

# ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА, ТЕПЛОТЕХНИКА И ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ

---

УДК 621.926

**В. С. Франкевич**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);

**П. Е. Вайтехович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой (БГТУ);

**А. С. Дорогокупец**, аспирант (БГТУ)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА УНОСА ИЗМЕЛЬЧЕННОГО МАТЕРИАЛА В СЕПАРАЦИОННОЕ ПРОСТРАНСТВО СРЕДНЕХОДНЫХ МЕЛЬНИЦ

Разработано математическое описание процесса уноса измельченного материала в сепарационное пространство среднеходных мельниц. Предложена математическая модель движения частиц в закрученном восходящем газовом потоке, учитывающая концентрацию твердой фазы. Получена зависимость осевой скорости частицы от скорости несущей среды при разных концентрациях твердой фазы. Показано, что при низкой концентрации твердой фазы (1–5%) относительно несущей газовой среды при нестесненных условиях влиянием соседних частиц на траекторию движения можно пренебречь.

Developed a mathematical description of the ash particulate material in the separation space roller mills. A mathematical model of the motion of particles in a swirling upward gas flow, for the first time takes into account the concentration of the solid phase. The dependence of the axial velocity of the particle on the velocity of the carrier medium at different concentrations of the solid phase. It is shown that at low solids content (1–5%) relative to the carrier gas environment with unrestricted conditions, the influence of neighboring particles on the trajectory can be neglected.

**Введение.** Специфика работы среднеходных мельниц заключается в том, что весь материал, выходящий с вращающегося размольного стола, независимо от размеров частиц должен уноситься потоком воздуха в сепарационную зону и далее в сепаратор. В гравитационной сепарационной зоне осаждаются более крупные частицы и возвращаются на домол. Средний класс и мелкий товарный продукт уносятся в сепаратор, где разделяются: товарный продукт выводится из мельницы, а средний класс возвращается в центр тарелки на доизмельчение. Так организуется замкнутый цикл работы мельницы. Следовательно, в этих помольных агрегатах мельница и сепаратор выступают как единое целое, а соответственно, и движение материальных потоков в них должно быть взаимосвязано.

В научной литературе очень мало данных по исследованию движения частиц после попадания в кольцевой зазор, образованный торцом размольного стола и корпусом мельницы. В опубликованной работе [1] движение частиц в сепарационной зоне рассматривается в осевом потоке. Однако при такой подаче газа очень трудно равномерно его распределить. В результате образуются зоны с пониженной скоростью газа, в которых материал не уносится вверх, а

проваливается вниз, что нарушает нормальный режим работы мельницы. В последнее время предлагаются различные способы выравнивания структуры газового потока, одним из которых является тангенциальный подвод несущей среды.

Движение частиц в закрученном потоке широко изучалось в циклонных процессах, вихревых массообменных аппаратах, вихревых и центробежных мельницах [2–3]. Нами ранее проводились теоретические исследования движения одиночной частицы в закрученном газовом потоке в сепарационном пространстве среднеходных мельниц [4]. В результате получена траектория полета частицы в сепарационном пространстве, определены составляющие полной скорости и высота, на которой происходит ее соприкосновение со стенкой корпуса. Последний параметр необходим для конструктивного усовершенствования мельницы, так как сепарационная зона должна быть выполнена таким образом, чтобы частицы не долетели до стенки мельницы над кольцевым зазором. Частицы при попадании на стенку сползают по корпусу мельницы под размольный стол, т. е. происходит провал измельченного материала.

При разработке вышеуказанной модели [4] нами было принято допущение об отсутствии

взаимодействия между частицами, так как в некоторых источниках [5] высказывалось предположение, что при рассмотрении движения твердых частиц в газовзвесах для концентраций менее 0,02 влиянием стенок канала или соседних частиц на скорость витания можно пренебречь. В то же время в кольцевом зазоре и над размольным столом концентрация твердой фазы может достигать  $\beta = 0,05$  в связи с особенностью работы мельницы в замкнутом цикле и возникающей циркуляции части материала. Таким образом, целью работы являлась оценка влияния учета стесненного движения частиц в несущем потоке на траекторию их движения.

**Основная часть.** Как известно, при попадании частицы материала в закрученный газовый поток на нее воздействует комплекс внешних сил. Определяющими силами, влияющими на движение частиц в газовой среде, являются сила аэродинамического сопротивления воздуха  $F_B$  и сила тяжести  $G$  (рис. 1).

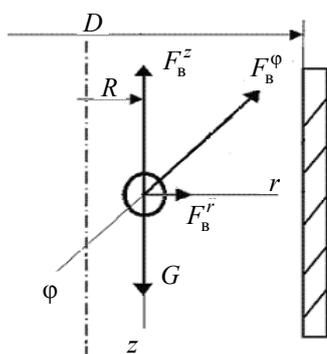


Рис. 1. Расчетная схема

В общем виде уравнение движения частицы материала в закрученном воздушном потоке может быть представлено следующим образом:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \sum_{i=1}^k \bar{F}_i, \quad (1)$$

где  $v$  – скорость движения частицы в закрученном потоке, м/с;  $t$  – время движения частицы, с;  $k$  – количество внешних сил, действующих на частицу материала при ее движении;  $F_i$  – активные силы, Н.

Основное влияние на движение частицы материала в закрученном потоке оказывает сила аэродинамического воздействия воздуха, которая в данном случае определяется по следующей формуле:

$$\begin{aligned} \bar{F}_B &= \frac{1}{2} k_\phi c \rho_B S |\bar{w}_i - \bar{v}| (\bar{w}_i - \bar{v}) = \\ &= \frac{1}{8} k_\phi c \rho_B \pi d^2 |\bar{w}_i - \bar{v}| (\bar{w}_i - \bar{v}), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $k_\phi$  – коэффициент формы частицы;  $c$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $\rho_B$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $S$  – площадь поперечного сечения частицы, м<sup>2</sup>;  $w_i$  – скорость воздушного потока в данной точке аппарата, м/с;  $d$  – диаметр частицы, м.

Модуль разности скоростей воздушного потока и частицы (относительная скорость) можно представить в виде

$$|\bar{w}_i - \bar{v}| = \sqrt{(w_r - v_r)^2 + (w_\phi - v_\phi)^2 + (w_z - v_z)^2}, \quad (3)$$

где  $w_r, w_\phi, w_z$  – составляющие полной скорости движения воздушного потока, м/с.

Необходимо отметить, что при рассмотрении любых задач движения двухфазных потоков определенной сложностью является нахождение составляющих полной скорости движения газового потока. До недавнего времени наиболее простым и достоверным методом определения скоростей и давлений являлся пневматический, основанный на измерении давления в определенных точках поверхности внесенными в поток измерительными приборами (зондами). Причем измерения проводились в основном с использованием трехканальных зондов, в виду их простоты и доступности. Но кроме невысокой точности измерений, использование трехканальных зондов подразумевало невозможность получения данных для радиальной составляющей скорости газа. В некоторых источниках рекомендуется не учитывать эту составляющую в виду ее незначительности при рассмотрении движения частиц в установившихся закрученных газовых потоках. Мы ранее также использовали данный подход и вышеуказанное допущение при разработке модели движения одиночной частицы [4]. Однако движение воздуха в сепарационном пространстве среднеходных мельниц не является установившимся ввиду наличия множества элементов, нарушающих структуру потока (валки, размольный стол и др.). Кроме того, на современном этапе развития вычислительных технологий и ЭВМ появились новые методы получения профилей скоростей, основанные на компьютерном моделировании аэродинамики газовых сред при помощи специализированных математических пакетов, таких как Solid Works Flow Simulation, Ansys и др. Ранее мы провели исследования аэродинамики сепарационной зоны валковой среднеходной мельницы с использованием прикладного пакета Solid Works Cosmos Flo Works [6]. В результате моделирования были получены профили распределения трех составляющих скорости воздушного потока, причем было показано значительное влияние радиальной скорости на характер движения. Обработка полученных данных дала возможность

составить экспериментально-аналитическую модель [4], характеризующую изменение составляющих скорости газа  $w_r$ ,  $w_\varphi$ ,  $w_z$  по сечению мельницы, которая нами использовалась в дальнейших расчетах (4).

$$\begin{aligned}\tilde{w}_r &= 14,4\tilde{r}^4 - 31,3\tilde{r}^3 + 18,2\tilde{r}^2 - 1,3\tilde{r} + 0,1; \\ \tilde{w}_\varphi &= 7,9\tilde{r}^4 - 41,1\tilde{r}^3 + 49,5\tilde{r}^2 - 16,7\tilde{r} - 0,1; \\ \tilde{w}_z &= -19,1\tilde{r}^4 + 37,4\tilde{r}^3 - 20,8\tilde{r}^2 + 4,2\tilde{r},\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\tilde{w}$ ,  $\tilde{r}$  – соответственно относительные составляющие скорости потока и относительный радиус.

В литературе приведено множество эмпирических формул для расчета коэффициента аэродинамического сопротивления  $c$ , зависящего от числа Рейнольдса  $Re$  [5]. Для аналитических исследований удобны зависимости вида

$$C = ARe^{-n}, \quad (5)$$

где  $A$  и  $n$  – эмпирические коэффициенты, зависящие от значения  $Re$ , т. е. от режима движения.

Однако общим недостатком формул такого вида является то, что их применимость ограничена небольшими диапазонами значений  $Re$ . Во многих случаях целесообразно использовать двухчленные формулы, наиболее известной из которых является формула Л. С. Клячко [5]:

$$c = 24Re^{-1} + 4Re^{-1/3}. \quad (6)$$

Принято считать, что в ламинарном потоке газовзвеси со строго монодисперсными сферическими частицами столкновений между ними не происходит. Если хотя бы одно из перечисленных условий не выполняется, траектории различных частиц могут пересекаться, что приводит к более или менее интенсивному взаимодействию между ними. Такая картина наблюдается при хаотическом движении частиц при уносе их в сепарационную зону среднеходных мельниц.

Определение скорости витания (уноса) частицы с помощью известных зависимостей  $c = f(Re)$  требует применения итераций, которые к тому же медленно сходятся. Поэтому удобнее выразить зависимость  $c = f(Re)$  в виде  $c = f(Ar)$ , так как критерий Архимеда не зависит явно от скорости витания.

Во многих случаях наличие соседних частиц существенно влияет на характер обтекания частицы газом и, следовательно, на величину скорости витания, которая оказывается меньше, чем следует. Из многочисленных источников наиболее надежной считается следующая корреляция числа Рейнольдса для учета влияния концентрации твердой фазы в газовом потоке [5]:

$$Re = Ar(1-\beta)^{4,75} \left[ 18 + 0,61\sqrt{Ar(1-\beta)^{4,75}} \right]^{-1}, \quad (7)$$

где  $Ar$  – число Архимеда.

Число Архимеда можно определить по классической формуле:

$$Ar = \frac{gd^3}{\nu^2} \left( \frac{\rho_m - \rho_b}{\rho_b} \right), \quad (8)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $m/c^2$ ;  $\nu$  – кинематическая вязкость среды,  $m^2/c$ ;  $\rho_m$  – плотность частиц измельчаемого материала,  $kg/m^3$ .

Движение закрученного газового потока имеет сложный пространственный характер. Твердые частицы, попавшие в такой поток, увлекаются газом и начинают двигаться по спиралеобразным траекториям. Движение по таким траекториям обычно рассматривается в цилиндрической системе координат. Центр системы координат совместим с центром мельницы. Текущими координатами в этом случае будут  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$ . Полная скорость движения частиц в этом случае будет характеризоваться тремя составляющими:  $v_r, v_\varphi, v_z$ .

Тогда в проекциях на оси цилиндрической системы координат уравнения движения твердой частицы в закрученном потоке примут вид

$$\begin{cases} m \left( \frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\varphi^2}{R} \right) = F_B^r, \\ m \left( \frac{dv_\varphi}{dt} + \frac{2v_r v_\varphi}{R} \right) = F_B^\varphi, \\ m \frac{dv_z}{dt} = F_B^z - G, \end{cases} \quad (9)$$

где  $R$  – текущий радиус движения частицы материала и воздушного потока,  $m$  (рис. 1).

Подставляя в систему дифференциальных уравнений (9) выражения (2), (3) и (6)–(8) и выполняя соответствующие преобразования, окончательно получаем

$$\begin{cases} \frac{dv_r}{dt} = \frac{3k_\varphi c \rho_b (w_r - v_r)}{4d \rho_m} \times \\ \times \sqrt{(w_r - v_r)^2 + (w_\varphi - v_\varphi)^2 + (w_z - v_z)^2} + \frac{v_\varphi^2}{R}, \\ \frac{dv_\varphi}{dt} = \frac{3k_\varphi c \rho_b (w_\varphi - v_\varphi)}{4d \rho_m} \times \\ \times \sqrt{(w_r - v_r)^2 + (w_\varphi - v_\varphi)^2 + (w_z - v_z)^2} - \frac{2v_r v_\varphi}{R}, \\ \frac{dv_z}{dt} = \frac{3k_\varphi c \rho_b (w_z - v_z)}{4d \rho_m} \times \\ \times \sqrt{(w_r - v_r)^2 + (w_\varphi - v_\varphi)^2 + (w_z - v_z)^2} - g. \end{cases} \quad (10)$$

Таким образом, решая систему дифференциальных уравнений и принимая во внимание вышеперечисленные начальные условия, получаем численные значения тангенциальной, радиальной и осевой скоростей движения одиночной частицы в кольцевом зазоре валковой мельницы.

По величине отдельных составляющих можно рассчитать значение полной скорости частицы при соприкосновении со стенкой мельницы:

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_\phi^2 + v_z^2}. \quad (11)$$

На рис. 2 представлена зависимость осевой скорости движения частицы в кольцевом зазоре от среднерасходной скорости газа при различных концентрациях твердой фазы в несущем потоке, полученная при расчете валковой среднеходной мельницы с внутренним диаметром корпуса 250 мм и диаметром размольного стола 214 мм. Начальные значения составляющих скоростей схода частиц с размольного стола определены ранее [7]. Из зависимости видно, что осевая скорость частицы изменяется практически по линейному закону. Анализ полученных данных показывает, что даже при пятикратном увеличении концентрации твердой фазы в газовом потоке (в диапазоне от 1 до 5%) скорость движения частиц изменяется не более чем на 4%.

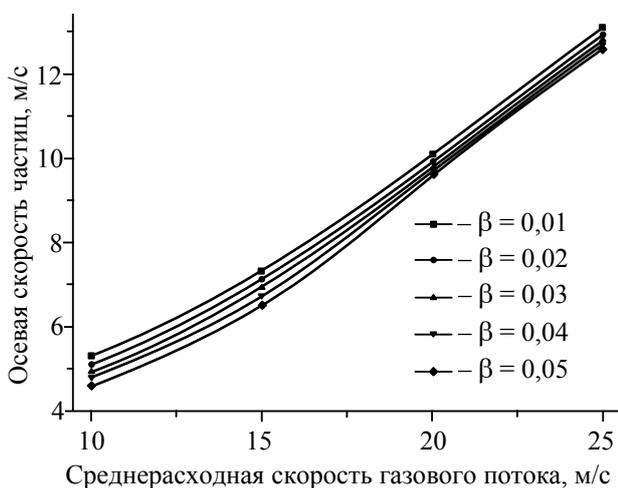


Рис. 2. Зависимость осевой скорости частицы от скорости несущего потока при различных концентрациях твердой фазы

По полученной зависимости, рассчитав скорость витания частиц, можно определить скорость несущего потока, при котором частица начнет падать под действием силы тяжести. Эти данные важны для определения условий, предотвращающих провал материала.

Также по предложенной математической модели движения частицы построена траектория ее полета после схода с размольного стола и попадания в несущий газовый поток (рис. 3). По траектории легко определить высоту ( $H$ ), на которую поднимется частица до соприкосновения с внутренней стенкой мельницы и направление движения частицы. Для эффективной сепарации частицы не должны попадать на стенку мельницы, поэтому поток газа необходимо направить от периферии к центру под углом, большим угла полета частицы.

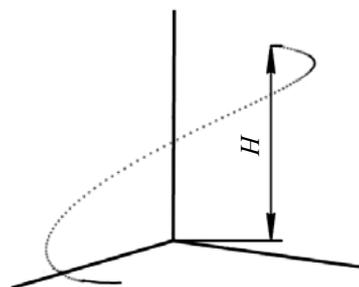


Рис. 3. Траектория полета частицы

Необходимо отметить, что при разработке предложенной математической модели принималось допущение об однородности по гранулометрическому составу измельченного материала, что далеко не так, поэтому при ее использовании при проектировании среднеходной мельницы расчет необходимо вести по верхней границе дисперсного состава продукта после размола.

**Заключение.** Полученная модель может быть использована при разработке конструктивного исполнения кольцевого зазора и сепарационного пространства среднеходных мельниц. Причем при проектировании агрегатов с низкой концентрацией твердой фазы относительно несущей газовой среды при нестесненных условиях (коими и являются условия движения в мельницах, работающих в замкнутом режиме) влиянием соседних частиц на траекторию движения можно пренебречь.

### Литература

1. Князев, А. С. Исследование лабораторной валковой мельницы / А. С. Князев, В. В. Чулков, Г. Л. Хомченко // Сб. науч. тр. / Всерос. науч. исслед. ин-т цемент. машиностроения. – Тольятти, 1985. – С. 47–51.
2. Иванов, О. Р. О движении мелких частиц в вертикальных циклонных реакторах / О. Р. Иванов, Л. Б. Зарудный, С. Н. Шорин // Теорет. основы хим. технологии. – 1968. – Т. 2, № 4. – С. 605–608.

3. Вайтехович, П. Е. Разработка и исследование вихревых массообменных аппаратов: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.17.08 / П. Е. Вайтехович; Белорус. технол. ин-т. – Минск, 1982. – 18 с.

4. Францкевич, В. С. Моделирование движения частицы материала в кольцевом зазоре валковой среднеходной мельницы / В. С. Францкевич // Весці Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2004. – № 4. – С. 39–43.

5. Бабуха, Г. Л. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных пото-

ках / Г. Л. Бабуха, А. А. Шрайбер. – Киев: Навук. думка, 1972. – 176 с.

6. Францкевич, В. С. Исследование аэродинамики сепарационной зоны вертикальной валковой мельницы / В. С. Францкевич, А. С. Дорогокупец // Строительная наука и техника. – 2009. – № 4. – С. 72–75.

7. Францкевич, В. С. Определение траектории движения материала по размольной тарелке валково-тарельчатой мельницы / В. С. Францкевич, П. Е. Вайтехович // Труды БГТУ. Сер. III, Химия и технология неорганич. в-в. – 2007. – Вып. XV. – С. 149–152.

*Поступила 22.02.2013*