1990

сентябрь

УДК 539.32:678.067

## М. И. КУЛАК

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ В ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТАХ С ДИСПЕРСНЫМИ НАПОЛНИТЕЛЯМИ

(Представлено академиком АН БССР И. Н. Ермоленко)

Полимерные композиты с дисперсными наполнителями привлекают в настоящее время внимание. В практическом плане это связано с расширением выпуска изделий из композитных материалов с такого типа. наполнителями. В теоретическом плане такие системы являются удобной модельной средой для описания эффективных характеристик материалов в рамках различных теоретических подходов, в том числе и методами теории перколяции. Первые работы в данном направлении []. 2] были посвящены прямому статистическому моделированию распределения наполнителя и матрицы в материале. Далее в работе [2] методом конечных элементов определялись поля напряжений и деформаций, в результате усреднения которых и были получены эффективные характеристики. В работе [1] для достижения указанных целей использовались существенные модельные представления о геометрии элементарной ячейки материала. Необходимо также отметить эксперимент [3], поставленный специально для подтверждения перколяционного характера распределения наполнителя в материале и предпринятое там же описание эффективных свойств на основе теории самосогласованного поля и метода поэтапной квазигомогенизации.

Характерной особенностью всех перечисленных работ является то, что в них используются простые модельные представления о структуре материала и не рассматриваются систематическим образом закономерности структурообразования во всем диапазоне изменения концептрации наполнителя.

Взаимное распределение матрицы и наполнителя в композите удобно представить в виде фазовой диаграммы (рис. 1). Верхняя часть диаграммы отражает структурные состояния наполнителя, а нижияя —

матрицы. Для обозначения параметров, характеризующих матрицу, используется индекс *m*, наполнитель — *i*.

При изменении объемной доли наполнителя  $v_i$  от 0 до 1 соответствующую ему часть фазовой днаграммы можно разделить на две области, обозначенные на рис. 1 соответственно  $p_i$  и  $k_i$ . Область  $p_i$  соответствует докри-



Рис. 1

тическим состояниям наполнителя в материале. Как показали физические эксперименты и математическое моделирование, при малых  $v_i$  часть наполнителя находится в виде отдельных частиц и часть его связана в малые агрегаты — кластеры [1-3]. По мере увеличения  $v_i$  возрастает объем кластеров и доля агрегированных в них частиц. При достижении  $v_i$  некоторого критического — порогового значения  $v_i$ в материале образуется перколяционный кластер, охватывающий весь его объем, т. е. происходит геометрический фазовый переход. На фазовой вой диаграмме эта область обозначена  $k_i$ .

В нижней части диаграммы, отражающей топологические состояния матрицы, также имеются две аналогичных области  $p_m$  и  $k_m$ . Наличие области  $p_m$  у матрицы обусловлено тем, что по мере увеличения концентрации  $v_i$  в закритической области плотность кластера наполнителя растет, он поглощает более мелкие агрегаты и при некоторой концентрации  $v_{mc}$  происходит нарушение непрерывности матрицы как кластера, занимающего весь объем системы. Матрица в свою очередь разбивается на ряд агрегатов, имеющих определенное распределение по размерам и числу частиц.

Таким образом, всю диаграмму можно разделить на три сектора (I—III).

Положение границ между секторами определяется пороговыми значениями v<sub>ic</sub> и v<sub>mc</sub>, которые зависят от вида перколяционной задачи и типа кристалической решетки, в узлах которой находятся частицы на полнителя и матрицы.

Все конкретные вычисления будут проделаны для простой кубической решетки в задаче узлов, для задачи связей они проводятся аналогично.

Рассмотрим более подробно процессы в докрнтической области (сектор I). Общее выражение для числа *n*<sub>s</sub> агрегатов из *s* частиц на один узел решетки и средний радиус агрегата *R*<sub>s</sub> были получены в [4] на основе склейлинга и имеют вид

$$n_s = s^{-\theta} \exp\left(-cs^{\zeta}\right),\tag{1}$$

$$R_s = r s^{\rho}, \tag{2}$$

где 0,  $\zeta$ ,  $\rho$  — некритические индексы, r — радиус частицы, c — констан та, определяемая из условия нормировки  $n_s$  на число частиц в системс  $N_i$ . Уравнение для c

$$v_i = \sum_{s} s^{1-\theta} \exp\left(-cs^{\zeta}\right). \tag{3}$$

При определении параметров, характеризующих матрицу, необходимо учитывать, что при vmc в композите образуется перколяционный кластер матрицы. Вероятность частице *m* принадлежать этому кластеру определяется функцией связности

$$Q_m = N_{km} / N_m = B |v_m - v_{mc}|^{\beta},$$
<sup>(4)</sup>

где  $N_{km}$  — число частиц матрицы, принадлежащих перколяционному кластеру,  $v_m = N_m/N$ ,  $\beta$  — критический индекс, B — постоянная определяемая из условия: при  $N_m \rightarrow N$ ,  $Q_m \rightarrow 1$  и  $B = 1/|1 - v_{mc}|^{\beta}$ . Перколяционные кластеры являются подклассом более общего класса фрактальных кластеров, для которых определяющим является выражение, связывающее радиус кластера  $R_{km}$  и число частиц в нем.

$$R_{km} = r N_{km}^{1/D}, (5)$$

где D — фрактальная размерность кластера. Для перколяционного кластера известно выражение, связывающее D с критическими ин дексами:

$$D = d - \beta/\nu, \tag{6}$$

где *d* — размерность пространства, *v* — критический индекс радиуса корреляции,

$$\xi \sim |v_m - v_{mc}|^{-\nu}. \tag{7}$$

По мере увеличения  $v_m$  растет радиус  $R_{hm}$ , предельным его значением является  $R_d = rN^{1/d}$ . При дальнейшем увеличении  $v_m$  и соответственно числа частиц в кластере для выполнения (5) должно измениться D, т. е. кластер уже не является перколяционным, но остается фрактальным. Для определения основного параметра, характеризующего такой кластер, фрактальной размерности D необходимо рассмотреть совместно (4), (5) и (6). В результате получим

$$D = d (\ln N_m + \nu dB \ln |v_m - v_{mc}|) / (\ln N + d\nu \ln |v_m - v_{mc}|).$$
(8)

В закритической области (сектор II) в материале присутствуют перколяционные кластеры матрицы и наполнителя, а также более мелкие агрегаты и отдельные частицы. Объемная доля частиц, принадлежащих перколяционным кластерам, определяется функцией связности (4). Поскольку перколяционные кластеры являются «рыхлыми», то они поглощают часть частиц другой компоненты. С целью определения объемной доли таких частиц воспользуемся известной [5] формулой для средней массовой плотности вещества  $\rho$  в сферической части кластера радиусом R:

$$\rho(R) = \rho_0 \left( r/R \right)^{3-D},\tag{9}$$

где  $\rho_0$  — плотность материала кластера. Дефект массовой плотности, обусловленный «рыхлой» структурой кластера:

$$\Delta \rho = \rho_0 - \rho(R) = \rho_0 \left[1 - (r/R)^{3-D}\right]. \tag{10}$$

Объемная доля частиц, необходимых для ликвидации дсфекта массовой плотности:

$$v_{x} = \Delta \rho v_{ki} / \rho \left( R \right) = v_{ki} \left[ \left( R / r \right)^{D-3} - 1 \right].$$
(11)

На диаграмме (рис. 1) объемной доле v<sub>x</sub> соответствуют области h<sub>m</sub>.

Для описания закономерностей структурообразования в материале для сектора III в соотношениях (3)—(8) необходимо произвести замену индексов  $i \leftrightarrow m$ .

Представляет интерес проследить влияние микроструктурных особенностей композита на его макроскопические свойства. С этой целью рассмотрим упругие свойства и, в частности, эффективные упругие модули. Наиболее продуктивным является самосогласованный метод, предложенный Хашином [6]. Эффективные объемный модуль К и модуль сдвига G матрицы в предположении, что объемная доля наполнителя является малой:

$$K = K_m + \{(K_i - K_m)C/[1 + (K_i - K_m)(1 - C)/(K_m + 4G/3)]\}, \quad (12)$$

$$G = G_m + (G_i - G_m) C/[1 + (1 - C) (G_i - G_m) \delta (K_m + 2G_m)/5G_m (3K_m + 1G_m)].$$
(13)

В формулы (12) и (13) входят упругие характеристики компонентов  $K_i$ ,  $K_m$ ,  $G_i$ ,  $G_m$  и параметр C, отражающий структуру материала. Он равен отношению радиуса включения a к радиусу области матрицы b, связанной с каждым отдельным включением:

$$C = (a/b)^3. \tag{14}$$

Если рассматривать в качестве включения агрегат из нескольких частиц, то появляется возможность, используя метод поэтанной квазигомогенизации, определить эффективные модули композита. На первом этапе (сектор 1) определяются эффективные модули агрегатов наполнителя с распределенными в них включениями частиц матрицы. Поскольку отношение объемной доли таких включений к объемной доле частиц наполнителя в пределах сектора I является малым, то в (14) им можно заменить отношение радиусов. На втором этапе квазигомогенизации определяются эффективные модули кластера матрицы с включениями, имеющими распределение по размерам, характерное для агрегатов наполнителя, но с определенными на первом этапе эффективными модулями. Структурный параметр *C*:

$$C = 1/v_{hm} \sum_{s} s^{3\rho} n_s. \tag{15}$$

Для сектора II характерна структура материала, представленная проникающими друг в друга перколяционными кластерами. Параметр C на первом этапе равен отношению объемных долей частиц. На втором этапе определяются эффективные модули кластера матрицы с включениями агрегатов наполнителя с эффективными характеристиками. Поскольку перколяционный кластер является более «рыхлым», чем фрактальный, то для вычисления C используется

$$C = N_{hm}^{(1-3/D)}.$$
 (16)

Далее аналогичным образом определяются эффективные модули кластера наполнителя. Эффективные модули материала вычислялись по правилу смесей. Конечные выражения для эффективных модулей материала не приводятся ввиду их крайней громоздкости, все выкладки реализованы в виде программы ПЭВМ.



Результаты вычисления статического модуля упругости E(v) для композита, в котором в качестве матрицы использовался полнэтилен высокой ПЛОТНОСТИ (ПЭВП), а наполнителя — активированный кальцит, приведены на рис. 2. Штриховыми линиями обозначены верхняя и нижняя границы эффективных модулейвилка Хашина-Штрикмана [7]. Для вычислений использовались характеристики компонентов [3]:  $E_m = 1,53 \cdot 10^4$  кгс/см<sup>2</sup>,  $v_m = 0.45$ ,  $E_i = 26 \cdot 10^4$  krc/cm<sup>2</sup>,  $v_i = 0.27$ . Модули К, G и Е определялись по формулам K = E/(3-6v), G = E/(2+2v), E ==9КG/(3К+G). Результаты вычислений модуля Е в пределах доверительного интервала совпадают с полученными в [3] экспериментальными данными.

## Summary

The paper describes a general aggregation mechanism of the components of dispersion-hardened polymer composites, which can be used for statistical calculation of the elasticity moduli in such materials.

## Литература

1. Новиков В. В. // ИФЖ. 1984. Т. 47, № 4. С. 617—624. 2. Ошмян В. Г. // Докл. АН СССР. 1986. Т. 289, № 1. С. 128—130. 3. Дзенис Ю. А. // Мехашика композитных материалов. 1986. № 1. С. 14—22. 4. Stauffer D. // Phys. Rep. 1979. Vol. 54, N 1. Р. 1—74. 5. Смириов Б. М. // УФН. 1987. Т. 152, вып. 1. С. 133—157. 6. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М., 1982. 7. Назhin Z., Shtrikman S. // J. Mech. Phys. Solids. 1963. Vol. 11. Р. 127—140.

Белорусский технологический институт им. С. М., Кирова Поступило 13.02.90