

УДК 353.31

**И. А. Маслакова**, аспирант (БГТУ); **Д. М. Медяк**, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);  
**Е. В. Барковский**, студент (БГТУ)

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКРАТНЫХ ОТРАЖЕНИЙ ЛУЧА В ПОРИСТОЙ СТРУКТУРЕ ПОВЕРХНОСТИ ПЕЧАТНОЙ БУМАГИ

В статье рассмотрено исследование, посвященное моделированию поверхности печатной бумаги с помощью системы парабол. Для образцов бумаги построены аппроксимирующие поверхности, на их основе определены фрактальные размерности микропрофиля бумаги, которые сопоставлены с соответствующими значениями, рассчитанными на основе реальных профилограмм. Сделан вывод о возможности применения метода аппроксимации системой парабол для описания структуры поверхности бумаги. Построена имитационная модель многократных отражений луча в пористой структуре поверхности печатной бумаги, на основе которой разработана программа расчета хода луча в поверхностных слоях бумаги при отражении.

In the article it is considered the research devoted to printing paper surface modeling by means of parabolas system. For paper samples approximating surfaces are constructed and fractal dimensions of paper microprofile are calculated on their basis. They are compared with similar values calculated on basis of real profilograms. It is concluded that approximation method on the basis of parabolas system could be applied for description of paper surface structure. The imitating model of repeated beam reflexions in printing paper porous surface structure is constructed. On it basis the program of calculation of beam course at reflexion in paper blankets is developed.

**Введение.** Бумага представляет собой многокомпонентный пористый вещественный объект, неоднородный по химическому составу, размерам и физическим свойствам элементов структуры. Основной компонент обычной печатной и писчей бумаги — целлюлоза, получаемая чаще всего из древесного сырья [1].

Явления, происходящие при падении электромагнитного излучения на любую дисперсную систему, в том числе и на бумагу, разнообразны. В рамках классической теории волновых процессов, электромагнитная световая волна одновременно:

- дифрагирует на частицах дисперсных фаз, сравнимых по размерам с длиной волны;
- отражается и преломляется на границах частиц, размеры которых значительно превосходят  $\lambda$ ;
- упруго рассеивается на частицах мелкодисперсных фаз, генерируя в каждой из них осциллирующие мультиполи;
- упруго рассеивается в дисперсионной среде и внутри частиц грубодисперсных фаз;
- неупруго рассеивается (поглощается), теряя часть своей энергии, на всех компонентах дисперсии [1].

В этих условиях построение адекватной теории взаимодействия света с дисперсными системами оказывается сложным. Кроме того, имеется ряд усложняющих ситуацию факторов, одновременно учесть которые невозможно. В их число входят:

- многокомпонентность бумаги, дополни-

тельно возрастающая с введением в ее состав проклейки и гидрофобизатора;

- химическая и физическая неоднородность дисперсных фаз;
- высокая анизотропность частиц целлюлозы;
- анизотропия бумажного листа;
- широкое распределение шероховатых частиц дисперсных фаз по размерам и форме [1].

С целью упрощения, а также из-за невозможности учета всех факторов для построения модели предлагается рассматривать зеркальную составляющую отражения луча от поверхности бумаги независимо от диффузного отражения с использованием методов геометрической оптики.

**Основная часть.** Целью данной работы являлось моделирование поверхности печатной бумаги с помощью системы парабол и оценка влияния этой замены на расчетные показатели структуры поверхности бумаги, а также построение имитационной модели многократных отражений луча в пористой структуре поверхности печатной бумаги.

От микроструктуры поверхности бумаги в значительной мере зависит равномерность перехода краски на бумагу. Микроструктура поверхности бумаги, в свою очередь, зависит от целого ряда факторов: размеров, сочетания, распределения и свойств компонентов, входящих в композицию и образующих в итоге на поверхности микровыступы и микровпадины различного размера [2].

Непосредственное определение микроструктуры заключается в измерении неровностей поверхности методом профилометрии. Этот метод основывается на контактном ощупывании участка поверхности бумаги тонкой алмазной иглой профилометра-профилографа, что дает возможность получить увеличенное изображение профиля поверхности — профилограмму.

Предварительно были проанализированы профилограммы бумаги следующих видов: бумага офсетная № 1, бумага мелованная Union Silk, бумага газетная Балахнинского ОАО «Волга».

Участки профилограмм были заменены набором соответствующих канонических парабол вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , для чего рассчитаны коэффициенты уравнений парабол, а также смещение каждой параболы относительно начала координат.

На рис. 1 представлены реальные профилограммы поверхности выбранных марок бумаги, а на рис. 2 — модели поверхностей, построенные с помощью системы парабол.

Таким образом, имея аналитические выражения парабол и их положение друг относительно друга, в программном пакете MathCad построена профилограмма микроповерхности бумаги в виде набора парабол. Исходя из уравнений вычислены положения координаты  $y$  по всей длине профиля, т. е. профилограмма представлена в виде набора точек рельефа вдоль прямой линии через одинаковые промежутки.

Профилограмма в цифровом виде позволяет

рассчитать фрактальную размерность микропрофиля как единый показатель, отражающий характер микроповерхности. На основании полученных профилограмм с помощью программы Fractal, составленной в пакете Free Pascal, рассчитаны показатели фрактальной размерности профиля образцов бумаги.

С другой стороны, реальные профилограммы были обработаны вручную по методике, изложенной в литературе [2], и рассчитаны фрактальные размерности микропрофиля бумаги для оценки степени различия показателя фрактальной размерности оригинальной профилограммы и профилограммы, представленной системой парабол. Также рассчитаны погрешности метода аппроксимации параболом для всех образцов бумаги. Полученные значения представлены в табл. 1. Исходя из результатов расчета можно сделать вывод, что погрешности не превышают 10%, что, в свою очередь, свидетельствует о возможности применения такой замены для поверхности бумаги.

Вторая часть работы включает построение модели отражения луча в пористой структуре поверхности бумаги, представленной параболом.

Бумага является сложной структурой, состоящей из переплетенных волокон, частиц пигментных наполнителей и воздуха. Свет отражается волокном и пигментными наполнителями как с поверхностного слоя, так и внутри бумаги. Вместе с тем свет проникает внутрь волокон целлюлозы и пигментов и изменяет свое направление.

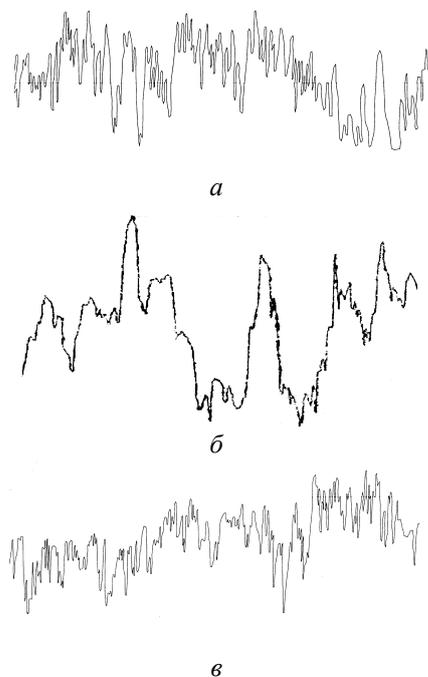


Рис. 1. Профилограммы поверхности образцов бумаги: *a* — бумага офсетная № 1; *б* — бумага мелованная Union Silk; *в* — бумага газетная Балахнинского ОАО «Волга»

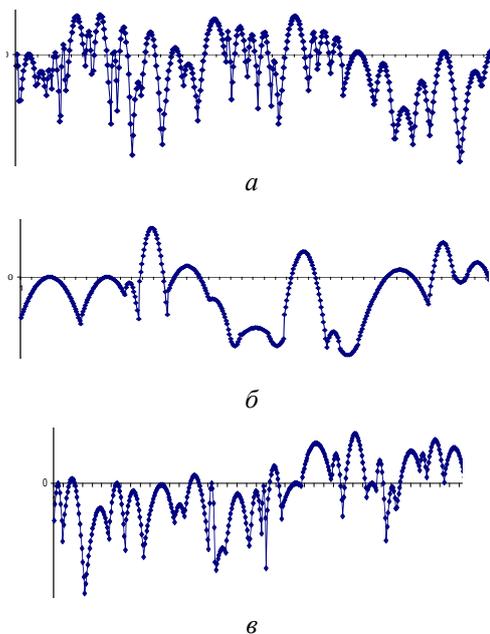


Рис. 2. Поверхности образцов бумаги, построенные с помощью системы парабол: *a* — бумага офсетная № 1; *б* — бумага мелованная Union Silk; *в* — бумага газетная Балахнинского ОАО «Волга»

Таблица 1

**Фрактальные размерности микропрофилей бумаги**

№ образца	Марка бумаги	Контактный метод	Аппроксимация системой парабол	Погрешность аппроксимации, %
1	Бумага офсетная № 1	2,685	2,693	0,5
2	Бумага мелованная Union Silk	2,286	2,333	3,7
3	Бумага газетная Балахнинского ОАО «Волга»	2,750	2,614	7,8

Человеческий глаз не воспринимает всех многократных отражений и преломлений, происходящих внутри бумаги, но видит ее как матовую, белую поверхность [3].

На рис. 3 представлена модель однократного отражения от поверхности. Луч падает на поверхность под углом, отражается в точке падения и меняет свое направление в соответствии с базовыми законами оптики.

Для построения модели необходимо определить аналитические выражения для построения участков траектории луча.

Падающий на поверхность луч  $f1(x)$  описывается следующим выражением:

$$f1(x) = f(x_0) + \text{tg}(\pi/2 - \theta)(x - x_0), \quad (1)$$

где  $f(x_0)$  — значение функции в точке падения;  $\theta$  — угол падения луча;  $x_0$  — точка падения.

Уравнение, описывающее касательную к точке падения, имеет вид

$$f2(x) = f(x_0) + p(x_0)(x - x_0), \quad (2)$$

где  $p(x_0)$  — производная  $f(x)$  в точке падения.

Нормаль в точке падения луча может быть выражена следующим уравнением:

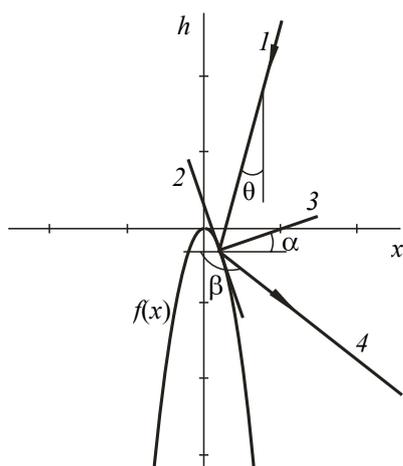


Рис. 3. Однократное отражение луча от поверхности: 1 — падающий луч; 2 — касательная к точке падения; 3 — нормаль к точке падения; 4 — отраженный луч;  $f(x)$  — парабола;  $\alpha$  — угол наклона нормали;  $\beta$  — угол наклона отраженного луча;  $\theta$  — угол падения луча

$$f3(x) = f(x_0) + \text{tg}(\alpha)(x - x_0), \quad (3)$$

где  $\alpha = \text{arctg}(-1/p(x_0))$  — угол наклона нормали.

Траектория отраженного луча исходя из законов линейной оптики описывается выражением

$$f4(x) = f(x_0) + \text{tg}(\beta)(x - x_0), \quad (4)$$

где  $\beta = \pi/2 + \theta + 2\alpha$  — угол наклона отраженного луча.

На рис. 4 показаны многократные отражения в структуре поверхности бумаги, в виде ячейки, представленной конфигурацией парабол.

В зависимости от координаты падения луча можно рассчитать его направление, количество отражений от поверхности бумаги, дальнейший ход луча и угол его выхода после всех отражений.

Результаты расчета для определенного интервала координат падения представлены в табл. 2. Как видно из таблицы, чем ближе луч падает к середине ячейки, состоящей из двух парабол, тем больше количество его отражений от поверхности.

На основании расчетных данных построена зависимость угла выхода луча из поверхности бумаги от координаты точки падения луча на параболу. Она имеет вид пилообразной синусоиды с угасающей амплитудой (рис. 5).

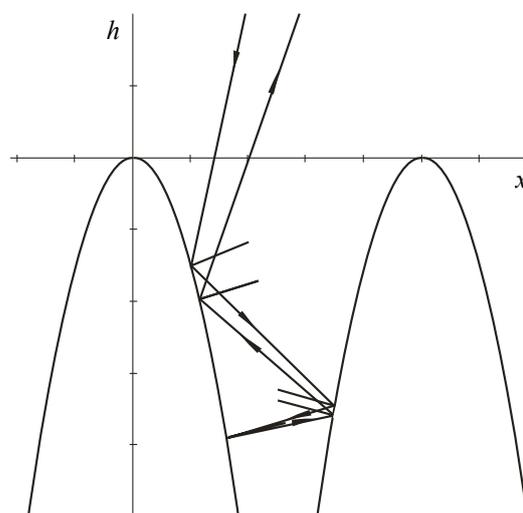


Рис. 4. Многократное отражение луча от поверхности

Таблица 2  
Расчет хода луча при его отражении  
от поверхности

Координата падения $x$	Количество отражений $j$	Угол выхода луча из ячейки $\gamma, ^\circ$
0,1	1	18,398
0,2	1	46,928
0,3	1	68,974
0,4	1	85,389
0,5	2	-50,549
0,6	3	1,063
0,7	3	48,748
0,8	4	-23,695
0,9	4	-44,734
1,0	5	23,227
1,1	5	38,052
1,2	6	-16,686
1,3	6	-29,620
1,4	7	5,337
1,5	7	19,920
1,6	7	27,523
1,7	8	-8,740
1,8	8	-17,308
1,9	9	-14,042
2,0	9	6,800

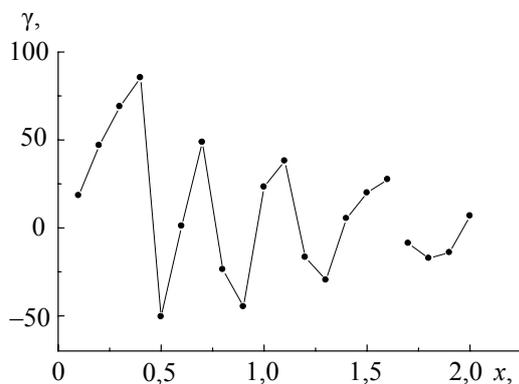


Рис. 5. Зависимость угла выхода луча из поверхности бумаги от координаты точки падения луча на параболу

Если учесть, что при каждом отражении от поверхности бумаги луч света теряет часть энергии, то степень ослабления потока света в результате многократных отражений рассчитывается по формуле

$$\rho = (\rho_{ц})^j, \quad (5)$$

где  $\rho_{ц}$  — коэффициент отражения целлюлозы;  $j$  — количество отражений от поверхности.

В литературе [4] представлены значения белизны различных видов целлюлозы, все они лежат в диапазоне 83–91%. Если принять коэффициент отражения целлюлозы равным значению белизны

беленой целлюлозы, а именно 0,9, а интенсивность падающего луча принять единичной, то можно рассчитать степень ослабления света в результате многократных отражений по формуле (5). Результаты расчета представлены в табл. 3.

Таблица 3  
Степень ослабления света в результате  
многократных отражений

Количество отражений $j$	Степень ослабления света $\rho$
1	0,900
2	0,810
3	0,729
4	0,656
5	0,590
6	0,531
7	0,478
8	0,430
9	0,387
10	0,349

Зависимость интенсивности луча от точки его первоначального падения представлена на рис. 6, как видно, она имеет вид нисходящей кривой.

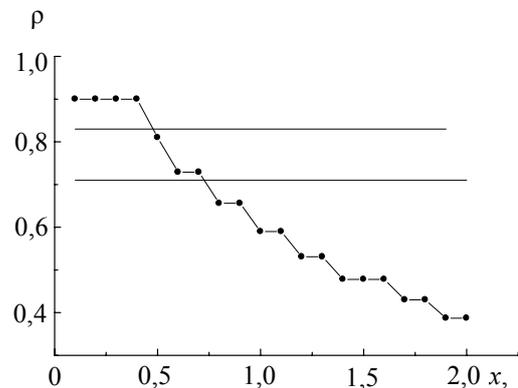


Рис. 6. Зависимость степени ослабления в результате многократных отражений луча от координаты точки его падения на параболу

Значения коэффициентов отражения различных видов бумаги, измеренные денситометрическим методом, находятся в интервале 0,71–0,83 [2] и представлены на рис. 6 в виде ограничительных горизонтальных линий. Таким образом, при сопоставлении расчетных и эмпирических данных можно сделать вывод, что в интервале координат падения 0,48–0,73 мкм степень отражения света близка к отражению при денситометрическом измерении реальной бумаги.

Световое излучение, падающее на бумагу, не полностью отражается от ее поверхности. Большая его часть проникает в объем бумаги и

после рассеяния волокнами выходит наружу. Интенсивность отраженного излучения любого участка незапечатанной бумаги имеет одно и то же постоянное значение. Если бумага запечатана раскройной сеткой, то рассеянное излучение, идущее из объема бумаги, не будет полностью выходить наружу через пробельные участки оттиска. Часть его будет поглощаться красочным слоем. В результате интенсивность излучения, отраженного от пробельных элементов оттиска, не будет распределена равномерно. Около границы раздела незапечатанной поверхности бумаги и красочного слоя происходит заметное снижение интенсивности отраженного излучения. Зона пониженной интенсивности отраженного света имеет ширину, величина которой не зависит от площади печатающих элементов и определяется рассеивающей способностью бумаги  $\Delta r$ . Для различных видов мелованной бумаги  $\Delta r$  равна 2–4 мкм, для офсетной бумаги 5–7 мкм, бумаги для высокой печати 8–9 мкм [5].

Если считать ось абсцисс на рис. 4 видимой границей поверхности бумаги, то  $\Delta r$  можно рассчитать как разность координат точек входа и выхода из поверхности бумаги:

$$\Delta r = |x_{\text{вх}} - x_{\text{вых}}|, \quad (6)$$

где  $\Delta r$  — характеристика рассеивающей способности бумаги;  $x_{\text{вх}}$  — координата пересечения с границей поверхности бумаги при падении луча;  $x_{\text{вых}}$  — координата пересечения отраженного луча с границей поверхности бумаги.

Результаты расчета показателя, характеризующего рассеивающую способность бумаги, приведены на рис. 7, где среднее значение  $\Delta r$  для имитационной модели, равное 1,243 мкм, представлено в виде горизонтальной линии.

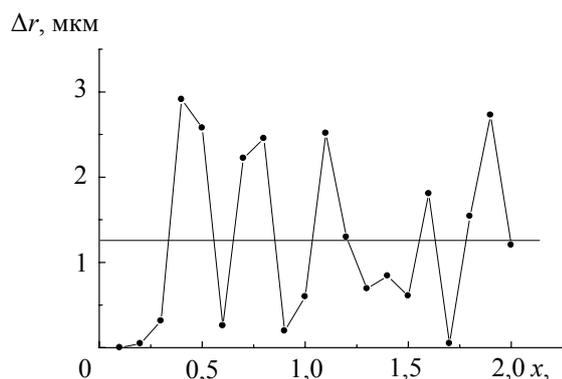


Рис. 7. Зависимость характеристики рассеивающей способности бумаги от координаты точки падения луча на параболу

Из анализа полученных в результате расчета данных следует, что максимальное значение рассеивающей способности бумаги для постро-

енной модели не превышает 3 мкм, что не выходит за рамки интервалов значений для различных видов бумаги.

На основе разработанной имитационной модели многократных отражений луча в пористой структуре поверхности печатной бумаги разработана программа расчета хода луча в структуре поверхности бумаги в виде ячейки, представленной конфигурацией парабол, в зависимости от первоначальной точки падения луча на поверхность. Программа позволяет получить значения угла выхода луча, количества его отражений от поверхности и величину показателя, характеризующего рассеивающую способность бумаги.

**Закключение.** В результате проведения исследования структуры поверхности образцов бумаги построена модель поверхности печатной бумаги с помощью системы парабол. На основании расчета фрактальной размерности микропрофиля произведена оценка влияния замены реальной профилограммы параболом и сделан вывод о возможности использования данной аппроксимации для поверхности бумаги.

В ходе работы построена имитационная модель многократных отражений луча в пористой структуре поверхности печатной бумаги, на основе которой производится расчет хода луча в поверхности печатной бумаги, количество его отражений от поверхности бумаги, угол выхода луча из поверхности и характеристика рассеивающей способности бумаги.

По результатам исследования разработана программа расчета хода луча при его отражении в пористой структуре поверхности бумаги на основе созданной имитационной модели, с помощью которой можно рассчитать указанные выше показатели.

## Литература

1. Виноградов, Е. Л. Оптика печатной бумаги: учеб. пособие / Е. Л. Виноградов. — СПб.: Петербургский ин-т печати, 2007. — 76 с.
2. Кулак, М. И. Методы теории фракталов в технологической механике и процессах управления: полиграфические материалы и процессы / М. И. Кулак, С. А. Ничипорович, Д. М. Медяк. — Минск: Белорусская наука, 2007. — 419 с.
3. Pauler, N. Paper optics / N. Pauler. — Goteborg: Lorentzen & Wettre, 2002. — 94 p.
4. Справочник химика: в 6 т. / редкол.: Б. П. Никольский (глав. ред.) [и др.]. — Л.: Химия, 1964–1967. — Т. 6: Сырье и продукты промышленности органических веществ / Б. П. Никольский. — 1967. — 1012 с.
5. Раскин, А. Н. Технология печатных процессов / А. Н. Раскин, И. В. Ромейков, Н. Д. Бирюкова. — М.: Книга, 1989. — 432 с.

Поступила 26.03.2012