

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.65.01

О ВЛИЯНИИ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ СИЛЫ НА ПАРАМЕТРЫ
ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОЙ ТУРБИНЫ

Павлечко В.Н. (УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь)

На основе анализа сил при радиальном и тангенциальном вводе среды выведены обобщенные формулы для расчета давления среды на лопасти и центробежной силы на среду. Приведены графические иллюстрации отношения давлений от угла наклона лопастей, направления ввода среды, начальной скорости среды и окружной скорости турбины. Установлено, что наибольшую энергию среды турбина воспринимает при углах наклона лопастей, близких к 90°, и небольшом различии направлений ввода среды и окружной скорости турбины, при которых наблюдается наименьшее сопротивление движению среды в радиальном направлении и наибольшее противодействие, создаваемое центробежной силой.

Ключевые слова: *центростремительная турбина, центробежная сила, угол наклона лопастей, направление потока, скорость турбины, давление среды.*

Введение

При расчетах параметров работы турбины обычно используется уравнение Эйлера [1-3], в котором не отражены угол наклона лопастей и влияние центробежной силы, возникающей при вращении среды в пространстве между лопастями.

В работе [4] проведен анализ сил воздействия потока, вводимого тангенциально, на лопасти радиально-осевой турбины. Определено отражение уравнением Эйлера только части энергии среды, передаваемой турбине в тангенциальном направлении. Другая ее часть затрачивается на преодоление сопротивления движению среды в радиальном направлении и в известном уравнении не учитывается. Установлено, что полное давление среды на лопасти колеса турбины, а также давление, создаваемое центробежной силой, не зависят от угла наклона лопастей.

При тангенциальном вводе среды давление, оказываемое средой на лопасть, в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, тангенциальном и радиальном направлениях, рассчитываются по соответствующим формулам [4], видоизмененным с учетом принятых обозначений:

$$P' = \rho v_{su}^2 ; \quad (1)$$

$$P'_u = \rho v_{su}^2 \sin^2 \beta ; \quad (2)$$

$$P'_r = \rho v_{su}^2 \cos^2 \beta , \quad (3)$$

где ρ – плотность среды, кг/м³;

v_{su} – тангенциальная составляющая начальной скорости движения среды, м/с;

β – угол наклона лопастей, град (рад).

Особенности расчета параметров центробежной турбины при радиальном вводе потока среды изнутри рассмотрены в работе [5]. Получены выражения для определения

скоростей движения среды и турбины, справедливые также при радиальном вводе потока среды снаружи и в центроострительной турбине.

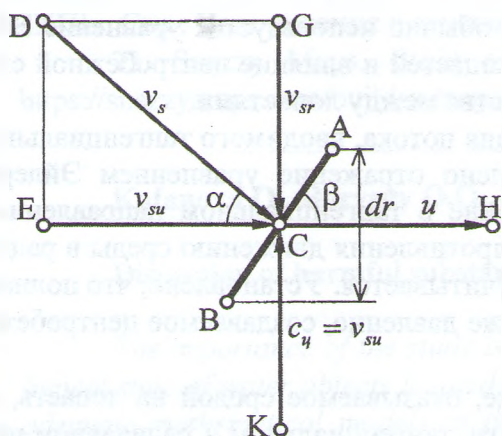
В работе [6] проведен анализ сил, действующих на среду и турбину, при вводе среды под некоторым углом к направлению, обратному окружной скорости. Рассмотрены раздельный ввод тангенциальной и радиальной составляющих потока и выведены обобщенные зависимости для определения скоростей движения среды в межлопастном пространстве и турбины.

Результаты исследования

В настоящей работе, в отличие от принятой ранее [6], рассматривается несколько иное влияние центробежной силы на параметры центроострительной турбины. При тангенциальном вводе среды скорость ее движения в направлении окружной скорости турбины дополняется тангенциальной составляющей относительной скорости движения среды, в результате чего суммарная величина скорости среды в тангенциальном направлении и, соответственно, ее скорость движения под действием центробежной силы принимаются равными тангенциальной составляющей начальной скорости среды, т.е.:

$$c'_y = v_{su} \quad (4)$$

При радиальном вводе среды ее скорость в направлении окружной скорости компенсируется тангенциальной составляющей относительной скорости, вращения среды не происходит, и центробежная сила отсутствует. Кроме того, время воздействия всех рассматриваемых сил на элементарный участок лопасти принимается равным, например, величине, принятой в работе [4] для тангенциального ввода среды. При тангенциальном и радиальном вводе среды время воздействия равно, соответственно [4, 5]:



$$dt' = \frac{dr}{v_{su} \sin \beta \cos \beta}; \quad (5)$$

$$dt'' = \frac{dr}{v_{sr} \cos^2 \beta}. \quad (6)$$

С учетом того, что тангенциальная v_{su} и радиальная v_{sr} составляющие начальной скорости движения среды выражаются зависимостями (рисунок 1)

$$v_{su} = v_s \cos \alpha; \quad (7)$$

$$v_{sr} = v_s \sin \alpha, \quad (8)$$

Рисунок 1. – Составляющие скорости воздействия среды на элементарную площадку лопасти

равенство времен по (5) и (6) обеспечивается при равенстве углов

$$\alpha = \beta, \quad (9)$$

где v_s – скорость движения среды перед турбиной, м/с;

α – угол между направлением, обратным окружной скорости площадки лопасти, и вектором скорости движения среды перед турбиной, град (рад).

Расчетные зависимости для определения давлений, полученные в работе [6], справедливы при равенстве углов α и β согласно выражению (9), а для расчета скоростей, приведенные там же, – при любых соотношениях указанных углов.

Определим влияние на турбину радиальной составляющей потока с учетом отмеченных методологических особенностей.

На элементарную площадку АВ лопасти шириной b , наклоненную под углом β к направлению окружной скорости u'' , действует радиальный поток со скоростью v_{sr} (рисунок 2). Сила воздействия среды на эту площадку равна произведению плотности среды на площадь поперечного сечения участка лопасти и квадрат скорости радиального потока:

$$dF_{sr}'' = \rho b dl v_{sr}^2 = \rho b dr v_{sr}^2 \frac{\cos \beta}{\sin \beta}. \quad (10)$$

Под влиянием этой силы возникает реакция лопасти dF'' , направленная перпендикулярно площадке и представленная на рисунке 2 двумя составляющими силами dF_u'' и dF_r'' , действующими, соответственно, в тангенциальном и радиальном направлениях (синие линии на рисунке 2). На среду также действует сила dF_w'' , направленная вдоль лопасти. При равномерном движении площадки реакция лопасти и ее составляющие уравниваются соответствующими силами, равными по величине и противоположными по направлению, (зеленые линии на рисунке 2). Действующие на площадку силы геометрически взаимосвязаны и определяются выражениями:

$$dF'' = dF_{sr}'' \cos \beta = \rho b dr v_{sr}^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin \beta}; \quad (11)$$

$$dF_u'' = dF'' \sin \beta = \rho b dr v_{sr}^2 \cos^2 \beta; \quad (12)$$

$$dF_r'' = dF'' \cos \beta = \rho b dr v_{sr}^2 \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta}. \quad (13)$$

Под воздействием перечисленных сил среда перемещается в направлении, перпендикулярном плоскости площадки, тангенциальном и радиальном направлениях со скоростями c'' , c_u'' , c_r'' (рисунок 3).

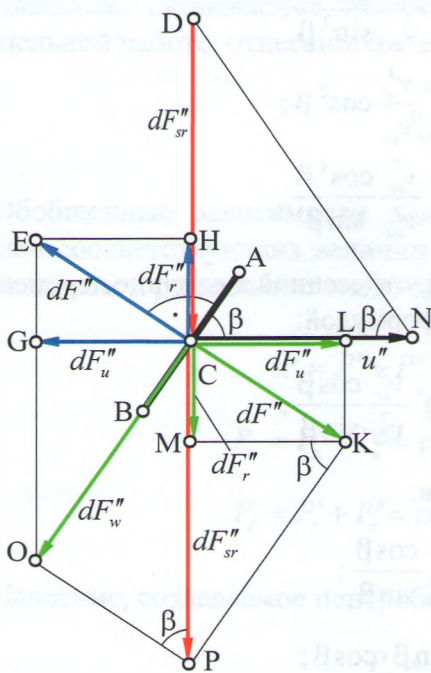


Рисунок 2. – Силы при воздействии радиальной составляющей потока на элементарную площадку

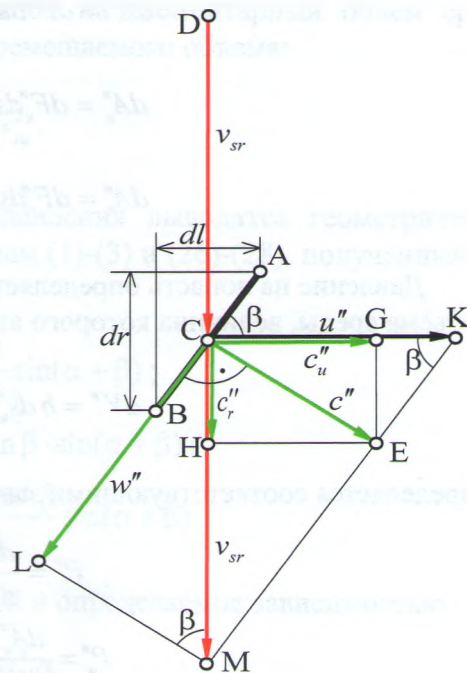


Рисунок 3. – Скорости движения элементарного объема среды и площадки под воздействием радиальной составляющей потока

$$c'' = v_{sr} \cos \beta ; \quad (14)$$

$$c_u'' = v_{sr} \sin \beta \cdot \cos \beta ; \quad (15)$$

$$c_r'' = v_{sr} \cos^2 \beta . \quad (16)$$

Вдоль лопасти среда перемещается с относительной скоростью [5, 6]

$$w'' = v_{sr} \sin \beta , \quad (17)$$

а площадка перемещается с окружной скоростью

$$u'' = v_{sr} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} . \quad (18)$$

За время dt' , определяемое по формуле (5), среда перемещается по указанным выше направлениям на соответствующие расстояния:

$$ds'' = dt' c'' = \frac{v_{sr}}{v_{su}} \frac{dr}{\sin \beta} ; \quad (19)$$

$$ds_u'' = dt' c_u'' = \frac{v_{sr}}{v_{su}} dr ; \quad (20)$$

$$ds_r'' = dt' c_r'' = \frac{v_{sr}}{v_{su}} dr \frac{\cos \beta}{\sin \beta} . \quad (21)$$

Работа равна произведению сил, величины которых выражаются формулами (11)-(13), на соответствующие расстояния по зависимостям (19)-(21):

$$dA'' = dF'' ds'' = \rho b (dr)^2 \frac{v_{sr}^3 \cos^2 \beta}{v_{su} \sin^2 \beta} ; \quad (22)$$

$$dA_u'' = dF_u'' ds_u'' = \rho b (dr)^2 \frac{v_{sr}^3}{v_{su}} \cos^2 \beta ; \quad (23)$$

$$dA_r'' = dF_r'' ds_r'' = \rho b (dr)^2 \frac{v_{sr}^3 \cos^4 \beta}{v_{su} \sin \beta} . \quad (24)$$

Давление на лопасть определяется работой, отнесенной к единице перемещаемого объема среды, величина которого выражается формулой:

$$dV'' = b ds_u'' ds_r'' = b (dr)^2 \frac{v_{sr}^2 \cos \beta}{v_{su}^2 \sin \beta} , \quad (25)$$

и определяется соответствующими зависимостями:

$$P'' = \frac{dA''}{dV''} = \rho v_{su} v_{sr} \frac{\cos \beta}{\sin \beta} ; \quad (26)$$

$$P_u'' = \frac{dA_u''}{dV''} = \rho v_{su} v_{sr} \sin \beta \cdot \cos \beta ; \quad (27)$$

$$P_r'' = \frac{dA_r''}{dV''} = \rho v_{su} v_{sr} \frac{\cos^3 \beta}{\sin \beta} . \quad (28)$$

Как отмечалось выше, в центростремительной турбине среда движется в радиальном направлении от периферии к центру, и центробежная сила, возникающая под влиянием тангенциальной составляющей потока и действующая в противоположном направлении, влияет только на среду. По аналогии с воздействием радиальной составляющей исходного потока определим величину центробежной силы, влияющую на элементарный объем среды, и выполняемую ею работу. Величина центробежной силы определяется выражением:

$$dF_{ys} = \rho b ds_{ys} (c'_u)^2 = \rho b dr v_{su}^2 \frac{\sin \beta}{\cos \beta}, \quad (29)$$

где ds_{ys} – путь перемещения среды в радиальном направлении (м) за время dt' , равный:

$$ds_{ys} = dt' \cdot c'_u = \frac{dr}{\sin \beta \cdot \cos \beta}. \quad (30)$$

Элементарная работа, выполняемая центробежной силой, равна произведению силы на путь перемещения:

$$dA_{ys} = dF_{ys} \cdot ds_{ys} = \rho b (dr)^2 \frac{v_{su}^2}{\cos^2 \beta}. \quad (31)$$

За время dt' центробежная сила перемещает объем среды:

$$dV_u = b ds'_u ds_{ys} = b \frac{(dr)^2}{\cos^2 \beta}, \quad (32)$$

где ds'_u – путь среды в тангенциальном направлении, $ds'_u = dt' \cdot c'_u = dr \cdot \sin \beta / \cos \beta$, м.

Давление, оказываемое центробежной силой на элементарный объем среды, равно удельной работе, отнесенной к единице перемещаемого объема:

$$P_{ys} = \frac{dA_{ys}}{dV_u} = \rho v_{su}^2. \quad (33)$$

Обобщенные зависимости для расчета давления выводятся геометрическим сложением соответствующих величин по формулам (1)-(3) и (26)-(28), полученным при тангенциальном и радиальном вводе среды:

$$P = P' + P'' = \rho v_s^2 \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \sin(\alpha + \beta); \quad (34)$$

$$P_u = P'_u + P''_u = \rho v_s^2 \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin(\alpha + \beta); \quad (35)$$

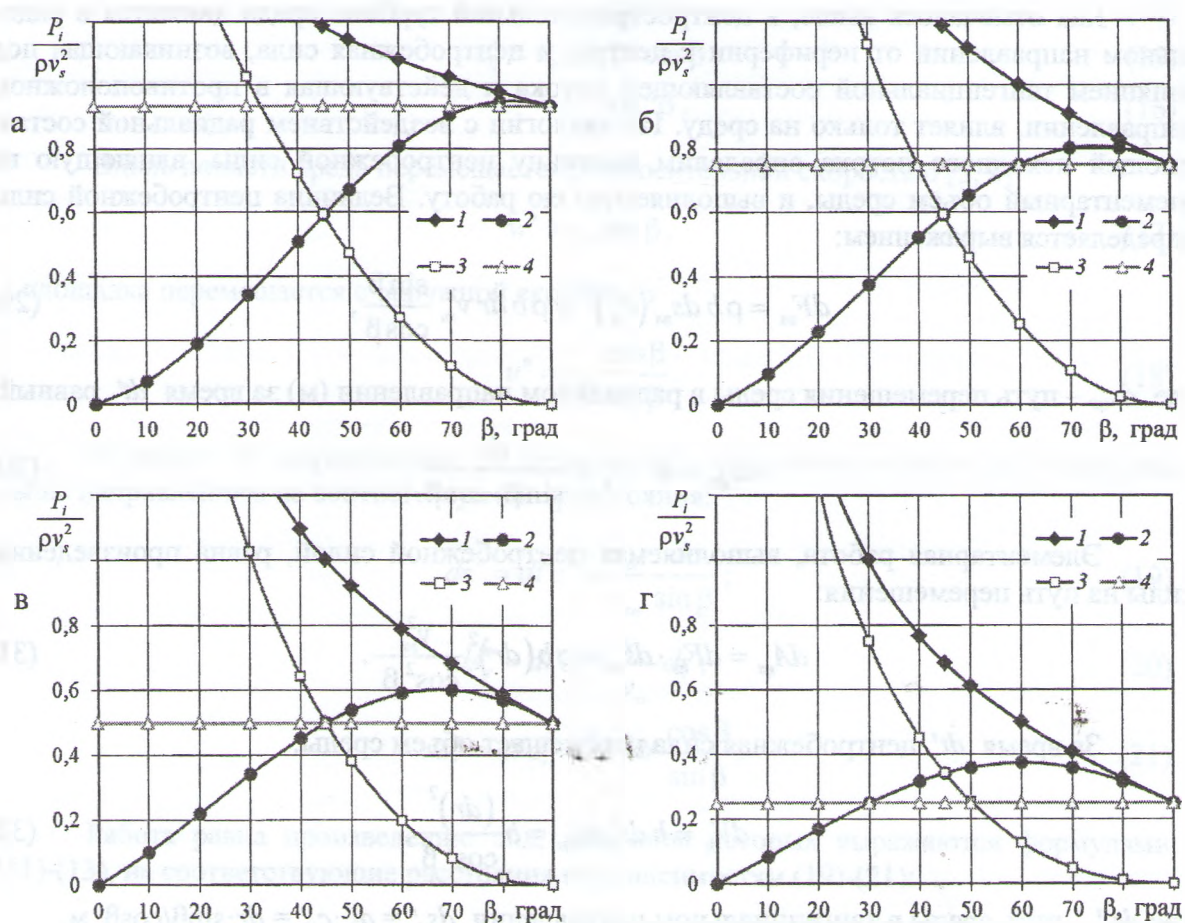
$$P_r = P'_r + P''_r = \rho v_s^2 \frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}{\sin \beta} \sin(\alpha + \beta). \quad (36)$$

Давление, создаваемое центробежной силой и определяемое зависимостью

$$P_y = P_{ys} = \rho v_s^2 \cos^2 \alpha, \quad (37)$$

должно быть скомпенсировано потерями части потенциальной энергии среды.

Графическое изображение зависимостей отношения давления от угла наклона лопастей приведено на рисунке 4.



а – $\alpha = 15^\circ$; б – $\alpha = 30^\circ$; в – $\alpha = 45^\circ$; г – $\alpha = 60^\circ$; 1 – $P/\rho v_s^2$; 2 – $P_u/\rho v_s^2$; 3 – $P_r/\rho v_s^2$; 4 – $P_u/\rho v_s^2$

Рисунок 4. – Зависимости отношения давлений от угла наклона лопастей при различных углах α

Отношения $P/\rho v_s^2$ и $P_r/\rho v_s^2$ снижаются, а отношение $P_u/\rho v_s^2$ увеличивается при возрастании угла наклона лопастей. Причем последнее отношение при некоторых значениях угла β достигает максимума и при дальнейшем увеличении этого угла снижается. Наибольшее сопротивление лопастей движению среды (отношение $P_r/\rho v_s^2$) наблюдается при малых значениях β . Отношение $P_u/\rho v_s^2$ не зависит от угла β и снижается с возрастанием угла α , как впрочем и все отмеченные отношения. Оптимальные условия работы турбины достигаются при максимальных $P_u/\rho v_s^2$ и минимальных $P_r/\rho v_s^2$, т.е. при больших углах β и малых углах α .

Подстановкой значения $v_s = u \cdot \sin \beta / \sin(\alpha + \beta)$ [6] получены зависимости обобщенных давлений от окружной скорости u :

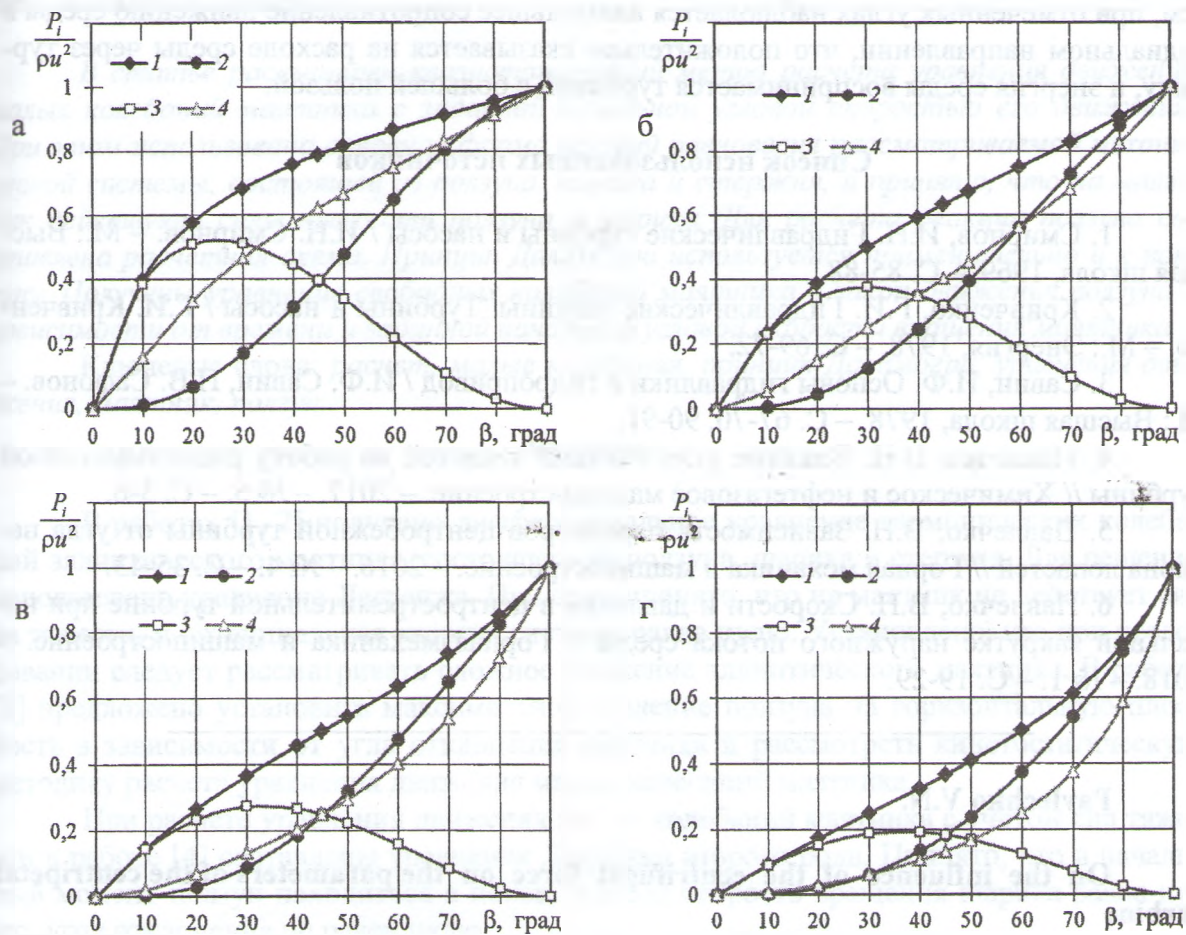
$$P = \rho u^2 \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad (38)$$

$$P_u = \rho u^2 \frac{\cos \alpha \cdot \sin^3 \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad (39)$$

$$P_r = \rho u^2 \frac{\cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos^2 \beta}{\sin(\alpha + \beta)}; \quad (40)$$

$$P_y = \rho u^2 \frac{\cos^2 \alpha \cdot \sin^2 \beta}{\sin^2(\alpha + \beta)} \quad (41)$$

Графические зависимости отношений давлений от угла наклона лопастей по формулам (38)-(41) приведены на рисунке 5.



а - $\alpha = 15^\circ$; б - $\alpha = 30^\circ$; в - $\alpha = 45^\circ$; г - $\alpha = 60^\circ$; 1 - $P/\rho u^2$; 2 - $P_y/\rho u^2$; 3 - $P_r/\rho u^2$; 4 - $P_u/\rho u^2$

Рисунок 5. – Зависимости отношения давлений от угла наклона лопастей при различных углах α

Отношения $P/\rho u^2$, $P_y/\rho u^2$ и $P_u/\rho u^2$ непрерывно возрастают при увеличении угла β . Отношение $P_r/\rho u^2$ первоначально увеличивается, достигает максимума при $\beta = 25-40^\circ$, а затем, при дальнейшем увеличении угла β – снижается. Увеличение угла α приводит к существенному снижению перечисленных отношений для небольших углов наклона лопастей и мало влияет на них для больших β . Лучшие условия работы турбины достигаются при больших углах β и малых углах α , при которых имеет место минимальное сопротивление движению среды в радиальном направлении (отношение $P_r/\rho u^2$). Однако при этом наблюдаются существенные потери давления среды на преодоление действия центробежной силы.

Найденные выражения отражают теоретические параметры работы турбины, т.к. не учитывают потери давления на преодоление сил трения среды.

Заключение

Центробежная сила оказывает существенное влияние на параметры работы центростремительной турбины. Наибольшие величины эта сила принимает при максимальных углах наклона лопастей и минимальных углах α , и для преодоления ее действия необходимо расходовать определенную часть энергии давления среды. Вместе с тем, при отмеченных углах наблюдается наименьшее сопротивление движению среды в радиальном направлении, что положительно сказывается на расходе среды через турбину, и энергия среды воспринимается турбиной с большей пользой.

Список использованных источников

1. Смирнов, И.Н. Гидравлические турбины и насосы / И.Н. Смирнов. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 85-88.
2. Кривченко, Г.И. Гидравлические машины. Турбины и насосы / Г.И. Кривченко. – М.: Энергия, 1978. – С. 69-72.
3. Савин, И.Ф. Основы гидравлики и гидропривод / И.Ф. Савин, П.В. Сафонов. – М.: Высшая школа, 1978. – С. 67-70, 90-91.
4. Павлечко, В.Н. Влияние угла наклона лопастей на работу радиально-осевой турбины // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2017. – № 5. – С. 3-6.
5. Павлечко, В.Н. Зависимость параметров центробежной турбины от угла наклона лопастей // Горная механика и машиностроение. – 2016. – № 4. – С. 35-43.
6. Павлечко, В.Н. Скорости и давления в центростремительной турбине при начальной закрутке наружного потока среды // Горная механика и машиностроение. – 2018. – № 1. – С. 19-29.

Pavlechko V.N.

On the influence of the centrifugal force on the parameters of the centripetal turbine

On the basis of the analysis of forces at radial and tangential input of the medium the generalized formulas for calculation of pressure of the medium on a blade and centrifugal force on a medium are deduced. Graphic illustrations of the pressure ratio from the angle of the blades, the direction of the medium input of the initial velocity of the medium and the circumferential speed of the turbine are presented. It was found that the turbine receives the greatest energy of the medium at the angles of inclination of the blades close to 90°, and a small difference in the directions of the medium and the circumferential speed of the turbine, at which the least resistance to the motion of the medium in the radial direction and the greatest back pressure created by the centrifugal force.

Keywords: centripetal turbine, centrifugal force, blade angle, flow direction, turbine velocity, fluid pressure.

Поступила в редакцию 14.12.2017 г.