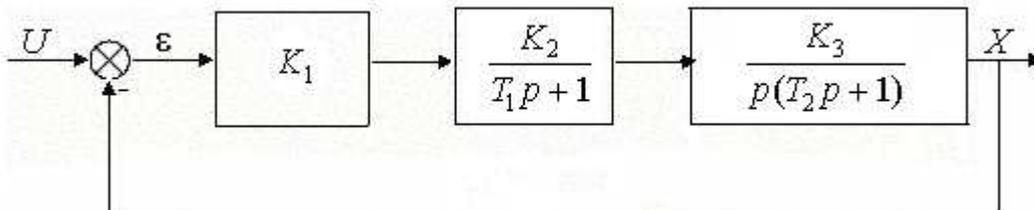
2. При исследовании нелинейной системы по вариантам 1, 2 использовать метод гармонической линеаризации, а по вариантам 3, 4 – метод Л. С. Гольдфарба.

3. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

3.1. Анализ и синтез линейной САУ

Исходными данными для расчета являются:

а) структурная схема



Здесь $\varepsilon(t) = U(t) - X(t)$ – ошибка регулирования САУ;

б) коэффициенты передачи элементов

$K_2 = 30$ – коэффициент передачи преобразователя;

$K_3 = 3,0$ град/В – коэффициент передачи двигателя с редуктором;

в) постоянные времени преобразователя и двигателя

$T_1 = 0,05$ с; $T_2 = 0,35$ с;

г) скорость изменения входного сигнала

$$V = \frac{dU}{dt} = 30 \text{ град/с};$$

д) требования к синтезируемой системе

- скоростная ошибка $\varepsilon_{\text{ск}} \leq 0,25$ град;
- перерегулирование $\sigma \leq 18\%$;
- время переходного процесса $t_p \leq 0,6$ С.

3.1.1. Определение необходимого коэффициента передачи всей системы и предварительного усилителя в зависимости от заданной точности

Необходимый коэффициент передачи системы $K_{\text{необ}}$ для данного вида структурной схемы определяется по формуле:

$$K_{\text{необ}} \geq \frac{v}{\varepsilon_{\text{ск}}}. \quad (3.1a)$$

Для систем с двумя интегрирующими элементами

$$K_{\text{необ}} \geq \frac{a}{\varepsilon_{\text{уск}}}, \quad (3.1б)$$

где $a = \frac{d^2 u}{dt^2}$ – ускорение входного воздействия;

$\varepsilon_{\text{уск}}$ – ошибка по ускорению.

Для статических систем

$$K_{\text{необ}} = \frac{U - \varepsilon_{\text{ст}}}{\varepsilon_{\text{ст}}}, \quad (3.1в)$$

где U – величина входного воздействия;

$\varepsilon_{\text{ст}}$ – статическая ошибка.

Подставляя числовые данные в (3.1a), получим

$$K_{\text{необ}} \geq 120.$$

Коэффициент передачи усилительного элемента определяется по формуле

$$K_1 = \frac{K_{\text{необх}}}{\prod_{i=2}^n K_i} \quad (3.2)$$

где K_i – коэффициенты усиления звеньев главного канала;

i – число звеньев.

Подставляя числовые данные в (3.2), получим $K_1 = 1,35$.

3.1.2. Определение передаточных функций системы и анализ устойчивости на основе частотного критерия устойчивости

Передаточная функция разомкнутой исходной системы равна

$$W_p(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}. \quad (3.3)$$

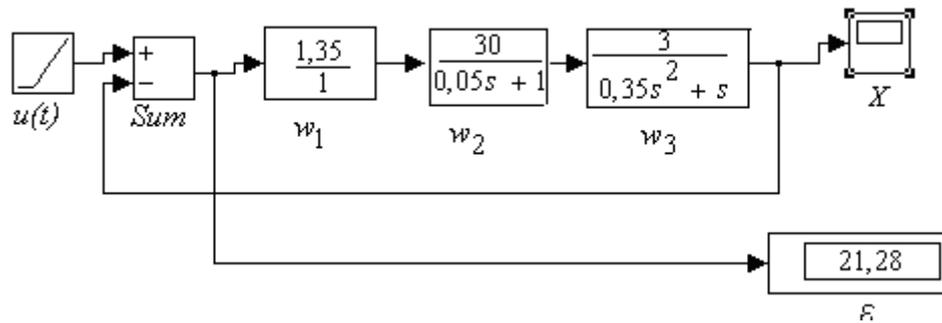
Передаточная функция замкнутой исходной системы определяется по формуле

$$W_3(p) = \frac{W_p(p)}{1+W_p(p)} = \frac{K}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K}, \quad (3.4)$$

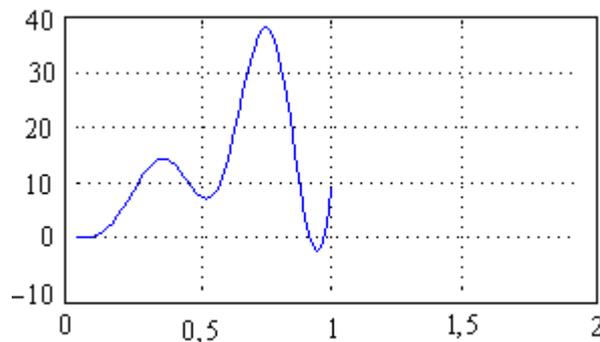
где $K = K_1 K_2 K_3$ – коэффициент усиления прямого канала САУ.

Построим графики переходных процессов в данной системе с применением блоков приложения Simulink. На вход системы подается линейно нарастающий сигнал задания скорости, моделируемый блоком Ramp.

Результаты моделирования представлены на рис. 5.



а)



б)

Рис. 5. Моделирование нескорректированной САУ:
а) структурная схема; б) график переходного процесса

По переходному процессу видно, что замкнутая САУ–
неустойчива.

Набираем модель замкнутой САУ в среде MATLAB:

```
w1=tf([1.35],[0 1])% передаточная функция W1  
регулятора
```

Transfer function:

1.35

```
w2=tf([30],[0.05 1])% передаточная функция  
звена W2
```

Transfer function:

30

0.05 s + 1

```
w3=tf([3],[0.35 1 0])% передаточная функция  
звена W3
```

Transfer function:

3

0.35 s^2 + s

```
wr=w1*w2*w3*% передаточная функция разомкнутой  
системы Wr
```

Transfer function:

121.5

0.0175 s^3 + 0.4 s^2 + s

Построение ЛАЧХ разомкнутой системы при помощи функции
bode():

```
bode (wr).
```

Вид ЛАЧХ и ЛФЧХ представлен на рис. 6.

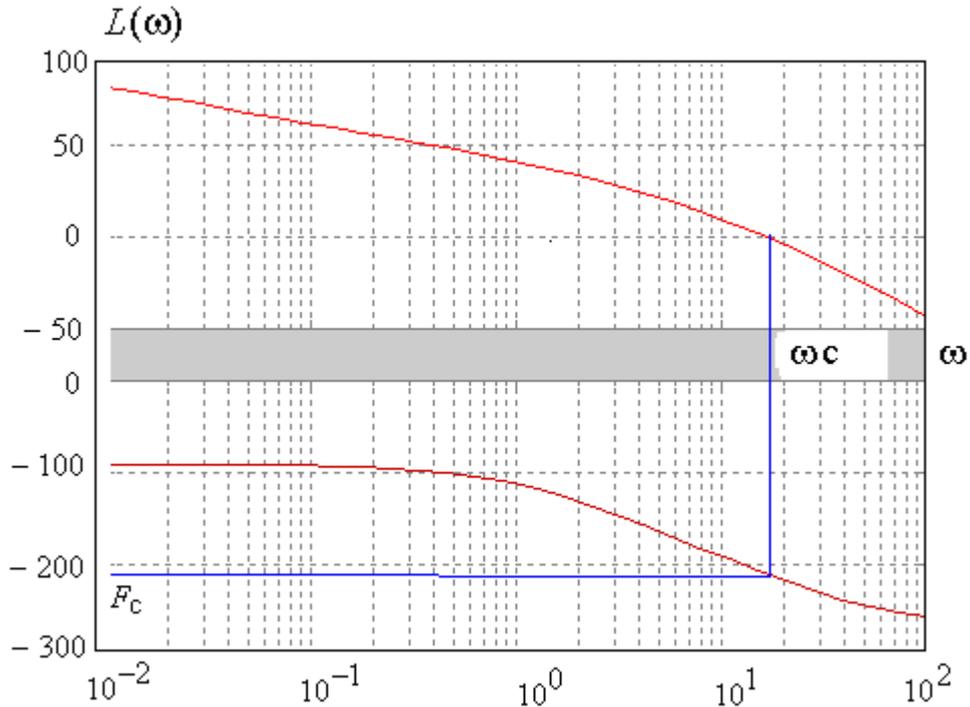


Рис. 6. ЛАЧХ и ЛФЧХ нескорректированной САУ

Для анализа устойчивости исходной системы строится амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) разомкнутой системы. Построение АФЧХ разомкнутой системы осуществляется в среде MATLAB. При ручном расчете АФЧХ рекомендуется следующая схема последовательности действий:

$$W_p(p) \rightarrow W_p(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.5)$$

где $P(\omega)$ – вещественная частотная характеристика (ВЧХ);
 $Q(\omega)$ – мнимая частотная характеристика (МЧХ).

Задаваясь значениями ω , строим АФЧХ, и по ней определяем устойчивость замкнутой системы. Для данной системы имеем

$$W_p(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)},$$

$$P(\omega) = -\frac{K\omega^2(T_1 + T_2)}{\omega^4(T_1 + T_2)^2 + (\omega^3 T_1 \cdot T_2 - \omega)^2}, \quad (3.6)$$

$$Q(\omega) = -\frac{K\omega(\omega^2 T_1 \cdot T_2 - 1)}{\omega^4 (T_1 + T_2)^2 + (\omega^3 T_1 \cdot T_2 - \omega)^2}$$

Задаваясь ω от 0 до ∞ на основе (3.6), построим АФЧХ.

Построение АФЧХ в среде MATLAB:

```
w1=(0.5:0.1:10000);% задание частотного
диапазона
```

```
s=j*w;%оператор Лапласа
```

```
Wr=121.5/(0.0175.*s^3+0.4.*s.^2+s;% передаточная
функция разомкнутой САУ
```

```
plot(Wr);% построение графика АФЧХ
```

```
grid on;% координатная сетка,
```

Здесь 0.5 – начальная частота; 0.1 – шаг изменения частоты; 10 000 – конечная частота.

На рис. 7 показана АФЧХ разомкнутой системы, полученная по вышеприведенным формулам. Из рисунка видно, что АФЧХ охватывает точку $(-1, j0)$, поэтому исходная замкнутая система неустойчива согласно частотному критерию Найквиста.

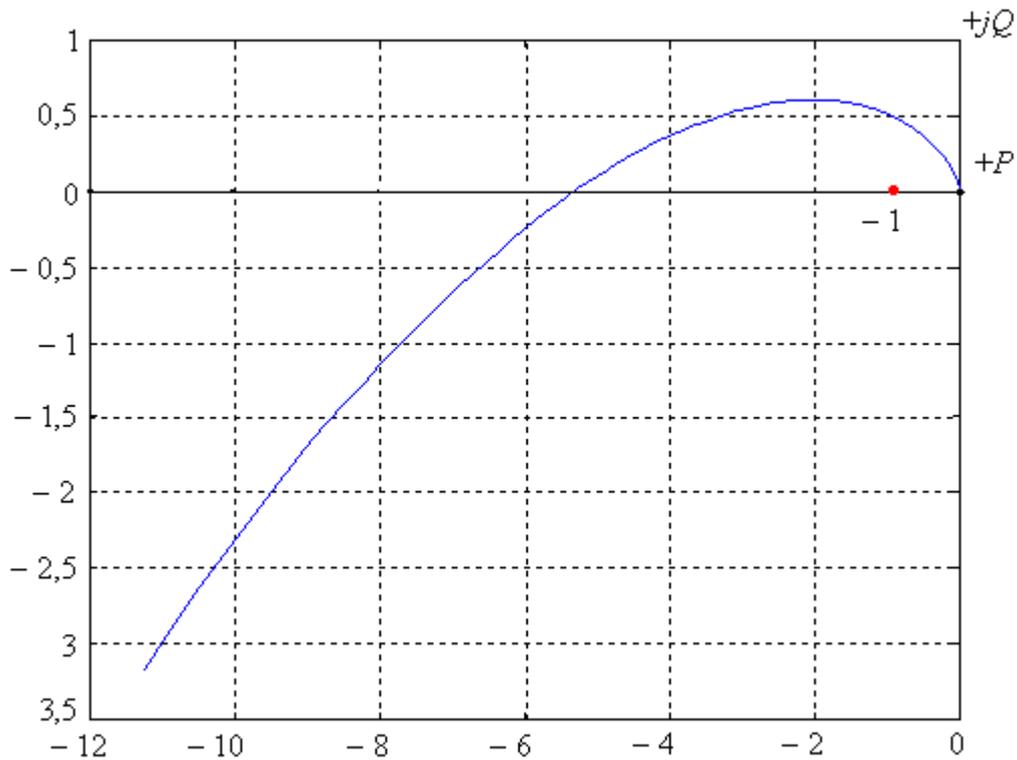


Рис. 7. АФЧХ разомкнутой исходной системы

3.1.3. Построение логарифмических частотных характеристик исходной системы

Исходная система состоит из последовательно соединенных типовых динамических звеньев. Построение асимптотической ЛАЧХ исходной разомкнутой системы выполняется следующим образом (рис. 8): через точку с координатами $\omega = 1$ и $20\lg K = 20\lg 120 = 41,58$ дБ проводим прямую с наклоном -20 дБ/дек до первой сопрягающей частоты $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$.

Далее – от ω_2 до $\omega_1 = \frac{1}{T_1}$ наклон -40 дБ/дек. После ω_1 наклон ЛАЧХ составляет 60 дБ/дек. Построим ЛАЧХ в среде MATLAB с использованием функции `semilogx(w, L)`:

```
w = (0.01:0.01:100);
L=20*log10(1.35*30*3)-20*log10(w)-
20*log10(sqrt((w*0.35).^2+1))-
20*log10(sqrt((w*0.05).^2+1));
semilogx(w, L)
```

grid on

ЛАЧХ $L(\omega)$ имеет, начиная с ω_1 наклон -60 дБ/дек. ЛФЧХ системы строится суммированием $\varphi_i(\omega)$ отдельных звеньев, т. е.

$$\varphi_{\text{исх}}(\omega) = -90^\circ - \text{arctg}T_2\omega - \text{arctg}T_1\omega. \quad (3.7)$$

Задаваясь различными значениями ω по формуле (3.7), рассчитываем $\varphi_{\text{исх}}(\omega)$. Согласно логарифмическому критерию устойчивости, исходная замкнутая система неустойчива, т. к. при $\omega_{\text{ср.исх}}$ получаем $\varphi(\omega_{\text{ср.исх}}) \leq -180^\circ$ (рис. 9).

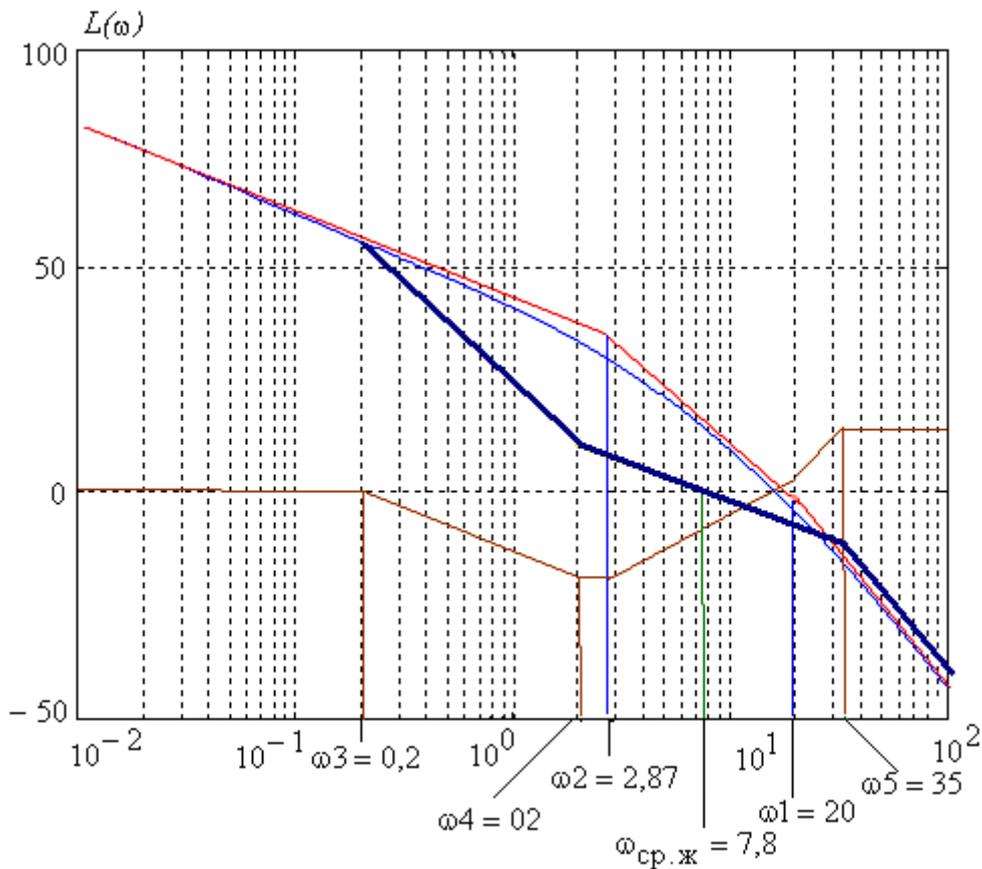


Рис. 8. ЛАЧХ исходной и желаемой системы

Это подтверждает правильность вывода, полученного ранее на основе частотного критерия устойчивости Найквиста с использованием АФЧХ.

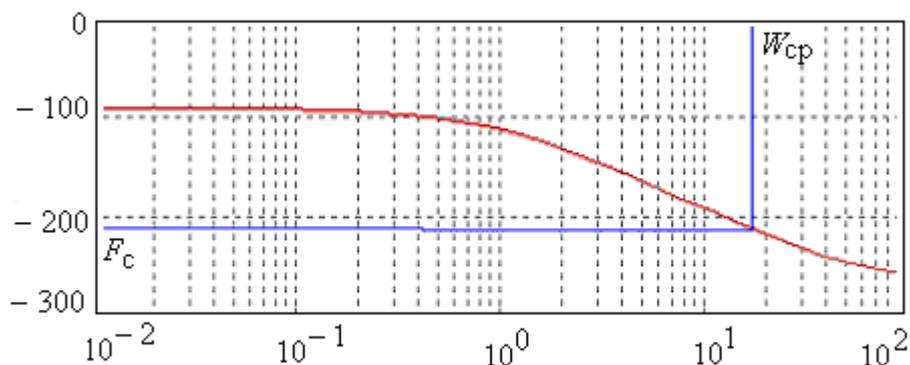


Рис. 9. ЛФЧХ исходной системы

3.1.4. Построение желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ системы

Желаемая логарифмическая характеристика разомкнутой системы строится на основе требований, предъявляемых к проектируемой системе: требуемый коэффициент усиления, порядок астатизма системы, допустимое время переходного процесса, допустимая величина перерегулирования.

Низкочастотная часть амплитудной характеристики определяется коэффициентом усиления системы в разомкнутом состоянии и порядком ее астатизма. Частотный интервал низкочастотной части характеристики лежит в пределах ЛАЧХ от минимальных начальных частот до частоты первого сопряжения аппроксимированной характеристики. Наклон начального низкочастотного отрезка характеристики определяется величиной -20ν дБ/дек, где ν – порядок астатизма системы.

Указанный начальный отрезок характеристики должен переходить через точку с ординатой, равной $20 \lg K$, и абсциссой $\omega = 1$, где

K – требуемый коэффициент усиления системы, т. е. эта часть должна совпадать с низкочастотной частью исходной системы для упрощения корректирующих средств.

Среднечастотная часть амплитудной характеристики является наиболее существенной частью характеристики, т. к. ее вид определяет в основном качество переходного процесса системы.

При частоте среза наклон ЛАЧХ должен быть -20 дБ/дек, а частота среза $\omega_{ср}$ определяется требуемым временем переходного процесса и допустимым перерегулированием: $\omega_{ср} \leq a_0 / t_p$, где a_0

выбирается в зависимости от допустимой величины перерегулирования и времени переходного процесса $t_{п}$.

Среднечастотный участок желаемой ЛАЧХ проводится влево и вправо до достижения модулей, равных L_1 , L_2 . Выбираются L_1 , L_2 в зависимости от допустимого перерегулирования σ . L_1 соответствует $\omega_{4ж}$, а L_2 соответствует $\omega_{5ж}$. В этом случае следует иметь в виду, что чем больше величины интервалов $\omega_{5ж} - \omega_{ср.ж}$ и $\omega_{ср.ж} - \omega_{4ж}$, тем меньше перерегулирование. Поэтому окончательный выбор этих интервалов должен быть согласован с требованием к переходному процессу.

Сопряжение центрального отрезка ЛАЧХ с низкочастотной частью производится прямой с наклоном -40 дБ/дек и -60 дБ/дек в высокочастотной части.

При построении желаемой ЛАЧХ желательно, чтобы она как можно меньше отличалась от исходной ЛАЧХ. Это необходимо для упрощения корректирующих средств. При формировании желаемой ЛАЧХ можно увеличить, если это необходимо для совпадения асимптот, запасы по модулю т. к. такое увеличение только повысит качество системы.

Рекомендуемая схема последовательности построения желаемой ЛАЧХ системы:

$K_{необх}$, σ , t_p , $L_{исх}(\omega) \rightarrow L_{ж}(\omega) \rightarrow W_{ж}(p) \rightarrow \varphi(\omega) \rightarrow \Delta L \rightarrow \Delta \varphi \rightarrow$ оценка качества. На основе этих рекомендаций построим $L_{ж}(\omega)$. Через точку $\omega_{ср.ж} = \frac{\alpha_0}{t_n} = \frac{4,5}{0,6} = 7,5 \text{ c}^{-1}$ проводим прямую с наклоном -20 дБ/дек.

Частоты $\omega_{4ж}$ и $\omega_{5ж}$ определим на основе запаса устойчивости по модулю и фазе L_1 и L_2 ($L = 15 - 25$ дБ). Построение остальных частей $L_{ж}(\omega)$ показано на рис. 8.

По виду $L_{ж}(\omega)$ запишем передаточную функцию $W_{р.ж}(p)$.

$$W_{р.ж}(p) = \frac{(1 + T_{4ж} \cdot p)}{p \cdot (1 + T_{3ж} p) \cdot (1 + T_{5ж} p)}. \quad (3.8)$$

Набор модели САУ в среде Simulink представлен на рис. 10.

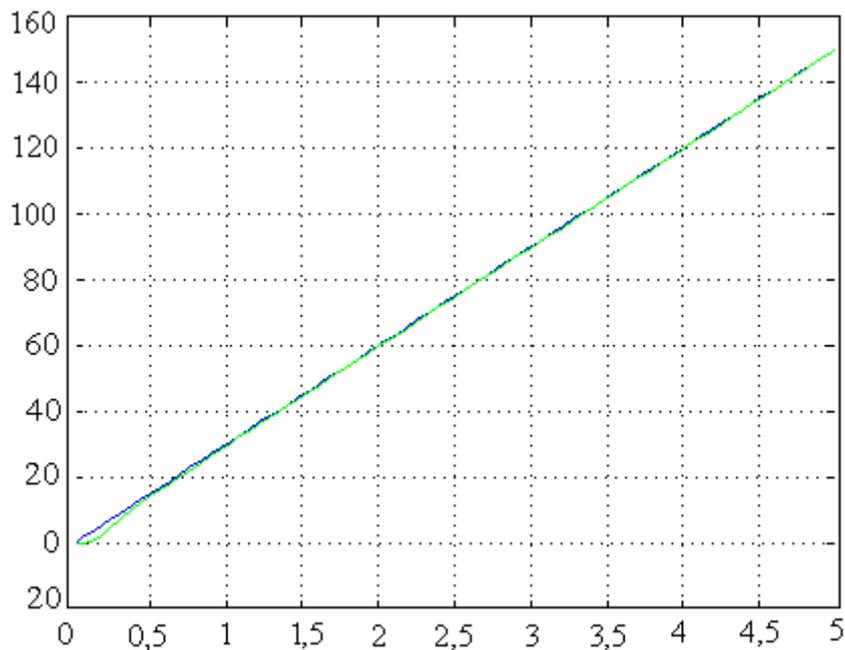
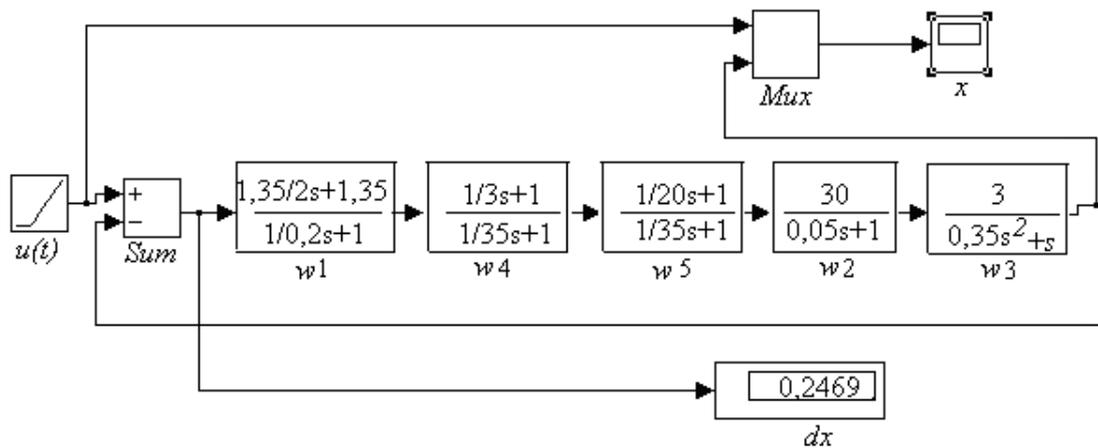


Рис. 10. Модель скорректированной САУ и график переходного процесса

3.1.5. Выбор корректирующего устройства с помощью ЛАЧХ

Для обеспечения требуемых динамических показателей к системе применяются следующие виды коррекции: последовательная, параллельная и смешанная. Каждый из этих видов коррекции имеет недостатки и достоинства.

Порядок выполнения расчета при параллельной коррекции:

1. Строится ЛАЧХ исходной системы $L_{исх}(\omega)$.
2. По техническим требованиям, предъявленным к проектируемой системе и переходному процессу в ней, строится ЛАЧХ желаемой системы $L_{ж}(\omega)$.

3. По известным ЛАЧХ строятся соответствующие им логарифмические фазовые частотные характеристики (ЛФЧХ).

4. Вычитанием ЛАЧХ желаемой системы из ЛАЧХ исходной системы получают суммарную ЛАЧХ корректирующего устройства и звеньев, охваченных этим корректирующим устройством, т.е. находят $L_{исх}(\omega) + L_{охв}(\omega)$.

5. Намечают место включения корректирующего устройства, после чего определяют $L_{охв}(\omega)$.

6. Вычитая из суммарной ЛАЧХ ЛАЧХ, соответствующую характеристике охваченных звеньев $L_{охв}(\omega)$, определяют ЛАЧХ корректирующего устройства:

$$[L_{ос}(\omega) + L_{охв}(\omega)] - L_{охв}(\omega) = L_{ос}(\omega). \quad (3.9)$$

7. По найденной ЛАЧХ корректирующего устройства находят наиболее простое его техническое исполнение.

При последовательной коррекции вместо пунктов 4, 5, 6 вычитаем ЛАЧХ исходной системы, из ЛАЧХ желаемой системы определяется ЛАЧХ корректирующего элемента т. е.

$$L_k(\omega) = L_j(\omega) - L_{исх}(\omega). \quad (3.10)$$

Применение параллельной или последовательной коррекции зависит от свойств исходной системы и требований к ней. В некоторых случаях поставленная задача решается с помощью смешанной коррекции.

Для данного примера осуществляем параллельную коррекцию. Параллельным корректирующим элементом охватываем звено с передаточной функцией

$$W_{охв}(p) = \frac{K_2}{1 + T_1 p}. \quad (3.11)$$

Выполняя пункты 3.1–3.7, находим ЛАЧХ и схему корректирующего элемента, пользуясь таблицами корректирующих типовых звеньев [6]. При выборе необходимо стремиться к реализации $L_k(\omega)$ одним звеном.

В данном случае передаточная функция корректирующего устройства имеет вид

$$W_k(p) = \frac{G_0(1 + pT_{1ж})(1 + pT_{3ж})}{(1 + pT_2)(1 + pT_{2ж})}. \quad (3.12)$$

Это корректирующее устройство реализуется последовательно соединенными двумя пассивными типовыми корректирующими звеньями: реальным дифференцирующим и реальным интегрирующим (рис. 11).

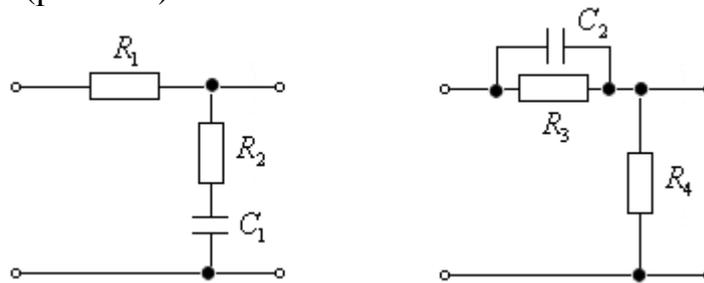


Рис. 11. Реальные интегрирующие и дифференцирующие корректирующие устройства

Расчет резисторов и конденсаторов осуществляется на основе формул, приведенных в таблицах с использованием числовых данных

$$T_{1ж} = 2,88 \text{ с}, T_2 = 0,35 \text{ с}, T_{2ж} = 0,32 \text{ с}, T_{3ж} = 0,02 \text{ с}, 20 \lg G_0 = K_0.$$

При необходимости (когда число неизвестных больше чем число уравнений) задаются параметрами отдельных элементов.

В тех случаях, когда выбранный тип корректирующего устройства отличается от расчетного, определяется передаточная функция скорректированной системы с включенным конкретным корректирующим устройством. В рассматриваемом примере $W_{\text{скор}}(p) = W_{\text{ж}}(p)$, поэтому в дальнейшем используется $W_{\text{ж}}(p)$. Структурная схема скорректированной системы приведена на рис. 12.

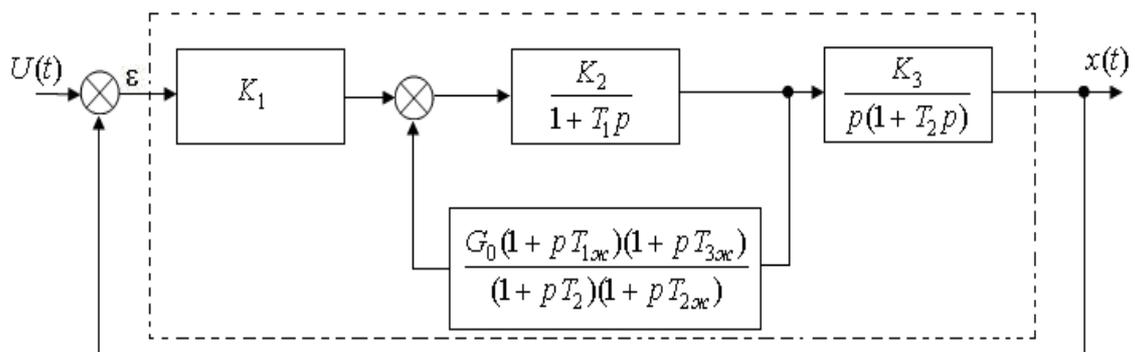


Рис. 12. Структурная схема скорректированной системы

4. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ

4.1. Общие положения

Для определения устойчивости существует большое количество специально разработанных критериев, которые позволяют без трудоемкой вычислительной работы сделать заключение об устойчивости САУ, а в случае ее неустойчивости определить пути для улучшения параметров.

4.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

В качестве наиболее распространенного алгебраического критерия можно назвать критерий, сформулированный в 1895 г. А. Гурвицем.

Оценка устойчивости в нем выполняется на основании анализа характеристического уравнения системы. По специальным правилам [2] строится квадратичная матрица коэффициентов характеристического уравнения. Затем определяются все n квадратных определителей Гурвица, где n – показатель степени характеристического уравнения системы. Критерий устойчивости в общем виде сводится к тому, что при $a_i > 0 (i = 0...n)$ должны быть больше нуля все n квадратных определителей Гурвица. Если хотя бы один из определителей меньше нуля, то система будет неустойчивой. Рассмотрим условия устойчивости системы, имеющей характеристическое уравнение третьей степени:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \quad (4.1)$$

Для устойчивости системы необходимо:

- 1) чтобы все коэффициенты уравнения (4.1) были больше нуля;
- 2) чтобы выполнялось условие $a_1 \cdot a_2 > a_0 \cdot a_3$.

Для характеристических уравнений степени выше трех условия необходимо найти самостоятельно в специальной литературе.

4.3. Частотный критерий устойчивости Михайлова

Русским ученым А. В. Михайловым в 1936–1938 гг. был разработан критерий, позволяющий судить об устойчивости САУ по очертаниям годографа вектора, соответствующего знаменателю частотной передаточной функции замкнутой САУ при изменении частоты от нуля до бесконечности.

Рассмотрим отдельно левую часть характеристического уравнения:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_{n-1} p + a_n. \quad (4.2)$$

Подставим в этот полином значение $p = j\omega$, где ω – угловая частота колебаний, соответствующая чисто мнимому корню характеристического уравнения. В этом случае мы получим характеристический комплекс

$$D(\omega) = X(\omega) + j Y(\omega), \quad (4.3)$$

где $X(\omega)$ – вещественная часть $D(\omega)$, содержащая четные степени ω ; $Y(\omega)$ – мнимая часть $D(\omega)$, содержащая нечетные степени ω . Задаваясь значениями частоты от нуля до бесконечности на комплексной плоскости (см. рис. 13), строят годограф Михайлова.

Критерий устойчивости Михайлова формулируется следующим образом: для устойчивости линейной САУ необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении частоты от нуля до бесконечности, начавшись на положительной полуплоскости и не пересекая начала координат, последовательно пересек столько квадрантов комплексной плоскости, какой порядок имеет полином характеристического уравнения системы.

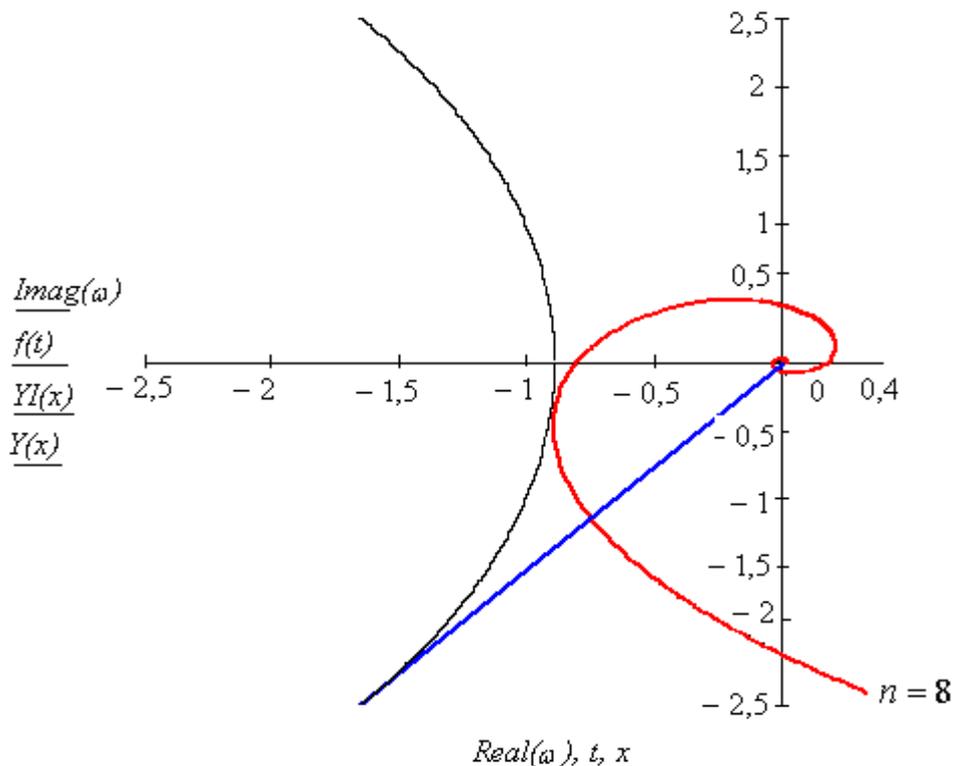


Рис. 13. Годограф Михайлова

Рассмотрим условия устойчивости системы, имеющей характеристическое уравнение третьей степени:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0. \quad (4.4)$$

Подставим $p = j\omega$, разложим на вещественную и мнимую части, и в результате получим

$$X(\omega) = a_3 - a_1 \omega^2; Y(\omega) = \omega (a_2 - a_0 \omega). \quad (4.5)$$

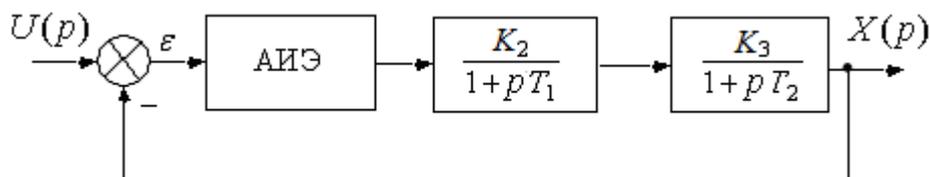
По формуле (4.5), задавая частоту от нуля до бесконечности, строим кривую Михайлова (когда ясно, что годограф из данного квадранта не выйдет, то построение прекращаем). Если годограф нарушил последовательный порядок пересечения квадрантов или пересек начало координат – система будет неустойчивой.

В пояснительной записке необходимо сделать вывод об устойчивости либо неустойчивости САУ, привести программу расчета и график годографа Михайлова с использованием среды моделирования MATLAB.

5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ САУ

Исходными данными для расчета являются:

а) структурная схема



б) коэффициенты передачи элементов

$$K_2 = 11, K_3 = 13;$$

в) постоянные времени элементов

$$T_1 = 0,4 \text{ с}, T_2 = 0,15 \text{ с};$$

г) параметры импульсного элемента:

- амплитудно-импульсный модулятор I рода;
- коэффициент передачи импульсного элемента $K_1 = 1$;
- период повторения импульсного элемента $T = 0,5 \text{ с}$;
- относительная длительность импульсов $\gamma = 0,1$.

5.1. Анализ устойчивости импульсной системы с помощью аналога критерия Гурвица

Для анализа устойчивости линейной импульсной системы ее структурная схема предварительно приводится к расчетной форме. При этом амплитудно-импульсный элемент представляется в виде последовательно соединенных идеального импульсного элемента, преобразующего непрерывный сигнал в δ -импульсы, и элемента, формирующего из δ -импульсов импульсы реальной формы. Передаточная функция формирующего элемента $W_{\text{ф.э}}(p)$ имеет вид

$$W_{\text{ф.э}}(p) = K_{\text{и}} \frac{1 - e^{-\gamma T p}}{p}, \quad (5.1)$$

где $K_{\text{и}} = K_1 = 1$.

Можно использовать более упрощенное выражение $W_{\phi,3}(p) \approx \gamma T$, полученное разложением в ряд Маклорена при допущении, что $\gamma \ll 1$. Относя $W_{\phi,3}(p)$ к непрерывной части, получаем передаточную функцию непрерывной части. Далее анализ устойчивости проводится по следующей схеме:

$$W_{\text{ПНЧ}}(p) \rightarrow W_p(Z) = Z\{W_p(p)\} \rightarrow W_3(Z) = \frac{W_p(Z)}{1+W_p(Z)} \rightarrow \frac{C(Z)}{D(Z)} \Bigg|_{Z=\frac{1+\omega}{1-\omega}} \rightarrow \\ \rightarrow D(\omega) \rightarrow \text{критерий Гурвица.}$$

Пусть задана передаточная функция непрерывной части САУ в виде

$$W_{\text{ПНЧ}}(p) = \frac{M(p)}{N(p)}, \quad (5.2)$$

где $M(p)$ и $N(p)$ – соответственно многочлены степени m и n числителя и знаменателя дроби (5.2).

Выражение (5.2) можно представить в виде суммы простейших дробей при известных корнях знаменателя $N(p)$ [1]:

$$W(p) = \sum_{i=1}^n \frac{M(p_i)}{p_i N'(p_i)} \cdot \frac{1}{p - p_i}, \quad (5.3)$$

где p_i – i -й корень знаменателя $N(p) = 0$;

$$N'(p) = \left. \frac{dN(p)}{dp} \right|_{p=p_i} \quad \text{– производная знаменателя } N(p) \text{ при } p = p_i.$$

Коэффициенты разложения (5.3) $C_i = \frac{M(p_i)}{p_i N'(p_i)}$ вычисляются при помощи функции пакета MATLAB: $[C \ P \ K] = \text{residue}(M, N)$, где $M = [b_m, b_{m-1}, \dots, b_0]$, $N = [a_n, a_{n-1}, \dots, a_0]$. Коэффициенты вектора $C = [C_1, C_2, \dots, C_n]$ могут быть и комплексными числами, так же как и корни полинома $N(p) = 0$. Вектор-столбец $P = [p_1, p_2, \dots, p_n]$ определяется корнями характеристического уравнения. В этом случае передаточная функция $W_{\text{ПНЧ}}(p)$ примет вид

$$W(p) = \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{p - p_i}. \quad (5.4)$$

Тогда Z-преобразование от $W_{\text{ПНЧ}}(p)$ в соответствии с [1] примет вид

$$W(Z) = \sum_{i=1}^n \frac{Z}{Z - e^{p_i T}} \cdot C_i. \quad (5.5)$$

Пример.

Определим $W_{\text{ПНЧ}}(p)$ для системы вида

$$W_{\text{ПНЧ}}(p) = \gamma T \frac{K_2 K_3}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}.$$

Передаточную функцию разомкнутой импульсной системы определим, используя таблицу Z-преобразований [1]:

$$W_p(Z) = Z \left\{ \gamma T \frac{K_2 K_3}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \right\} = \frac{K_2 K_3 \gamma T}{T_1 T_2 (a_1 - a_2)} \left(\frac{Z}{Z - d_2} - \frac{Z}{Z - d_1} \right), \quad (5.6)$$

где $a_1 = \frac{1}{T_1}$; $a_2 = \frac{1}{T_2}$; $d_1 = e^{-T/T_1}$; $d_2 = e^{-T/T_2}$.

Подставляя числовые значения, получим

$$W_p(Z) = \frac{-7,17Z}{Z^2 - 0,3296Z + 0,01018}.$$

Передаточная функция замкнутой импульсной системы равна:

$$W_3(Z) = \frac{-7,17Z}{Z^2 - 7,4916Z + 0,01018}.$$

Делая подстановку $Z = \frac{1 + \omega}{1 - \omega}$ и приравнявая $D(\omega) = 0$, получим

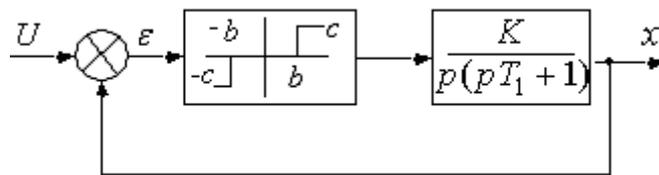
$$8,49\omega^2 - 1,98\omega - 6,48 = 0.$$

Данная импульсная система неустойчива, т. к. по аналогу критерия Гурвица для устойчивости системы второго порядка среди коэффициентов характеристического уравнения не должно быть отрицательных.

6. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ САУ МЕТОДОМ ФАЗОВОГО ПЛОСКОСТРАНСТВА

Исходными данными для расчета являются:

а) структурная схема



б) коэффициенты передачи и постоянные времени элементов

$$K = 1c^{-1}, \quad T_1 = 10c;$$

в) параметры нелинейного элемента

$$b=1, \quad c=2;$$

г) начальные условия $x(0) = 5; \quad \dot{x}(0) = \frac{dx}{dt} = 2.$

Построение фазовой траектории можно осуществлять двумя способами: непосредственным решением дифференциального уравнения и с помощью метода изоклин. Построим фазовую траекторию изображающей точки с заданными начальными условиями решением дифференциального уравнения. На основе заданной структурной схемы запишем дифференциальное уравнение вида

$$T \dot{x} + x = F(x, u). \quad (6.1)$$

Релейная функция $F(x, u)$ имеет три постоянных значения: $c; 0; -c$. Запишем уравнение (6.1) отдельно для каждого из трех участков:

$$T \dot{x} + x = c \quad \text{при } \varepsilon \geq b \quad (6.2)$$

$$T \dot{x} + x = -c \quad \text{при } \varepsilon \leq -b \quad (6.3)$$

$$T \dot{x} + x = 0 \quad \text{при } |\varepsilon| < b \quad (6.4)$$

Таким образом, фазовая плоскость может быть разбита на три области. Границами этих областей служат две прямые $\varepsilon = b$ и $\varepsilon = -b$.

Введем обозначение $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \eta$ и уравнение (6.2) перепишем следующим образом:

$$\frac{d\eta}{dt} = -\frac{\eta}{T} + \frac{c}{T} \quad \text{при } \varepsilon \geq b. \quad (6.5)$$

Для исключения времени t из уравнения (6.5) и разделения переменных произведем следующие преобразования.

Разделим уравнение (6.5) на $\eta = \frac{dx}{dt}$:

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{1}{T} + \frac{c}{T\eta} \quad \text{при } \varepsilon \geq b$$

или

$$\frac{d\eta}{dx} = -\frac{\eta - c}{T\eta} \quad \text{при } \varepsilon \geq b,$$

откуда

$$\frac{T\eta}{c - \eta} d\eta = dx \quad \text{при } \varepsilon \geq b. \quad (6.6)$$

Первую часть уравнения (6.6) преобразуем следующим образом:

$$\frac{T\eta}{c - \eta} d\eta = \frac{T\eta + Tc - Tc}{c - \eta} = -T + \frac{Tc}{c - \eta},$$

поэтому

$$dx = -T d\eta + \frac{Tc}{-\eta + c} d\eta \quad \text{при } \varepsilon \geq b. \quad (6.7)$$

Проинтегрируем уравнение (6.7):

$$x = -T\eta - Tc \ln|-\eta + c| + d_1 \quad \text{при } \varepsilon \geq b. \quad (6.8)$$

Проделав аналогично операции с уравнениями (6.3) и (6.4), получим следующие решения:

$$x = -T\eta - Tc \ln|-\eta + c| + d_2 \quad \text{при } \varepsilon \leq -b, \quad (6.9)$$

$$x = -T\eta + d_3 \quad \text{при } |\varepsilon| < b. \quad (6.10)$$

Итак, фазовая плоскость разбивается на три области (рис. 14). В области I при $\varepsilon = b$ располагается семейство интегральных кривых,

построение которых производится по уравнению (6.8), а в области II при $\varepsilon = -b$ – по уравнению (6.9). В области же III траекториями изображающей точки являются прямые линии, которые строятся по уравнению (6.10).

Для определения значения постоянной интегрирования d в уравнение (6.8) подставим заданные значения начальных условий $x(0)$ и $\eta(0)$. Значения ε и η на границах областей служат для определения других постоянных интегрирования d_2 и d_3 . Далее, задаваясь значениями η , построим по формулам (6.8)–(6.10) фазовую траекторию (рис.14).

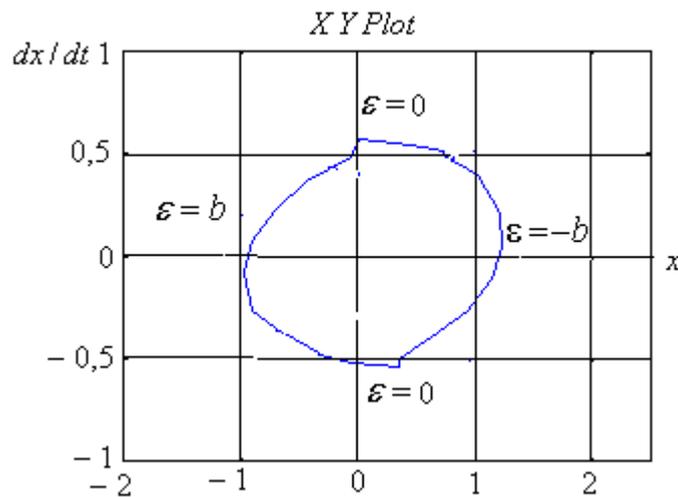


Рис. 14. Фазовый портрет нелинейной САУ

Фазовый портрет системы построим с использованием функции *PLOT* среды MATLAB или устройства наблюдения *XY Graph* среды Simulink. Как видно из рисунка, переходной процесс в системе носит автоколебательный характер.

Метод гармонической линеаризации. Метод гармонической линеаризации относится к приближенным методам исследования автоколебаний. Он позволяет определить условия существования и параметры автоколебаний в нелинейных системах практически любого порядка. Этот метод может быть использован также для исследования вынужденных колебательных режимов и приближенной оценки качества переходных процессов.

Метод гармонической линеаризации (или, иначе, *гармонического баланса*) основан на исследовании поведения системы при гармоническом (синусоидальном) воздействии, подаваемом на вход нелинейного элемента, и замене периодической кривой на

выходе нелинейного элемента первой гармоникой. Погрешность, получаемая при такой замене, сравнительно невелика, так как в действительности из-за имеющегося последовательного фильтра низкой частоты все высокочастотные колебания не пропускаются.

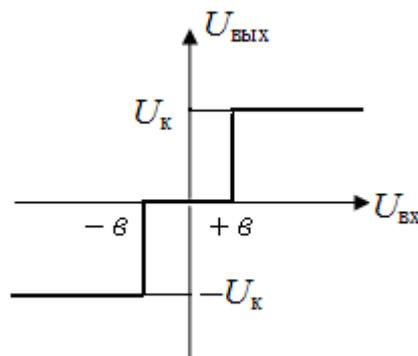
Если на вход нелинейного элемента системы подать синусоидально изменяющийся сигнал

$$U_{\text{вх}} = A \sin \omega t, \quad (6.11)$$

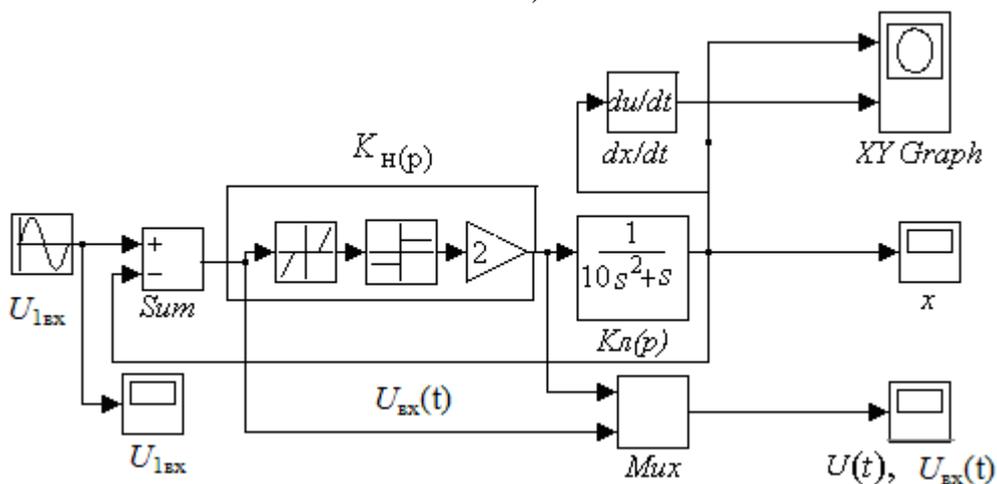
где A – амплитуда входного сигнала, то изменение его выходной величины будет функцией $U_{\text{вх}}$:

$$u = f(U_{\text{вх}}) = f(A \sin \omega t).$$

Эта функция, зависящая от статической характеристики нелинейного элемента, может быть представлена в виде аналитической либо графической зависимости. Так, например, для трехпозиционного реле статическая характеристика имеет вид, показанный на рис 15, а.



а)



б)

Рис. 15. Структурная схема модели релейной САУ

Здесь $u = u_k$ – выходное (коммутируемое) напряжение; $-b, +b$ – входные величины, соответствующие срабатыванию и опусканию. При подаче на вход синусоидального сигнала зависимость выходного сигнала от времени на нелинейном элементе может быть получена в среде Simulink по структурной схеме, показанной на рис. 15, б. Графики переходных процессов в нелинейной САУ с трехпозиционным реле показаны на рис.16.

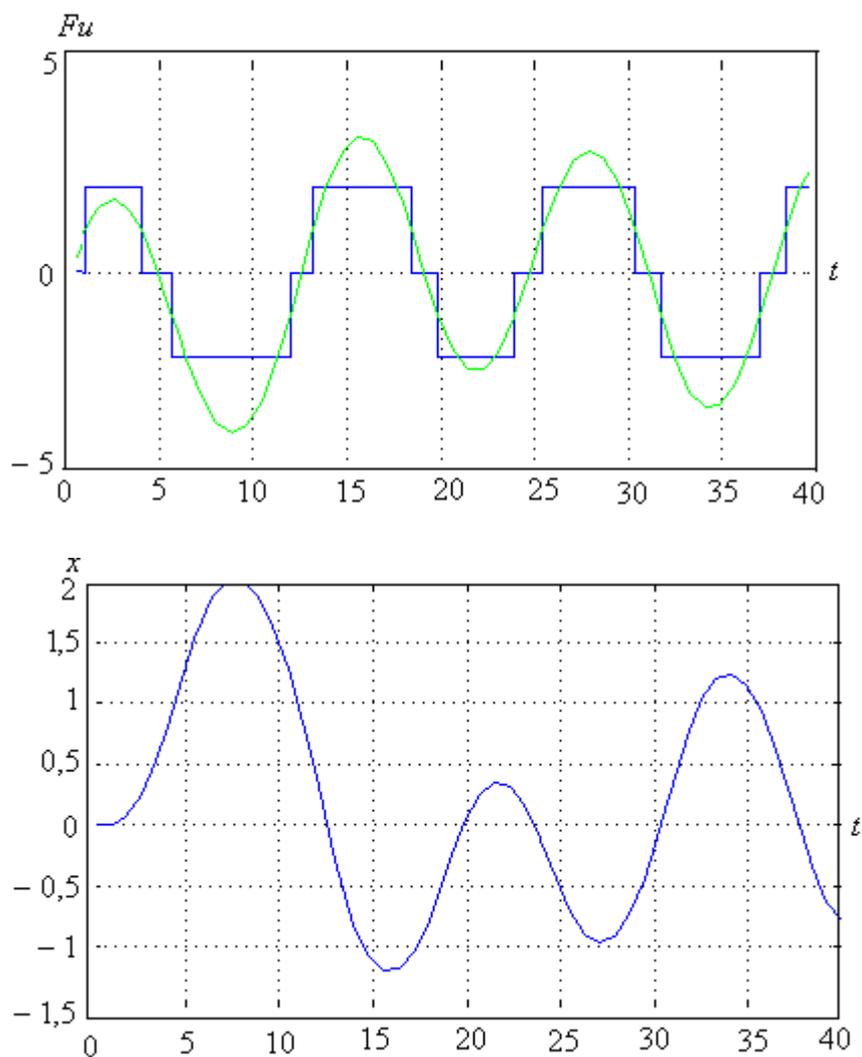


Рис. 16. Графики переходных процессов в релейной системе

Полученная периодическая функция u может быть разложена в ряд Фурье. В общем случае можно записать

$$u = g_1 \sin \omega t + g_2 \sin 2\omega t + \dots + b_1 \cos \omega t + b_2 \cos 2\omega t + \dots$$

Тогда первая гармоника периодической величины выхода нелинейного элемента

$$u_1 = g_1 \sin \omega t + b_1 \cos \omega t, \quad (6.12)$$

где g_1 и b_1 определяются как коэффициенты Фурье:

$$g_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \sin \omega t d\omega; \quad b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(A \sin \omega t) \cos \omega t d\omega. \quad (6.13)$$

Из выражения (6.11) найдем

$$\sin \omega t = U_{\text{вх}} / A. \quad (6.14)$$

Дифференцируя выражение (6.14), получаем

$$d \sin \omega t / dt = \omega \cos \omega t = (dU_{\text{вх}} / dt) / A$$

или

$$\cos \omega t = (dU_{\text{вх}} / dt) / (\omega A). \quad (6.15)$$

Подставив соотношения (6.14) и (6.15) в уравнение (6.12) и учитывая, что $u = u_1$, можем записать

$$u = g_1 U_{\text{вх}} / A + (b_1 / \omega A) dU_{\text{вх}} / dt.$$

Полученное выражение представляет приближенное линейное дифференциальное уравнение нелинейного элемента. Используя преобразование Лапласа, найдем передаточную функцию нелинейного элемента:

$$K_{\text{н}}(p) = u / U_{\text{вх}} = g(A, \omega) + b(A, \omega)p, \quad (6.16)$$

где $g(A, \omega) = g_1 / A$; $b(A, \omega) = b_1 / (\omega A)$.

Подставив в формулу (6.16) вместо p значение $j\omega$, получим

$$K_{\text{н}}(j\omega) = u(j\omega) / U_{\text{вх}} = g(A, \omega) + j\omega b(A, \omega) \quad (6.17)$$

или $K_{\text{н}}(j\omega) = \sqrt{g^2(A, \omega) + b^2(A, \omega)} \exp(j \arctg(\omega b(A, \omega) / g(A, \omega)))$.

Выражения (6.17) представляют описывающую функцию нелинейного элемента, под которой понимают отношение комплексной амплитуды $u(j\omega)$ основной составляющей выходного сигнала к амплитуде $U_{\text{вх}}(j\omega)$ синусоидального входного сигнала.

В случае симметричных однозначных характеристик нелинейных элементов в форму ЛАЧХ (6.17) следует положить $b(A, j\omega) = 0$. Описывающая функция в этом случае будет иметь вид

$$K_H(j\omega) = g(A, \omega). \quad (6.18)$$

Пусть передаточная функция линейной части системы описывается уравнением

$$K_L(p) = x_{\text{вых}} / u = D(p) / G(p),$$

где $D(p), G(p)$ – полиномы числителя и знаменателя передаточной функции. Тогда передаточная функция линеаризованной разомкнутой системы

$$W(p) = K_L(p) \cdot K_H(p),$$

а замкнутой линеаризованной системы

$$W_3(p) = W(p) / (1 + W(p)).$$

Характеристическое уравнение замкнутой системы определяется из выражения

$$1 + W(p) = 1 + D(p)K_H(p) / G(p) = 0 \quad (6.19)$$

и имеет вид

$$G(p) + D(p)K_H(p) = 0. \quad (6.20)$$

Полученные методом гармонической линеаризации соотношения позволяют применить к исследованию динамических свойств нелинейных систем методы линейной теории автоматического управления, в том числе и частотные методы.

Метод Л. С. Гольдфарба. Решение задач, связанных с определением существования параметров и устойчивости автоколебаний нелинейных систем аналитическими методами, представляет значительные трудности. Поэтому были разработаны графоаналитические методы решения этих задач. В 1946 г. Л. С. Гольдфарб предложил использовать для решения поставленных задач АЧХ нелинейной части системы и график обратного гармонического коэффициента передачи (метод гармонического баланса).

Подставим в уравнение (6.19), представленное выражением $1 + K_L(p)K_H(p) = 0$, вместо p значение $j\omega$ и запишем полученное соотношение в виде уравнения гармонического баланса:

$$K_L(j\omega) = W_H(j\omega), \quad (6.21)$$

где $W_H(j\omega) = -1 / K_H(j\omega)$ – гармоническая характеристика нелинейного элемента; $K_L(j\omega)$ – частотная характеристика линейной части системы.

Автоколебания возможны, если выполняется условие гармонического баланса (6.21). Решение этого уравнения производится графически. На комплексной плоскости строятся характеристики, $K_L(j\omega)$ и $W_H(j\omega)$. Искомый результат определяется точкой пересечения характеристик, в которой по кривой $K_L(j\omega)$ определяется частота, а по кривой $W_H(j\omega)$ – амплитуда автоколебаний. Для определения устойчивости автоколебаний используется следующий критерий, предложенный Гольдфарбом. Если, двигаясь по кривой $W_H(j\omega)$ в направлении возрастания $|A|$, при перечислении в данной точке характеристики $K_L(j\omega)$ мы выходим за пределы контура амплитудно-фазовой характеристики, то автоколебания будут устойчивыми. Точке, через которую мы входим внутрь контура $K_L(j\omega)$, соответствуют неустойчивые автоколебания. Сформулированный критерий справедлив, если линейная часть САУ устойчива. Если линейная часть неустойчива и ее характеристическое уравнение имеет m корней в правой полуплоскости, то точка пересечения характеристик $K_L(j\omega)$ и $W_H(j\omega)$ соответствует устойчивым колебаниям лишь в том случае, если, двигаясь по $W_H(j\omega)$ в направлении $|A|$ и пересекая эту точку, мы попадем в область, которую $K_L(j\omega)$ охватывает в положительном направлении $m/2$ раз. Рассмотрим процесс моделирования релейной САУ по структурной схеме, представленной на рис. 17.

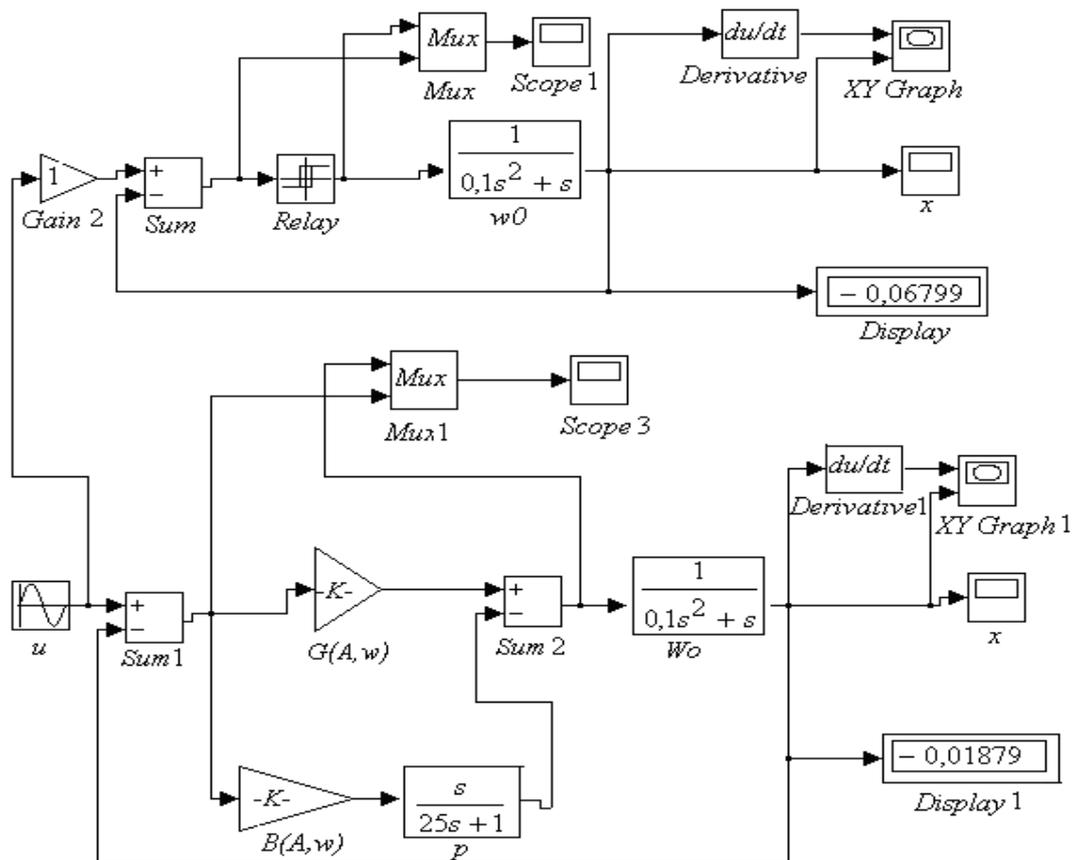


Рис. 17. Структурная схема гармонической линейзации релейной САУ
 Порядок линейаризации:

1) назначить параметры релейного элемента Relay (рис. 18, а);
 2) выявить путем моделирования частоту и амплитуду автоколебаний – a, ω ;

3) задать параметры синусоидального генератора $U(t) = A \sin \omega t$ ($A > a$) (рис. 18, б); вычислить коэффициенты $B(A, \omega)$ и $G(A, \omega)$ (рис.18, в,г);

4) вычислить коэффициенты гармонической линейзации:
 $K(p) = G(A, \omega) + B(A, \omega) \cdot P$. В нашем случае $A = 0,075$,

$$\omega = 2\pi/0,61. \quad G(A, \omega) = 4 \cdot b / \left(\pi \cdot A \sqrt{1 - \left(\frac{b}{A} \right)^2} \right),$$

$$B(A, \omega) = -4b / (\pi \cdot A^2 \cdot \omega).$$

Графики переходных процессов подтверждают правомерность замены релейного элемента Relay линейными звеньями

$K(p) = G(A, \omega) + B(A, \omega) \cdot p$ при работе САУ с частотой входного сигнала $U(t)$, близкой к частоте автоколебаний ω .

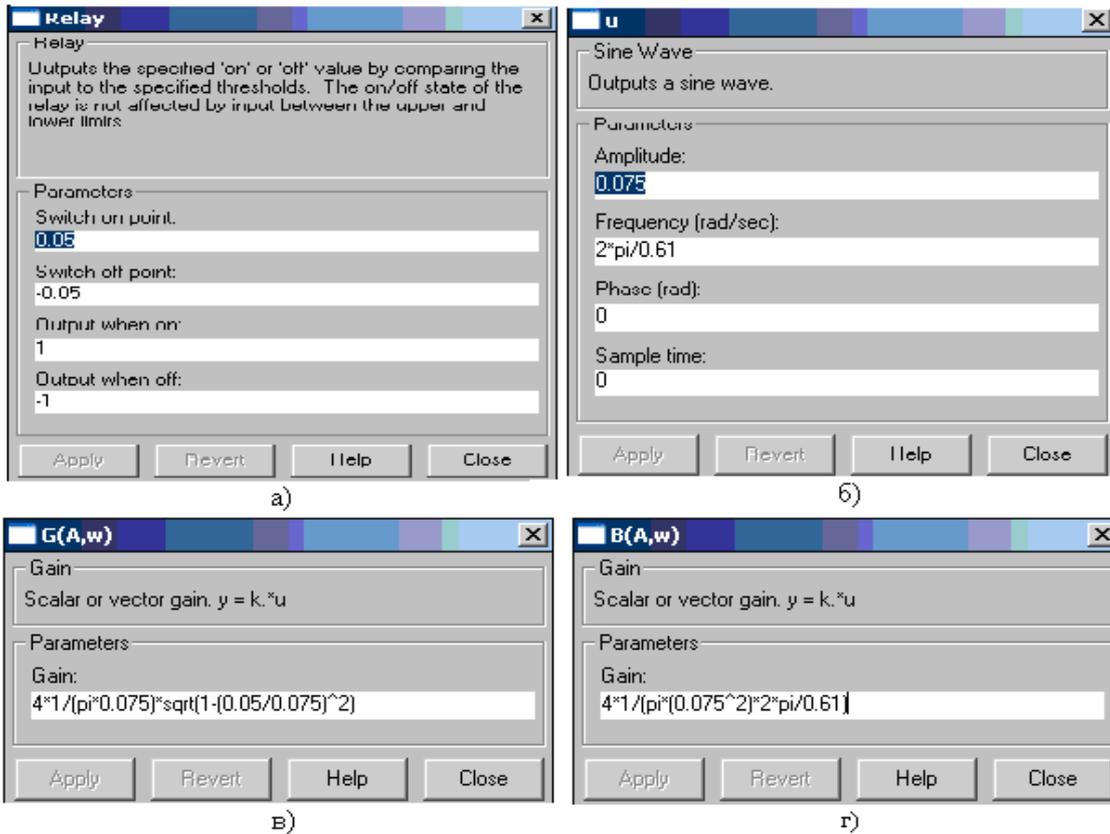
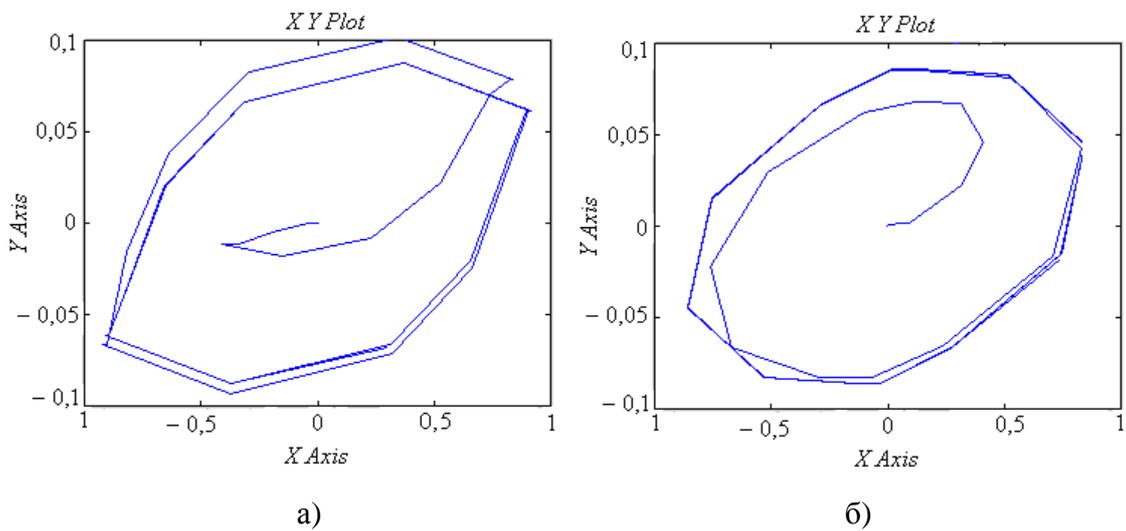


Рис. 18. Определение параметров для моделирования релейной САУ



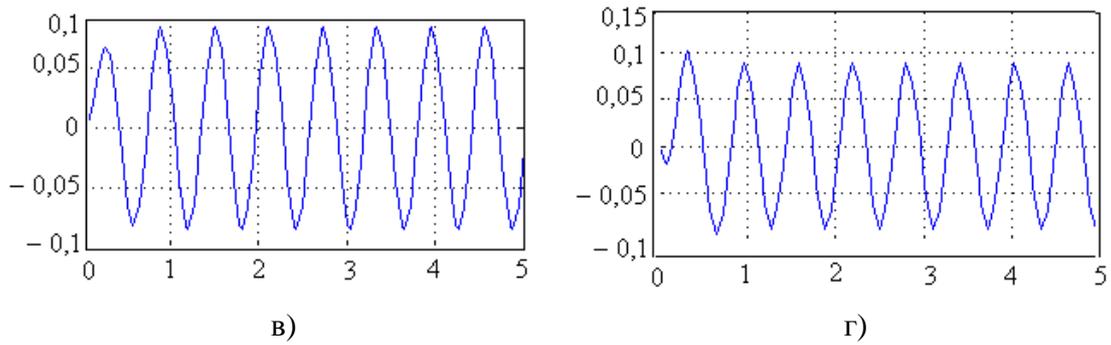


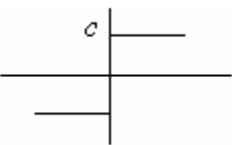
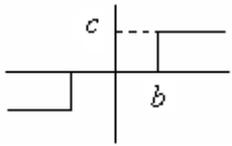
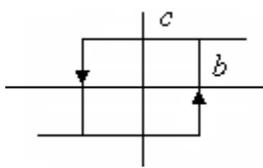
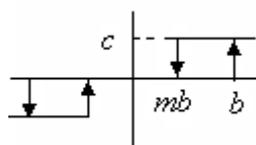
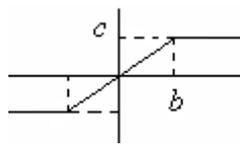
Рис. 19. Переходный процесс на выходе релейной САУ

Результаты моделирования релейной САУ представлены на рис. 19. На рис. 19, а показан фазовый портрет исходной САУ, а на рис. 19, в – выходные колебания в исходной САУ. На рис. 19, б представлен фазовый портрет линейризованной САУ при помощи линейного элемента $K(p) = G(A_1\omega) + B(A_1\omega) \cdot p$, а на рис. 19, г – выходные колебания в линейризованной САУ. Качество линейризации оценивается по разности амплитуд этих колебаний. В нашем случае

$$\varepsilon = \frac{A_1 - A_2}{A_1} \cdot 100\% = \frac{0,8 - 0,75}{0,8} \cdot 100\% = 6,25\%.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Статические характеристики и коэффициенты гармонической линейризации нелинейных процессов

Тип	Статическая характеристика	$G(a, \omega)$	$B(a, \omega)$
I		$\frac{4c}{\pi a}$	0
II		$\frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ при $a \geq b$	0
III		$\frac{4c}{\pi a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ при $a \geq b$	$-\frac{4cb}{\pi a^2}$ при $a \geq b$
IV		$\frac{2c}{\pi a} \left(\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} + \sqrt{1 - \frac{m^2 b^2}{a^2}} \right)$ при $a \geq b$	$-\frac{2cb}{\pi a^2} (1 - m)$ при $a \geq b$
V		$\frac{2c}{b} \left(\arcsin \frac{b}{a} + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \right)$ при $a \geq b$	0

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – СПб.: Профессия, 2004.
2. Анхимюк, В. Л. Теория автоматического управления: учеб. пособие для вузов / В. Л. Анхимюк. – Минск : Дизайн ПРО, 2002.
3. Ерофеев, А. А. Теория автоматического управления: учеб. пособие для вузов / Ерофеев А. А. – 2-е изд., доп. и перераб. – СПб.: Политехника, 2001.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: учеб. для вузов в 3 т. / под ред. Н. Д. Егупова. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.
5. Кузьміцкі, І. Ф. Мадэляванне аб'ектаў і сістэм кіравання: вучэб. дапаможнік для студэнтаў ВНУ спец. «Аўтаматызацыя тэхналагічных працэсаў і вытворчасцяў» / І. Ф. Кузьміцкі. – Мінск : БДТУ, 2003.
6. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / под ред. В. А. Бесекерского. – М.: Наука, гл. редакция физ-мат. литературы. – 1972.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ	4
1.1. Задание на курсовую работу.....	4
1.2. Краткие методические указания.....	4
1.3. Примерное содержание пояснительной записки	5
1.4. Перечень необходимого графического материал.....	6
2. ЗАДАНИЯ К КУРСОВОЙ РАБОТЕ	8
2.1. Задание 1	8
2.2. Задание 2	9
2.3. Задание 3	9
2.4. Задание 4	10
3. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	12
3.1. Анализ и синтез линейной САУ	12
3.1.1. Определение необходимого коэффициента передачи всей системы и предварительного усилителя в зависимости от заданной точности.....	12
3.1.2. Определение передаточных функций системы и анализ устойчивости на основе частотного критерия устойчивости	13
3.1.3. Построение логарифмических частотных характеристик исходной системы	17
3.1.4. Построение желаемой ЛАЧХ и ЛФЧХ системы	19
3.1.5. Выбор корректирующего устройства с помощью ЛАЧХ	21
4. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ САУ	24
4.1. Общие положения	24
4.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица.....	24
4.3. Частотный критерий устойчивости Михайлова	24
5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ И ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ САУ	27
5.1. Анализ устойчивости импульсной системы с помощью аналога критерия Гурвица.....	27
6. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ САУ МЕТОДОМ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА	30
ПРИЛОЖЕНИЕ	40
ЛИТЕРАТУРА	41

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Составитель **Юденков Виктор Степанович**

Редактор М. Ф. Мурашко

Подписано в печать 12. 09. 2007 Формат 60×84 ¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 2,4. Уч.-изд. л. 2,5.

Тираж 100 экз. Заказ

Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

220050. Минск, Свердлова, 13а.

ЛИ № 02330/0133255 от 30.04.2004.

Отпечатано в лаборатории полиграфии учреждения образования

«Белорусский государственный технологический университет».

220050. Минск, Свердлова, 13.

ЛП № 02330/0056739 от 22.01.2004.