

УДК 536.24:66.045

Т. Б. Карлович, А. Б. Сухоцкий, Е. С. Данильчик
Белорусский государственный технологический университет

**ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ В СЛОЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ
ОРЕБРЕННОЙ ТРУБЫ С УЧЕТОМ НЕРАВНОМЕРНОГО
НАГРЕВА ТЕПЛООТДАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ**

Рассмотрена стационарная задача теплопроводности в кольцевом слое загрязнения конечной толщины, плотно прилегающем к основанию оребренной трубы в межреберном пространстве. В решении задачи учитывается неравномерность нагрева ребристой поверхности. Получено аналитическое решение для температурной зависимости внутри загрязнителя, рассчитана средняя температура на его поверхности. Проведено сравнение температурного распределения в цилиндрическом слое загрязнения для случая постоянной температуры на реберной поверхности и для случая ее линейного уменьшения по высоте ребра.

Ключевые слова: теплообменник, оребренная труба, коэффициент теплопередачи, теплопроводность, теплоотдача, функции Бесселя, функции Ломмеля.

T. B. Karlovich, A. B. Sukhotskii, E. S. Danilchik
Belarusian State Technological University

**TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE CONTAMINATION LAYER
OF THE FINNED PIPE TAKING INTO ACCOUNT THE UNEVEN HEATING
OF THE HEAT-RELEASE SURFACE**

The paper considers the problem of heat conduction in an annular layer of contamination of finite thickness, tightly adjoining the base of the finned pipe in the intercostal space. In the solution of the problem, the uneven heating of the ribbed surface is taken into account. An analytical solution was obtained for the temperature dependence inside the pollutant, the average temperature on its surface was calculated. The temperature distribution in the cylindrical layer of pollution is compared for the case of a constant temperature along the height of the rib and for the case of its linear decrease.

Key words: heat transfer, finned pipe, heat transfer coefficient, heat conductivity, heat transfer, Bessel functions, Lommel functions.

Введение. Оребренные трубы являются основным элементом различных теплообменников, предназначенных для охлаждения технологических жидкостей. Оребрение используется для увеличения площади теплоотдающей поверхности и отведения максимального количества теплоты от охлаждаемой жидкости. Часто оребренные трубы формируются в трубные пучки различных компоновок, что еще в большей степени способствует интенсификации процесса теплообмена. Основной характеристикой теплообменного аппарата является коэффициент теплопередачи, который, однако, не остается постоянным в течение всего времени эксплуатации теплообменника и имеет тенденцию к снижению из-за всевозможного рода загрязнений межреберного пространства. Так, в аппаратах воздушного охлаждения (АВО), широко применяемых в химической и нефтегазовой промышленности, вместо охлаждающей жидкости используется атмосферный воздух. АВО, находящиеся на открытом воздухе, с течением времени загрязняются пылью, пылью растений, пухом, насекомыми и др., что приво-

дит к увеличению потребления электрической энергии на привод вентилятора, разгоняющего поток воздуха до определенной скорости, и снижению экономичности работы АВО. На сегодняшний день существует ряд методик, учитывающих степень загрязнения межреберного пространства [1–3]. Часть из них использует модель равномерного тонкого слоя загрязнения по всей ребристой поверхности теплообменника, что, однако, не соответствует реальному распределению загрязнения в межреберном пространстве. В методиках [4, 5] рассматривается кольцевой слой загрязнения, прилегающий к поверхности оребренной трубы, и равномерный тонкий слой загрязнения на остальной оребренной поверхности. Однако в этих методиках теплопроводность материала ребер предполагается бесконечной величиной, вследствие чего температура остается постоянной на всей поверхности ребра. В многочисленных экспериментальных исследованиях обтекания воздухом как одиночных труб [6–8], так и трубных пучков [9–11] было показано, что температура у основания ребристой трубы и на вершине ребер

может значительно отличаться. Это связано, по крайней мере, с двумя причинами: уменьшением температуры вследствие конечной теплопроводности материала ребер и разной скорости течения воздуха в межреберном пространстве. Скорость воздуха между ребрами зависит не только от расположения трубного пучка (горизонтальный, вертикальный или наклонный), но и от расстояния между ребрами. В случае свободной конвекции и тесного расположения ребер пограничный слой воздуха будет препятствовать нарастанию скорости потока. Поэтому температура поверхности ребра будет резко изменяться только на вершинах ребер. В то же время для разреженных ребер нарастание скорости воздушного потока будет происходить более плавно из-за более равномерного течения воздуха в межреберном пространстве.

Основная часть. В настоящей работе мы воспользуемся линейным приближением для описания температурного поля на ребристой поверхности трубы. Также будем предполагать, что ребра представляют собой круглые диски с достаточно большими расстояниями между ними для свободного прохода охлаждающего воздуха.

Расчет коэффициента теплопередачи. Для расчета коэффициента теплопередачи удобно использовать методику [4], основанную на применении электротепловой аналогии для моделирования тепловых потоков через многослойную поверхность. При этом учитывается равномерный тонкий слой загрязнения внутри трубы и цилиндрический слой загрязнения конечной толщины, прилегающий снаружи к основанию трубы вместе с тонким равномерным слоем загрязнения на всей оставшейся поверхности оребренной трубы.

Общий тепловой поток Q , отводимый от теплоносителя, складывается из трех независимых составляющих: теплового потока от торцов ребер Q' , теплового потока с наружной поверхности кольцевого слоя загрязнения Q'' и теплового потока с боковой поверхности ребер Q''' (рис. 1):

$$Q = Q' + Q'' + Q''' = Fk(t_1 - t_2), \quad (1)$$

где F – площадь чистой наружной поверхности незагрязненной ребристой трубы, m^2 ; t_1 – температура теплоносителя внутри трубы, $^{\circ}C$; t_2 – температура окружающего воздуха, $^{\circ}C$; k – коэффициент теплопередачи, $Вт/(m^2 \cdot K)$, определяемый по формуле

$$k = \frac{\varphi' + \varphi'''}{1/\alpha_2 + \delta_2/\lambda_2} + \alpha_2 \theta_{f2} \varphi'', \quad (2)$$

здесь $\varphi' = F'/F$ – отношение площади торцевой поверхности загрязненного ребра к площади незагрязненной поверхности оребрения; $\varphi'' =$

$= F''/F$ – отношение площади контакта ребер и основания с кольцевым слоем загрязнения к площади незагрязненной поверхности оребрения; $\varphi''' = F'''/F$ – отношение площади плоской боковой поверхности загрязненного ребра к площади незагрязненной поверхности оребрения; α_2 – коэффициент теплоотдачи охлаждающего воздуха, $Вт/(m^2 \cdot K)$; δ_2 – толщина тонкого слоя загрязнения, m ; λ_2 – теплопроводность внешнего загрязнителя, $Вт/(m \cdot K)$; θ_{f2} – средняя безразмерная температура на поверхности цилиндрического слоя загрязнителя, равная

$$\theta_{f2} = \frac{t_{f2} - t_2}{t_{f1} - t_2}, \quad (3)$$

где t_{f1} – температура основания ребристой трубы, $^{\circ}C$.

Средняя температура на поверхности кольцевого слоя t_{f2} может быть рассчитана на основе температурного распределения внутри слоя загрязнения t путем усреднения по осевой координате.

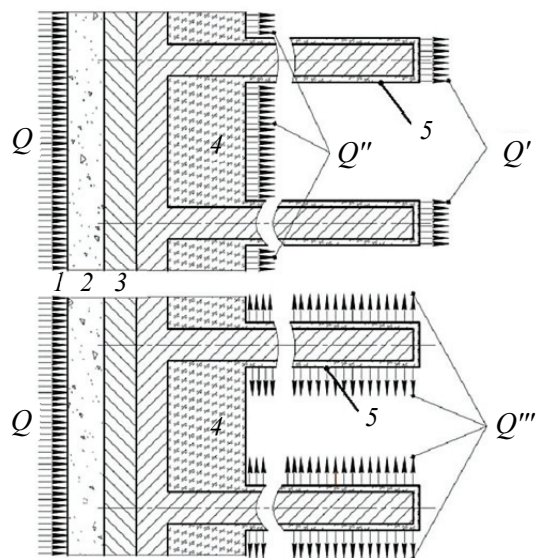


Рис. 1. Схема тепловых потоков для загрязненной ребристой трубы:
1 – слой внутреннего загрязнения;
2 – несущая труба; 3 – ребристая оболочка;
4 – кольцевой слой загрязнения;
5 – тонкий слой загрязнения

Задача теплопроводности в слое загрязнения. Температурное распределение в кольцевом слое загрязнителя удовлетворяет стационарному уравнению теплопроводности, записанному в цилиндрических координатах r (радиальная координата) и z (осевая координата):

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия для полого ограниченного цилиндра с нулевой температурой на поверхности трубы в межреберном пространстве имеют вид

$$t = -\kappa(r - r_0) \text{ при } z = 0, r_0 \leq r \leq r_1, \quad (5)$$

$$t = -\kappa(r - r_0) \text{ при } z = z_1, r_0 \leq r \leq r_1, \quad (6)$$

$$t = 0 \text{ при } r = r_0, 0 \leq z \leq z_1, \quad (7)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial t}{\partial r} = \alpha_2 (t + t_{f1} - t_2) \text{ при } r = r_1, 0 \leq z \leq z_1, \quad (8)$$

где κ – коэффициент линейной зависимости температуры вдоль поверхности ребра, °С/м; r_0, r_1 – минимальное и максимальное значения радиальной координаты соответственно, м; z_1 – максимальное значение осевой координаты, м.

Убывающее линейное температурное распределение по высоте ребра выбрано для упрощения записи граничных условий (5) и (6). В общем случае оно определяется из модели для разреженных чистых ребер, описанной в [12].

Решение задачи (4)–(8) можно искать в виде неоднородного периодического ряда по координате z с неоднородностью, повторяющей температурное распределение вдоль поверхности ребра:

$$t(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi z}{z_1} \varphi_n(r) - \kappa(r - r_0), \quad (9)$$

где суммирование осуществляется только по нечетным n . В этом случае граничные условия (5) и (6) выполняются автоматически. Подставляя разложение (9) в уравнение (4), получаем неоднородное уравнение для функции $\varphi_n(r)$:

$$\varphi_n''(r) + \frac{1}{r} \varphi_n'(r) - \left(\frac{n\pi}{z_1} \right)^2 \varphi_n(r) - \frac{4\kappa}{n\pi r} = 0. \quad (10)$$

Замена переменной

$$r = \frac{z_1}{n\pi} x \quad (11)$$

приводит уравнение (10) к неоднородному модифицированному уравнению Бесселя:

$$\frac{d^2 \varphi_n}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\varphi_n}{dx} - \varphi_n - \frac{z_1}{(n\pi)^2} \frac{4\kappa}{x} = 0, \quad (12)$$

а замена переменной и функции

$$x = i\xi, \quad \varphi_n = \frac{4i\kappa z_1}{(n\pi)^2} y_n \quad (13)$$

позволяет записать уравнение (12) в виде неоднородного уравнения Бесселя:

$$\frac{d^2 y_n}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dy_n}{d\xi} + y_n = \frac{1}{\xi}. \quad (14)$$

Частным решением уравнения (14) является функция Ломмеля нулевого порядка $s_{0,0}(\xi)$ [13]. Функция Ломмеля связана с обобщенной гипергеометрической функцией ${}_1F_2$ следующим соотношением:

$$s_{0,0}(\xi) = \xi \cdot {}_1F_2 \left(1; \frac{3}{2}, \frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\xi^2 \right). \quad (15)$$

Общее решение неоднородного уравнения (14) представимо в виде суммы частного решения (15) и общего решения однородного уравнения Бесселя:

$$y_n = s_{0,0}(\xi) + c_{1n} J_0(\xi) + c_{2n} H_0(\xi), \quad (16)$$

где в качестве двух линейно независимых решений выступают J_0 и H_0 – соответственно полиномы Бесселя и Ханкеля нулевого порядка; c_{1n} и c_{2n} – произвольные постоянные.

С учетом введенных обозначений (11), (13) для функции $\varphi_n(r)$ будет справедливо разложение

$$\varphi_n(r) = \frac{4i\kappa}{A_n} \frac{z_1}{(n\pi)^2} \left[s_{0,0} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r \right) + C_{1n} I_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r \right) + C_{2n} K_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r \right) \right], \quad (17)$$

где C_{1n} и C_{2n} – произвольные мнимые постоянные; I_0 и K_0 – линейно независимые модифицированные функции Бесселя.

Несмотря на то, что постоянный множитель в формуле (17) является мнимой величиной, в целом функция $\varphi_n(r)$ будет принимать действительные значения, так как функция Ломмеля $s_{0,0}$ мнимого аргумента также будет мнимой функцией.

Постоянные C_{1n} и C_{2n} могут быть определены из граничных условий (7) и (8). Граничное условие (7) с учетом (9) трансформируется в равенство

$$s_{0,0} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_0 \right) + C_{1n} I_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_0 \right) + C_{2n} K_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_0 \right) = 0. \quad (18)$$

Воспользовавшись рекуррентными соотношениями для функций Ломмеля и модифицированных функций Бесселя:

$$s'_{0,0}(z) = -s_{-1,1}(z), \quad I'_0(z) = I_1(z), \quad K'_0(z) = -K_1(z), \quad (19)$$

из граничного условия (8) имеем:

$$\begin{aligned} & i \left[is_{-1,1} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) + C_{1n} I_1 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) \right] - \\ & - i \left[C_{2n} K_1 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) \right] - 1 = \frac{\alpha_2}{\lambda_2 \kappa} (t_2 - t_{f1}) + \\ & + \frac{\alpha_2}{\lambda_2} (r_1 - r_0) - \frac{\alpha_2}{\lambda_2} \frac{iz_1}{n\pi} \left[s_{0,0} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) \right] + \\ & + \frac{\alpha_2}{\lambda_2} \frac{iz_1}{n\pi} \left[C_{1n} I_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) + C_{2n} K_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Объединяя равенство (18) и (20) в систему уравнений для постоянных C_{1n} и C_{2n} , получаем следующее матричное соотношение:

$$\begin{bmatrix} b_{11n} & b_{12n} \\ b_{21n} & b_{22n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{1n} \\ d_{2n} \end{bmatrix} \quad (21)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} b_{11n} &= I_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_0 \right), \quad b_{12n} = K_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_0 \right), \\ b_{21n} &= \frac{iz_1}{n\pi} \frac{\alpha_2}{\lambda_2} I_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) + i I_1 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right), \\ b_{22n} &= \frac{iz_1}{n\pi} \frac{\alpha_2}{\lambda_2} K_0 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) - i K_1 \left(\frac{n\pi}{z_1} r_1 \right), \\ d_{1n} &= -s_{0,0} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_0 \right), \\ d_{2n} &= -\frac{iz_1}{n\pi} \frac{\alpha_2}{\lambda_2} s_{0,0} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) + s_{-1,1} \left(-i \frac{n\pi}{z_1} r_1 \right) + \\ & + \frac{\alpha_2}{\lambda_2 \kappa} (t_2 - t_{f1}) + \frac{\alpha_2}{\lambda_2} (r_1 - r_0) + 1. \end{aligned} \quad (22)$$

Тогда постоянные C_{1n} и C_{2n} определяются из обратного матричного соотношения

$$\begin{bmatrix} C_{1n} \\ C_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11n} & b_{12n} \\ b_{21n} & b_{22n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} d_{1n} \\ d_{2n} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Средняя температура на поверхности загрязнения t_{f2} находится путем интегрирования по осевой координате z :

$$t_{f2} = \frac{1}{z_1} \int_0^{z_1} t(r=r_1, z) dz = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \varphi_n(r_1) - \kappa(r_1 - r_0). \quad (24)$$

Таким образом, решение задачи теплопроводности в цилиндрическом слое загрязнения в случае линейного убывания температуры вдоль поверхности ребра может быть получено в аналитическом виде с использованием функций Ломмеля и модифицированных функций Бесселя. На рис. 2 представлена зависимость температуры от радиальной и осевой координаты для случая постоянной температуры вдоль поверхности ребра и линейно убывающей температуры. Из рис. 2 следует, что снижение температуры по высоте ребра влечет за собой уменьшение и минимальной температуры, достигаемой на поверхности между ребрами, равноудаленной от соседних ребер.

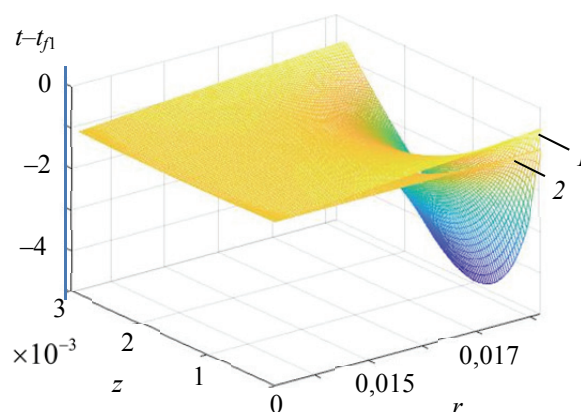


Рис. 2. Распределение температуры в цилиндрическом слое загрязнения: 1 – без учета температурного распределения вдоль ребра; 2 – с учетом температурного распределения вдоль ребра.

Параметры: $\kappa = 100$; $r_0 = 0,013$ м; $r_1 = 0,018$ м; $z_1 = 0,003$ м; $\alpha_2 = 10$ Вт/(м² · К); $\lambda_2 = 0,05$ Вт/(м · К)

Заключение. В работе получено аналитическое решение для задачи теплопроводности в кольцевом слое загрязнения для ребристых труб в случае редкого расположения ребер. Показано, что уменьшение температуры вдоль поверхности ребра от основания к вершине по линейному закону приводит к снижению температуры в слое загрязнения по сравнению с равномерным температурным распределением вдоль ребра. Также определена средняя температура на поверхности загрязнения, позволяющая рассчитывать коэффициент теплопередачи для теплообменников с учетом загрязнения.

Литература

1. Müller-Steinhagen H. Heat Exchanger Fouling. Mitigation and Cleaning Technologies. Essen: PUBLICO Publications, 2000. 382 p.
2. Дифференцированный учет термического сопротивления внешнего загрязнителя оребрения труб шахматных пучков в тепловом расчете воздухоохлаждаемых теплообменников / А. Б. Сухоцкий [и др.] //

XV Минский международный форум по тепло- и массообмену: тез. докл. и сообщ., Минск, 23–26 мая 2016 г.: в 3 т. / ИТМО имени А. В. Лыкова НАН Беларуси. Минск, 2016. Т. 3. С. 424–426.

3. Исследование теплопроводности внешних загрязнителей теплообменных секций аппаратов воздушного охлаждения / В. Б. Кунтыш [и др.] // Химическая техника. 2013. № 11. С. 40–43.

4. Карлович Т. Б. Теплопередача круглых ребристых труб при неравномерном эксплуатационном загрязнении межреберного пространства // Инженерно-физический журнал. 2018. Т. 91, № 5. С. 1278–1286.

5. Дударев В. В., Филатов С. О., Карлович Т. Б. Методика расчета и анализ коэффициента теплопередачи биметаллических ребристых труб аппаратов воздушного охлаждения с неравномерным внешним загрязнением // Энергетика. Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ. 2017. Т. 60, № 3. С. 237–255.

6. Kayansayan N. Thermal characteristics of fin-and-tube heat exchanger // Exp. Therm. Fluid Sci. 1993. Vol. 7. P. 177–188.

7. Hahne E., Zhu D. Natural convection heat transfer on finned tubes in air // Int. J. Heat Mass Transf. 1994. Vol. 37. P. 59–63.

8. Chen H.-T., Hsu W.-L. Estimation of heat transfer coefficient on the fin of annular-finned tube heat exchangers in natural convection for various fin spacing // Int. J. Heat Mass Transf. 2007. Vol. 50. P. 1750–1761.

9. Study on free convection heat transfer in a finned tube array / R. Katsuki [et al.] // Int. J. Air-Condition. Refrig. 2015. Vol. 23. P. 1–9.

10. Unger S., Krepper E., Hampel U. Numerical analysis of heat exchanger designs for passive spent fuel pool cooling to ambient air // Nucl. Eng. Des. 2018. Vol. 333. P. 224–234.

11. Влияние внешнего загрязнения на эффективность теплообменных аппаратов воздушного охлаждения / В. И. Володин [и др.] // XIV Минский международный форум по тепло- и массообмену: тез. докл. и сообщ. Минск, 10–13 сент. 2012 г.: в 3 т. / ИТМО имени А. В. Лыкова НАН Беларуси. Минск, 2012. Т. 3. С. 315–317.

12. Керн Д., Краус А. Развитие поверхности теплообмена. М.: Энергия, 1977. 464 с.

13. Ватсон Г. Н. Теория Бесселевых функций. В 2 ч. Ч. 1. М.: Изд-во ин. лит-ры, 1949. 798 с.

References

1. Müller-Steinhagen H. Heat Exchanger Fouling. Mitigation and Cleaning Technologies. Essen, PUBLICO Publications, 2000. 382 p.

2. Sukhotskii A. B., Kuntyshev V. B., Bessonnyi A. N., Minnigaleev A. Sh., Zhdanovich A. Yu. [Differentiated Account of Thermal Resistance of an External Contaminant of Tube Fins of Staggered Bundles in the Thermal Calculation of Air-Cooled Heat Exchangers]. *XV Minskiy mezhdunarodnyy forum po teplo- i massoobmenu: tezisy dokladov i soobshcheniy* [XV Minsk International Forum on Heat and Mass Transfer: Abstracts of Presentations and Communications]. Minsk, 2016, vol. 3, pp. 424–426 (In Russian).

3. Kuntyshev V. B., Sukhotskii A. B., Filatov S. O., Zhdanovich A. Yu. Investigation of thermal conductivity of external pollutants of heat exchange sections of air-cooling apparatuses. *Khimicheskaya tekhnika* [Chemical Engineering], 2013, no. 11, pp. 40–43 (In Russian).

4. Karlovich T. B. Heat Transfer of round finned tubes at Irregular operational Contamination of intercostal space. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal* [Journal of Engineering Physics and Thermophysics], 2018, vol. 91, no. 5, pp. 1278–1286 (In Russian).

5. Dudarev V. V., Filatov S. O., Karlovich T. B. The Method of Calculation and Analysis of Heat Transfer Coefficient of Bimetallic Finned Tubes of Air Cooling Units with Irregular External Contamination. *Energetika. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy i energeticheskikh ob'edineniy SNG* [Energetika. Proc. CIS Higher Educ. Inst. and Power Eng. Assoc.], 2017, vol. 60, no. 3, pp. 237–255 (In Russian).

6. Kayansayan N. Thermal characteristics of fin-and-tube heat exchanger. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 1993, vol. 7, pp. 177–188.

7. Hahne E., Zhu D. Natural convection heat transfer on finned tubes in air. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 1994, vol. 37, pp. 59–63.

8. Chen H.-T., Hsu W.-L. Estimation of heat transfer coefficient on the fin of annular-finned tube heat exchangers in natural convection for various fin spacing. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2007, vol. 50, pp. 1750–1761.

9. Katsuki R., Shioyama T., Iwaki C., Yanazawa T. Study on free convection heat transfer in a finned tube array. *Int. J. Air-Condition. Refrig.*, 2015, vol. 23, pp. 1–9.

10. Unger S., Krepper E., Hampel U. Numerical analysis of heat exchanger designs for passive spent fuel pool cooling to ambient air. *Nucl. Eng. Des.*, 2018, vol. 333, pp. 224–234.

11. Volodin V. I., Kuntyshev V. B., Petreeva N. G., Bessonnyi A. N., Bessonnyi E. A. [Influence of External Contamination on Efficiency of Air Cooling Units]. *XIV Minskiy mezhdunarodnyy forum po teplo- i massoobmenu: tezisy dokladov i soobshcheniy* [XIV Minsk International Forum on Heat and Mass Transfer: Abstracts of Presentations and Communications]. Minsk, 2012, vol. 3, pp. 315–317 (In Russian).

12. Kern D., Kraus A. *Razvitye poverkhnosti teploobmena* [Extended surface heat transfer]. Moscow, Energiya Publ., 1977. 464 p.

13. Watson G. N. *Teoriya Besselevykh funktsiy* [A treatise on the theory of Bessel functions]. Moscow, Izdatel'stvo inostrannoy literatury Publ., 1949. 798 p.

Информация об авторах

Карлович Татьяна Борисовна – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: tbkar@mail.ru

Сухоцкий Альберт Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: alk2905@mail.ru

Данильчик Екатерина Сергеевна – аспирант кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники. Белорусский государственный технологический университет (220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а, Республика Беларусь). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Information about the authors

Karlovich Tatyana Borisovna – PhD (Physics and Mathematics), Senior Lecturer, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: tbkar@mail.ru

Sukhotskii Albert Borisovich – PhD (Engineering), Assistant Professor, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: alk2905@mail.ru

Danilchik Ekaterina Sergeevna – PhD student, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering. Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova str., 220006, Minsk, Republic of Belarus). E-mail: katya.156.156@gmail.com

Поступила 15.05.2019