УДК 634.0.30

Студ. М.Д. Фирьян
Науч. рук. доц. Игнатенко В.В. (кафедра высшей математики БГТУ);
доц. Леонов Е.А. (кафедра ЛМДиТЛП БГТУ)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА РАБОТЫ ОДНОМАШИННЫХ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ БЕЗ ЗАПАСА

Ряд лесопромышленных систем функционируют без запаса. К ним могут относиться: сортировочные лесотранспортеры, окорочные станки, лесопильные рамы и др.

Пусть лесопромышленная система состоит только из одного станка и к нему поступает на обработку пуассоновский поток предметов труда с интенсивностью λ_1, зависящий, в общем случае, от времени $\lambda_1 = \lambda_1(t)$.

Обработка предмета труда осуществляется с изменяющейся продолжительностью цикла $t_ц$, распределенного по показательному закону с параметром $\mu_1 = \mu_1(t)$.

Запишем математическую модель работы системы.

Функционирование системы будет определено, если установлены ее возможные состояния. С учетом изложенного, она может находиться в одном из следующих состояний:

S_0– оборудование исправно и простаивает из-за отсутствия сырья по организационным причинам;

S_1– оборудование осуществляет обработку предмета труда.

Функционирование рассматриваемой системы можно представить следующей схемой (графом) состояний:

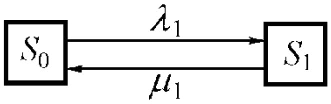

Рисунок 1 – Размеченный граф состояний рассматриваемой системы

При поступлении единицы предмета труда с интенсивностью λ_1 оборудование перейдет в состояние обработки S_1, а после окончания операции вернется в состояние S_0 с интенсивностью обработки μ_1.

Обозначим вероятности состояний S_0 как $P_0(t)$, а S_1 как $P_1(t)$. Для любого времени функционирования системы t

$$P_0(t) + P_1(t) = 1. \quad (1)$$

Математическая модель функционирования системы записывается системой дифференциальных уравнений Колмогорова [1]:

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1, \\ \dfrac{dP_1}{dt} = -\mu_1 P_1 + \lambda_1 P_0. \end{cases} \tag{2}$$

В первое уравнение системы (2) подставим вместо P_1 его выражение $P_1 = 1 - P_0$ из (1), тогда

$$\frac{dP_0}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 (1 - P_0),$$

$$\frac{dP_0}{dt} = -(\lambda_1 + \mu_1) P_0 + \mu_1 . \tag{3}$$

При λ_1 = const, что обосновано ранее, и при начальных условиях $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = 0$ получим

$$P_0 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1} e^{-(\lambda_1 + \mu_1)t}. \tag{4}$$

Зависимости вероятностей простоя P_0 и работы системы P_1 приведены на рис. 2.

В начале работы машина свободна (не работает) и $P_0 = 1$. По мере вступления в работу вероятность P_0 уменьшается и в пределе (при $t \to \infty$) достигает значения $\mu_1 / (\lambda_1 + \mu_1)$.

Вероятность работы машины соответственно растет и достигает значения $\lambda_1 / (\lambda_1 + \mu_1)$.

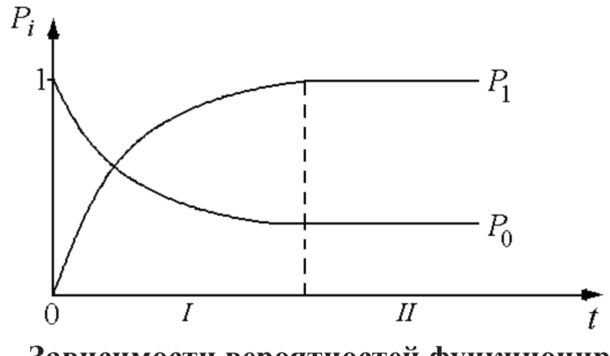

Рисунок 2 – Зависимости вероятностей функционирования системы при постоянной интенсивности поступления предмета труда на обработку

Зона *I* представляет собой период пуска системы с отработкой режимов эксплуатации.

В установившемся режиме эксплуатации ($t \to \infty$) при $\lambda_1 \approx \text{const} P_0 \approx \text{const}$, $P_1 \approx \text{const}$ (зона *II*):

$$\frac{dP_0}{dt} = 0\,;\ \frac{dP_1}{dt} = 0\,.$$

Система дифференциальных уравнений трансформируется в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0 = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1, \\ 0 = -\mu_1 P_1 + \lambda_1 P_0, \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases}$$

Тогда расчетные формулы будут иметь следующий вид:

$$P_0 = \frac{\mu_1}{\lambda_1 + \mu_1}; \quad P_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \mu_1}; \quad \lambda_1 = \frac{1}{t_\text{п}}; \quad \mu_1 = \frac{1}{t_\text{ц}}, \tag{5}$$

где $t_\text{п}$– среднее значение времени между поступлениями предметов труда на обработку; $t_\text{ц}$– средняя продолжительность цикла обработки предмета труда. Вероятность P_1 представляет собой коэффициент использования рабочего времени машины.

<u>Пример.</u> Система раскряжевки работает с циклом обработки $t_\text{ц} = 1$ мин. Интенсивность подачи можно изменять. Необходимо установить рациональную интенсивность подачи и цикл подачи хлыста. Интенсивность обработки составит $\mu_1 = 1 / t_\text{ц} = 1 / 1 = 1$ хлыст/мин.

Задаваясь различными значениями λ_1, по формуле (5) построим зависимости для P_0 и P_1 (рис. 3).

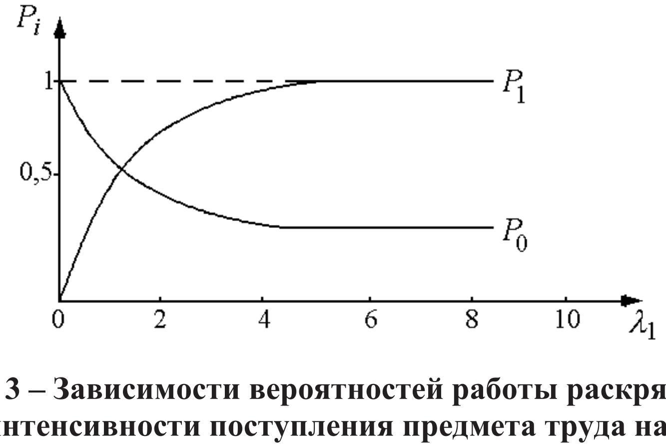

Рисунок 3 – Зависимости вероятностей работы раскряжевочной установки от интенсивности поступления предмета труда на обработку

При интенсивности подачи 1 хлыст/мин вероятность работы установки составит 0,5. Начиная с $\lambda_1 = 5–6$, дальнейшее увеличение параметра существенно не повысит вероятность рабочего состояния. Так, увеличение λ_1 с 5 до 7 повысит P_1 лишь на 2%.

Рациональный цикл подачи хлыстов составит

$$t_п = 1 / \lambda_1 = 1 / 5 = 0{,}2 \text{ мин.}$$

Полученное значение цикла подачи хлыста позволяет выбирать подающий механизм: растаскиватель, манипулятор или др.

В анализируемых вариантах $\lambda_1/ \mu_1 < 1$, а если система работает в режиме $\lambda_1/ \mu_1 > 1$, то предыдущий механизм вынужден простаивать либо предметы труда накапливаются перед обрабатывающей установкой. Последний случай может иметь место в течение кратковременного периода работы установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Игнатенко В. В. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок: учеб. пособие для студентов специальности «Лесоинженерное дело» / В. В. Игнатенко, И. В. Турлай, А. С. Федоренчик. – Минск: БГТУ, 2004.180 с.

2. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.

УДК 634.0.30

Студ. М.М. Цмак
Науч. рук.доцент Игнатенко В.В.,
(кафедра высшей математики БГТУ)
доцент Леонов Е.А.
(кафедра ЛМДиТЛП БГТУ)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ ОДНОМАШИННЫХ ЛЕСОПРОМЫШЛЕННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАСОМ

Большинство лесопромышленных машин и оборудования, как правило, работают с запасом сырья, обеспечивающим ритмичность производства, уменьшение влияния негативных факторов. Это трелевочные, сучкорезные, раскряжевочные, сортировочные, окорочные, погрузочные и другие системы [1].

Рассмотрим одномашинную систему, в которую поступает поток предметов труда с интенсивностью λ_1, интенсивностью обработки μ_1 (т. е. в среднем непрерывно занятая машина будет выдавать μ_1 обрабо-