## УДК 681.7.013.8

А. А. Борискевич, кандидат технических наук, доцент (БГУИР); В. К. Ероховец, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник (ОИПИ НАН Беларуси); В. В. Ткаченко, кандидат технических наук, заведующий лабораторией (ОИПИ НАН Беларуси)

## ЗАЩИТНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НА ОСНОВЕ ЦИФРОВЫХ (КОМПЬЮТЕРНО-СИНТЕЗИРУЕМЫХ) ГОЛОГРАММ

Представлены методы цифрового синтеза Фурье-голограмм со специальными изображениями, обеспечивающими индивидуализацию и идентификацию голографических защитных элементов. Усиление защитных свойств предлагаемыми методами достигается внедрением в голограмму специальных скрытных сложновоспроизводимых структур, в том числе интерференционных и дифракционных структур цифровых Фурье-голограмм, детерминированных и псевдослучайных фрактальных и визуально-звуковых пространственно-частотных структур, основанных на вычислении спектрограмм различных типов.

Computer synthesis methods of Fourier holograms with special images for individualization and the identification of protective holograms are presented. Use proposed methods the protective properties strengthening is achieved through the introduction into hologram the special secret structures as well as interference or diffraction structures of digital Fourier holograms, and deterministic or random fractal and visual-audio space-frequency structures based on the calculation of the spectrograms of the different types.

Введение. Защита носителей информации, бумажных, электронных и пластиковых документов, является актуальной задачей противодействия контрафакту. Но несмотря на постоянное совершенствование и высокий уровень такой защиты, основанной на последних достижениях физики, химии и микроэлектроники, она имеет серьезный недостаток, который заключается в отсутствии контекстной зависимости между процессом подмены объекта идентификации (фотографии владельца документа) и самим средством защиты (например, защитной оптической голограммой) [1, 2]. В то же время информатизация в издательско-полиграфической отрасли сопровождается постоянным ростом объема использования архивированной цифровой информации и новых мультимедийных услуг, ужесточением требований к защите авторских прав, обеспечению информационной безопасности в процессе подготовки и распространения полиграфических изданий. В первую очередь это касается цифровых изображений, которые во многих сферах отрасли заменили традиционные аналоговые копии материалов. Цифровые изображения являются уязвимой формой представления данных для несанкционированного использования и различного рода модификаций. В том числе компьютерносинтезируемые защитные голограммы, предназначенные для защиты от подделки различного рода документов, упаковки продукции, товаров, могут сами стать объектами фальсификации или несанкционированного использования.

Важным направлением голографической защиты является разработка методов компьютерного синтеза цифровых Фурье-голограмм (ЦФГ) со специальными изображениями [3, 4], имеющими различную степень скрытности, обеспечивающими индивидуализацию и идентификацию защитных голограмм и готовыми к использованию для защиты цифровых данных.

Анализ современных достижений и тенденций развития оптических и компьютерных технологий показывает, что цифровые голографические методы обладают следующими преимуществами:

 обеспечение различной степени скрытности и высокой помехоустойчивости голографических изображений;

 возможность оперативного синтеза и модификации контента цифровых голограмм;

 – быстрая регистрация и воспроизведение голограмм с помощью фоточувствительных сенсоров, цифровых камер, пространственновременных модуляторов света и высокоскоростных лазерных принтеров.

В связи с этим предложены три способа синтеза и воспроизведения ЦФГ с интерференционной и дифракционной структурами и три метода синтеза специальных структурных элементов защитных голограмм: псевдослучайных фрактальных структур, муаровых структур и визуально-звуковых структур.

**Основная часть.** *І. Метод синтеза ин*терференционной ЦФР с амплитудно-фазовым кодированным опорным пучком.

Цифровая модель интерференционной картины  $H_l^I$  *l*-го кодированного опорного пучка  $R_{\theta,l}$  и Фурье-образа *l*-го исходного объектного пучка  $I_{\Phi,l}$ , основанная на вычислении пространственного распределения интенсивности  $H_l^I$  (p, q) в плоскости записи голограммы в виде квадрата модуля суммы амплитуд Фурье-образа  $F_{l,l}$  объектного  $I_{\Phi,l}$  пучка и опорного  $R_{\theta,l}$  пучка:

$$H_{l}^{I} = (H_{l}^{I}(p,q))_{M \times N}, \qquad (1)$$
  
где  $H_{l}^{I}(p,q) = |R_{\theta,l}(p,q) + F_{I,l}(p,q)|^{2} =$ 

$$= |R_{\theta,l}(p,q)|^{2} + |F_{I,l}(p,q)|^{2} + |F_{R,l}(p,q)|^{2} + R_{\theta,l}^{*}(p,q)F_{I,l}(p,q) + R_{\theta,l}(p,q)F_{I,l}^{*}(p,q) = |R_{\theta,l}(p,q)|^{2} + |F_{I,l}(p,q)|^{2} + 2R_{1}(p,q)|F_{I,l}(p,q)|\cos(\theta_{F,l}(p,q) - \theta_{R,l}(p,q))$$

есть комплексная амплитуда в точке с координатами (p, q) на плоскости Фурье-голограммы;

$$F_{I,l}(p,q) = F_{I,l}^{\text{Re}}(p,q) + jF_{I,l}^{\text{Im}}(p,q) =$$

$$= \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} I_{\Phi,l}(m,n) \exp\left(-j2\pi\left(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N}\right)\right) =$$

$$= \left|F_{I,l}(p,q)\right| \exp\left(j\left(\theta_{F,l}(p,q)\right)\right) -$$

комплексное значение коэффициента с координатами (p, q), состоящее из действительного  $F_{I,l}^{\text{Re}}(p,q)$  и мнимого  $F_{I,l}^{\text{Im}}(p,q)$  значений коэффициента *l*-го Фурье-образа комплексного исходного изображения  $I_{\Phi,l}$ ;

$$|F_{I,l}(p,q)| = \sqrt{F_{I,l}(p,q)F_{I,l}^{*}(p,q)}$$
и  $\theta_{F,l}(p,q) = \operatorname{arctg}(F_{I,l}^{\operatorname{Im}}(p,q)/F_{I,l}^{\operatorname{Re}}(p,q))$  —

значения коэффициентов с координатами (*p*, *q*) *l*-го амплитудного и фазового Фурье-образов соответственно;

матрица *l*-го исходного изображения  $I_l = (I_l(m, n))_{M \times N}$  с псевдослучайной битовой фазовой маской  $\Phi_I = (\Phi_I(m, n))_{M \times N}$ ;

$$I_{\Phi,l} = (I_{\Phi,l}(m,n) = (I_l(m,n)\exp(j\Phi_I(m,n)))_{M \times N} - R_{\theta,l}(p,q) = R_l(p,q)\exp(j\theta_{R,l}(p,q)) -$$

общая структура *l*-го кодированного опорного пучка с псевдослучайными амплитудной

$$R_{l} = \left(R_{l}(p,q)\right)_{M \times N}$$

и фазовой  $\theta_{R,l} = (\theta_{R,l}(p,q))_{M \times N}$  матрицами, используемыми в качестве двумерных секретных ключей; *p* и *q* — частотные индексы в горизонтальном и вертикальном направлениях.

Частные случаи общей структуры опорного пучка:

$$R_{\theta,l}(p,q) = R_l(p,q) \exp(j\theta_{R,l}(p,q)) -$$

амплитудно-кодированный пучок с детерминированной фазой  $\theta_{R,l}(p,q) = 2\pi(a_o p + b_o q)$ , определяющей его пространственное положение

$$R_{a,b,l}(p,q) = R_l(p,q) \exp(j2\pi(a_o p + b_o q)),$$

где  $a_0$  и  $b_0$  — параметры, задающие пространственное положение опорного пучка и изменяющиеся в диапазоне от 0 до 0,5;

$$R_{\theta,l}(p,q) = R \cdot \exp(j\theta_{R,l}(p,q)) -$$

фазово-кодированный пучок с постоянной амплитудой *R*.

2. Метод синтеза интерференционной ЦФР с Фурье-кодированным опорным пучком.

Цифровая модель интерференционной картины  $H_l^{FI}$  Фурье-образа  $F_{R,l}$  *l*-го опорного пучка  $R_l$  и Фурье-образа  $F_{I,l}$  *l*-го исходного объектного пучков  $I_{\Phi,l}$  имеет вид

$$H_{l}^{FI} = \left(H_{l}^{FI}\left(p,q\right)\right)_{M \times N},\tag{2}$$

где  $H_l^{FI}(p,q) = F_{I,l}^*(p,q)F_{R,l}(p,q)\exp(j4\pi dq) +$ 

$$+F_{I,l}(p,q)F_{R,l}^*(p,q)\exp(-j4\pi dq)$$
 -

комплексная амплитуда с координатами (p, q) в плоскости Фурье-голограммы; 2d — расстояние между центрами исходного комплексного изображения  $I_{\Phi,l}$  и опорного пучка, кодированных матрицами случайных чисел;

$$I_{\Phi,l} = \left(I_l(m,n)\exp(j\Phi_l(m,n))\right) -$$

матрица *l*-го исходного изображения с псевдослучайной двухуровневой фазовой маской

$$\Phi_{I} = \left(\Phi_{I}(m,n)\right)_{M \times N};$$
$$R_{I} = \left(R \exp\left(j\Phi_{K,I}(m,n)\right)\right)_{M \times N} -$$

*l*-й опорный пучок, кодированный псевдослучайной фазовой маской  $\Phi_{K,I} = (\Phi_{K,I}(m,n))_{M \times N}$ , отличающейся от  $\Phi_I = (\Phi_I(m,n))_{M \times N}$  и предназначенной для шифрования исходного изображения  $I_{\Phi,I}$ .

3. Метод синтеза дифракционной ЦФГ без опорного пучка.

Синтез голограммы без опорного пучка основан не на моделировании интерференции объектного и опорного пучков, а на сопряженном симметричном расширении амплитудно-фазового представления изображения, вычислении дискретного преобразования Фурье (ДПФ) и формировании полутоновой ЦФГ. Такую голограмму можно представить в виде неотрицательной целочисленной действительной функции

$$H^{D} = \left(H^{D}(p,q)\right)_{M \times N}, \qquad (3)$$

где  $H_D(p, q) =$ 

$$= \operatorname{round} \left\{ 255 \cdot \frac{F_{I}(p,q) - \min(F_{I}(p,q))}{\max(F_{I}(p,q)) - \min(F_{I}(p,q))} \right\}$$

значение элемента разрешения с координатами (*p*, *q*) цифровой дифракционной голограммы;

$$F_{I}(p, q) =$$

$$= \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} I_{S}(m, n) \exp\left(-j2\pi \left(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N}\right)\right) =$$

$$= \frac{2}{MN} \sum_{m=1}^{M/2+1} \sum_{n=1}^{N-1} I_{S}(m, n) \cos\left[2\pi \left(\frac{pm}{M} + \frac{qn}{N}\right) - \Phi_{I}\right] -$$

действительное значение двумерного Фурьеспектра с координатами

$$\left(p,q \middle| p = \overline{0,M-1},q = \overline{0,N-1}\right)$$

 $I_{S}(m, n)$  — значение сопряженного симметричного расширения комплексного изображения  $I_{0}$ с координатами (m, n). Причем

$$I_{S}(0,n) = I_{S}(m,0) = I_{S}(M/2,n) = 0;$$
  

$$I_{S}(m,n) = I_{\Phi}(m,n) \text{ при } m = \overline{1,M/2-1}, n = \overline{1,N-1};$$
  

$$I_{S}(m,n) = I_{\Phi}^{*}(M-m,N-n) \text{ при } m = \overline{M/2+1,M-1},$$
  

$$n = \overline{1,N-1}, \text{ где } I_{\Phi}(m,n) = I(m,n) \exp(\Phi_{I}(m,n)) - 1$$

комплексная амплитуда исходного изображения с координатами A(m, n), включающая аплитудную и фазовую  $\theta(m, n)$  информацию; \* — символ комплексного сопряжения.

По сравнению с интерференционным методом данный метод синтеза ЦФГ обладает невысокой вычислительной сложность. Благодаря тому, что каждый пиксель голограммы содержит всю информацию об исходном изображении, восстановление может быть осуществлено из любой части голограммы, что обеспечивает устойчивостью голограммы к повреждениям. Метод позволяет закодировать и скрыть два изображения, представленные в форме матрицы амплитуд A(m, n) и матрицы фаз  $\theta(m, n)$ .

4. Пространственные и частотные псевдослучайные фрактальные структуры.

Синтезированная фрактальная пространственная структура  $I_F^N$  с парой псевдослучайных углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$  на *N*-м уровне итерации определяются с помощью соотношения [5]

$$I_F^N = \left(I_F^N(m, n, \theta_1, \theta_2)\right)_{P \times Q}, \qquad (4)$$

где  $I_F^N(m, n, \theta_1, \theta_2) = I_{Fj}^N(m, n, \theta_1, \theta_2) =$ =  $S_j^N(G^N(m, n, \theta_1, \theta_2); I_j^{N-1}(m, n))|_j = \overline{1, J_N}$  — значение пикселя фрактальной структуры на N-м уровне итерации;  $S_j^N(\cdot)$  — оператор замещения *j*-го элемента инициатора  $I_{i}^{N-1}(m,n)$  генератором  $G^{N}(m, \theta_{1}, \theta_{2})$  для синтеза элементов  $I_{F_{i}}^{N}(m, n, \theta_{1}, \theta_{2})$  фрактальной пространственной структуры на N-м уровне итерации;  $G^1 =$  $= (G^1 (m, \theta_1, \theta_2))$  — исходный генератор, представляющий собой определенную форму импульса и характеризующийся парой псевдослучайных углов  $\theta_1$  и  $\theta_2$ ;  $I^1 = \left\{ I_j^1(m,n) \middle| j = \overline{1,J_1} \right\}$  исходный инициатор, представляющий собой простую геометрическую фигуру (треугольник, квадрат, многоугольник) и состоящий из J<sub>1</sub> элементов (сегментов) длиной L; J<sub>N</sub> — число элементов инициатора на *N*-м уровне итерации;  $\theta_1 = \theta_2 = 3 + 5k$  — углы поворота крайних сегментов генератора;  $k \in [0, 1]$  — псевдослучайное число.

Для оценки фрактальной размерности или размерности самоподобия *D* фрактальных пространственных структур можно использовать следующее соотношение [5]:

$$D = \log m / \log \mu \,, \tag{5}$$

где *т* — число последовательно связанных линейных элементов (сегментов), из которых состоит генератор  $G^1$  фрактальной структуры  $I_F^N$ ; *l* — размер линейного элемента генератора; *L* расстояние между двумя крайними точками генератора;  $\mu = L/l$  — отношение линейного размера генератора к длине его отдельного элемента.

Из определения фрактальной размерности следует скейлинговое соотношение между диаметрами (размерами сторон)  $L \in \{L_1, ..., L_{N_E}\}$  концентрических фрактальных структур и числом их уровней итераций N для формирования структур с одинаковой длиной l линейных сегментов генератора и числом вложений  $N_E$ :

$$l_{N_{1}}^{1} = l_{N_{2}}^{2} = \dots = l_{N_{NE}}^{N_{E}} = L_{1}/\mu^{N_{1}} = L_{2}/\mu^{N_{2}} = \dots = L_{N_{NE}}/\mu^{N_{NE}} , \qquad (6)$$

где  $l_{N_1}^1, ..., l_{N_{N_E}}^{N_E}$  — длины линейных элементов генератора для различных уровней итерации  $N_1, ..., N_{N_E}$ , определяющих количество замещений линейного сегмента генератора соответственно. Для треугольного инициатора ( $\mu = 3$ ) при  $N_1 = 3, N_2 = 4$  и  $N_3 = 5$  диаметры инициаторов на каждом уровне находятся в скейлинговом отношении  $L_1: L_2: L_3 = 3^2: 3^3: 3^4$ . Таким образом, фрактальная пространственная структура  $I_F^N$  характеризуется ключевыми параметрами генератора  $G^1$  ( $\theta_1$ ,  $\theta_2$ , m,  $\mu$ ), инициатора  $I_1(J_1, L)$ , числом вложений  $N_E$  и числом итераций N. Примеры синтезированных структур приведены на рис. 1.

5. Пространственные муаровые структуры.

Матрица муаровой структуры может быть представлена в виде [6]

$$I_{M} = \left(I_{M}\left(x, y\right) \middle| x = \overline{0, X - 1}, y = \overline{0, Y - 1}\right), \quad (7)$$

где  $b(x, y) = [f_0 \cdot S(x, y, x_0, y_0, \varphi_0)] \mod Q_M$  — интенсивность пикселя муарограммы;  $Q_M$  — динамический диапазон муарограммы;  $f_0$  — частотный параметр, характеризующий частоту муаровых полос в муарограмме;  $S(x, y, x_0, y_0, \varphi_0) =$  $= c_x \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$  — структурная функция, определяющая форму муаровых полос;

$$c_{x} = \frac{(x - x_{0}) \cdot \cos(\varphi_{0}) + (y - y_{0}) \cdot \sin(\varphi_{0})}{L};$$
$$c_{y} = \frac{(x - x_{0}) \cdot \sin(\varphi_{0}) - (y - y_{0}) \cdot \cos(\varphi_{0})}{L}$$

структурные параметры, определяющие характер изменения формы муаровой маски в направлении осей;  $(x_0, y_0)$  — координаты центра поворота структуры маски;  $\varphi_0$  — угол поворота структуры муаровой маски;

$$L = \begin{cases} X \quad \text{при } X \ge Y, \\ Y \quad \text{при } X < Y \end{cases}$$

размер квадратной муаровой маски, определяемый размером большей стороны шифруемого изображения.

Примеры муарограмм при  $(x_0, y_0) = (255, 255), \phi_0 = 30^\circ$  и некоторых значениях частотного параметра приведены на рис. 2.

6. Визуально-звуковые образы (ВЗО). Синтез ВЗО основан на использовании информации, хранящейся в спектрограмме речевого сигнала (РС), и заключается в формировании матрицы полутонового изображения, каждый пиксель которого описывается байтом, принимающим целые значения от 0 до 255. Содержание матрицы изображения спектрограммы РС зависит от типа используемого дискретного преобразования и определяется для ДПФ и для дискретного косинусного преобразования (ДКП) следующими матрицами, размерность которых определяется числом кадров РС М с номерами т (m=1, M-1) и числом N временных отсчетов с номерами n (n=1, N-1) в кадре, дополненных до N нулевыми начальными и концевыми отсчетами для улучшения степени сглаженности амплитудных спектров [7]:

$$\begin{split} I_{\mathcal{A}\Pi\Phi}^{A\phi} &= \left( I_{\mathcal{A}\Pi\Phi}^{A} \left\| I_{\mathcal{A}\Pi\Phi}^{\phi} \right)_{\tilde{N}\times M}; \right. \\ I_{\mathcal{A}\Pi\Phi}^{A} &= \left( \left[ \left. g \cdot \left| X_{m} \left( k \right) \right| \right. \right] \right)_{\frac{\tilde{N}}{2}\times M}; \\ I_{\mathcal{A}\Pi\Phi}^{\phi} &= \left( \left[ \left. g \cdot \phi_{m} \left( k \right) \right] \right)_{\frac{\tilde{N}}{2}\times M}; \\ I_{\mathcal{A}\Pi\Pi} &= \left( \left[ \left. g \cdot C_{m} \left( k \right) + b \right] \right)_{\tilde{N}\times M}. \end{split}$$



Рис. 1. Примеры синтезированных фрактальных структур и их амплитудных Фурье-спектров



Рис. 2. Примеры муарограмм, синтезированных при различных значениях частотного параметра:  $a - f_0 = 10^3$ ;  $\delta - f_0 = 10^4$ ;  $e - f_0 = 10^6$ ;  $e - f_0 = 10^8$ 

Здесь *g* и *b* — масштабирующий коэффициент и приращение значений пикселей ВЗО соответственно; [] — символ операции округления до ближайшего целого (знаки коэффициентов ДПФ и ДКП учитываются старшим битом значений пикселей);  $X_m(k) = X_m^{\rm Re}(k) + jX_m^{\rm Im}(k)$  — значение *k*-й спектральной ДПФ-составляющей комплексного Фурье-спектра каждого *m*-го взвешенного кадра РС; индексы *A* и  $\varphi$  соответствуют амплитудной и фазовой компонентам ДПФ каждого взвешенного кадра. При использовании ДКП спектрограмма содержит только действительные значения амплитуд *C<sub>m</sub>(k)* каждой *k*-й спектральной

ДКП-составляющей *т*-го взвешенного кадра PC.

На рис. 3 представлены действительная и комплексная спектрограммы контрольной речевой фразы, их синтезированные ВЗО для ДКП и ДПФ (амплитудно-фазовый, фазовый и амплитудный) соответственно, из которых видно, что ВЗО, синтезированные на основе ДПФ, имеют более насыщенный, сложный характер по сравнению с ВЗО на основе ДКП. Установлено, что наилучшее качество восстановления РС достигается с использованием амплитуднофазовой информации при полуперекрытии соседних кадров и их длительности порядка 16 мс.



Рис. 4. Спектрограммы речевой фразы и их ВЗО с использованием ДПФ и ДКП: *а* — действительная спектрограмма РС и ее ВЗО на основе ДКП; *б* — комплексная спектрограмма РС и ее амплитуднофазовый ВЗО на основе ДПФ; *в* — амплитудный и фазовый ВЗО на основе ДПФ

Заключение. Получены аналитические выражения и разработаны алгоритмы синтеза квантованных Фурье-голограмм со специальными изображениями, обеспечивающими индивидуализацию и идентификацию защитных голограмм.

Методы синтеза интерференционной и дифракционных структур ЦФР, основанные на формировании комплексных изображений, амплитудном и фазовом кодировании опорных пучков, вычислении дискретного Фурье-преобразования, обеспечивают высокий уровень устойчивости к повреждениям структуры и защищенности за счет избыточности Фурье-голограммы и использования множества секретных двухмерных ключей в виде слабокоррелированных псевдослучайных амплитудных и фазовых кодирующих матриц.

Метод синтеза детерминированных и псевдослучайных фрактальных пространственночастотных структур, основанный на итерационной замене элементов двухмерных инициаторов различной формы (треугольной, четырехугольной, пятиугольной и т. д.) одномерными генераторами различной формы с парой псевдослучайных углов и вычислении двумерного ДПФ, позволяет модифицировать классические фрактальные структуры и синтезировать новые фрактальные структуры с заданными фрактальными размерностями. Пространственная сложность и возможность выбора множества ключевых параметров синтезируемых фрактальных структур обеспечивают высокий уровень защищенности. Основными параметрами для построения структур с различными фрактальными и защитными свойствами являются параметры геометрических структур генератора и инициатора (линейные размеры элемента генератора и всего генератора, отношение линейного размера генератора к длине его отдельного элемента, число последовательно связанных линейных элементов генератора, углы наклона крайних элементов генератора, число уровней итераций и вложенных инициаторов для образования концентрических структур, линейный размер стороны инициатора).

Метод синтеза визуально-звуковых пространственно-частотных структур, основанный на вычислении спектрограмм различных типов с высоким временным и частотным разрешениями, использовании преобразования спектрограммы в полутоновое изображение и операции сложения с перекрытием, при сохранении узнаваемости и разборчивости восстановленного речевого сообщения обеспечивает за счет выбора множества ключевых параметров достаточно высокую пространственную сложность и уровень защиты.

## Литература

1. Гориленко, А. Я. Современные методы защиты банкнот и ценных бумаг от подделки / А. Я. Гориленко, Л. С. Корочкин // Труды БГТУ. Сер. IX, Издат. дело и полиграфия. — 2002. — Вып. Х. — С. 61–69.

2. Javidi, B. Securing information by use of digital holography / B. Javidi, T. Nomura // Optics Letters. 2000. — Vol. 25. — P. 28–30.

3. Борискевич, А. А. Защита контента изображений на основе цифровых голограмм / А. А. Борискевич, В. К. Ероховец, В. В. Ткаченко // ГОЛОЭКСПО-2011. Голография. Наука и практика: сб. науч. тр. 8-й Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 29 сент. – 1 окт. 2011 г. / ред. Л. В. Танин. — Минск, 2011. — С. 158–161.

4. Erokhovets, V. K. Information capacity of localized latent Fourier-holograms / V. K. Erokhovets, V. V. Tkachenko // Optical Memory and Neural Networks (Information Optics). — 2010. — Vol. 19, No. 1. — P. 1–7.

5. Морозов, А. Д. Введение в теорию фракталов / А. Д. Морозов. — М.; Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2002. — 160 с.

6. Борискевич, А. А. Метод визуального шифрования изображений на основе оптического муар-эффекта / А. А. Борискевич, В. Ю. Цветков // Доклады НАН Беларуси. — 2008. — Т. 52, № 6. — С. 42–48.

7. Борискевич, А. А. Алгоритмы частотного синтеза визуально-звуковых образов речевого сигнала / А. А. Борискевич, А. Ю. Лагойко // Специальная техника. — 2009. — № 1. — С. 49–58.

Поступила 30.03.2012