

УДК 621.391.26

А. А. Дятко, кандидат технических наук, доцент (БГТУ);
С. М. Костромицкий, доктор технических наук, профессор (КБ «Радар»);
П. Н. Шумский, кандидат технических наук, доцент (КБ «Радар»)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ОТ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрена математическая модель сигнала, отраженного от плоской земной поверхности по главному лепестку диаграммы направленности антенны радиолокационной станции, для случая диффузионной модели рассеяния электромагнитных волн. Модель построена с учетом флуктуаций эффективной площади рассеивания, обусловленных влиянием различных климатических факторов. Получены алгоритмы математического моделирования такого сигнала и определены требования к их параметрам. Разработанные алгоритмы могут быть использованы при проектировании радиолокационных систем различного назначения на этапе имитационного моделирования их работы на ЭВМ.

The mathematical model of the signal reflected from a plane earth surface on a principal lobe of the chart of directivity of the antenna of radar station for a case of diffusion model of dispersion of electromagnetic waves is considered. The model is constructed taking into account fluctuations of the effective area of the dispersion, the various climatic factors caused by influence. Algorithms of mathematical modeling of such signal are received and requirements to their parameters are defined. The developed algorithms can be used at designing of radar-tracking systems of different function at a stage of simulation modeling of their operation on a computer.

Введение. При разработке, испытаниях и эксплуатационном контроле радиолокационных станций (РЛС) традиционно используются натурные испытания. Однако они имеют ряд недостатков: высокую стоимость, сложность получения повторяющихся условий, а также практическую неосуществимость на ранних стадиях разработки. В связи с этим все большее распространение получают полунатурные испытания. В этом случае совокупность сигналов и помех на входе РЛС моделируется с помощью имитаторов. В связи с этим важное значение приобретает разработка алгоритмов для имитационного моделирования на ЭВМ входных сигналов РЛС, соответствующих различным условиям их работы [1, 2].

Данная статья посвящена вопросу разработки математической модели сигнала, отраженного от плоской земной поверхности, и реализации ее в виде программного обеспечения для ЭВМ.

Основная часть. Пусть излучаемый антенной РЛС сигнал имеет вид

$$u(t) = \sqrt{P_0} U(t) e^{j[\omega_0 t + \varphi_0]} = A(t) e^{j[\omega_0 t + \varphi_0]}, \quad (1)$$

где для сигнала в виде последовательности прямоугольных импульсов

$$U(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } (t \bmod T_p) \leq T_i, \\ 0 & \text{при } (t \bmod T_p) > T_i \end{cases} \quad (2)$$

выражение $(t \bmod T_p)$ означает остаток от деления t на T_p , т. е.

$$t \bmod T_p = t - \left[\frac{t}{T_p} \right] T_p, \quad \text{здесь } [\cdot] - \text{целая часть}$$

числа; P_0 – мощность радиопередающего устройства РЛС; $A(t) = \sqrt{P_0} U(t)$; $\omega_0 = 2\pi f_0$; φ_0 – начальная фаза. Для непрерывного режима излучения $U(t) = 1$.

Сигнал, отраженный от некоторого элемента земной поверхности, будет иметь вид

$$s_1(t) = A_1(t - \tau_1) e^{j[\omega_0(t - \tau_1) + \varphi_0 + \varphi_1(t - \tau_1)]}, \quad (3)$$

где $A_1(t)$ – амплитуда отраженного сигнала, а $\varphi_1(t)$ – случайный набег фазы, обусловленный отражением от поверхности;

$$\tau_1 = \frac{R}{c} - \quad (4)$$

задержка распространения сигнала до элемента земной поверхности, где происходит отражение; R – расстояние от антенны РЛС до элемента поверхности; c – скорость света. При этом $s_1(t) = 0$ при $t < \tau_1$.

Перейдем к вычислению амплитуды сигнала, отраженного от земной поверхности. Для этой цели введем некоторые обозначения.

Пусть H_a – высота антенны РЛС, $\Delta\beta$ – ширина основного лепестка диаграммы направленности антенны (ДНА) по азимуту, $\Delta\epsilon$ – ширина основного лепестка ДНА по углу места, ϵ – угол места цели, r_{\min} – минимальная горизонтальная дальность, с которой формируется отраженный от земной поверхности сигнал,

r_{\max} – максимальная горизонтальная дальность, с которой формируется отраженный от земной поверхности сигнал (рисунок).

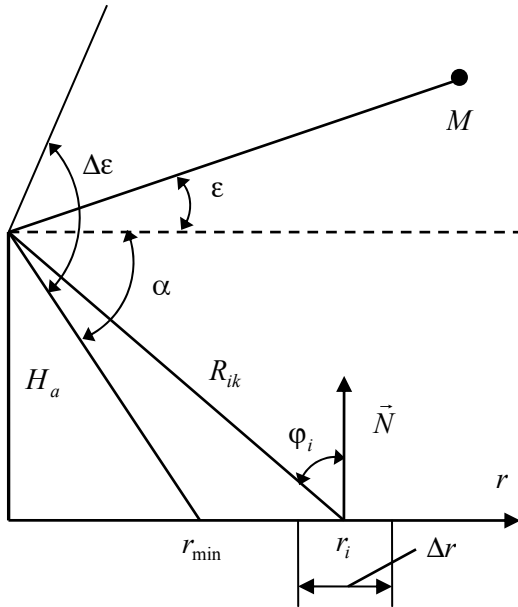


Схема для расчета амплитуды сигнала

Будем полагать, что отраженный от земной поверхности сигнал есть сумма сигналов, отраженных от элементарных участков площадью S_{Δ}^{ik} , $i=1, 2, \dots$, $k=1, 2, \dots$, имеющих протяженность по горизонтальной дальности Δr вдоль азимута β_k (рисунок) и протяженность по азимуту $\Delta\varphi$. В качестве $\Delta\varphi$ можно принять значение $\Delta\varphi = \frac{\Delta\beta}{M}$, где $M=1, 2, 3, \dots$. Длину элементарного интервала по горизонтальной дальности можно определить как $\Delta r = \frac{r_{\max} - r_{\min}}{N}$, где значение N выбирают из тех или иных соображений.

Из рисунка можно получить

$$r_{\min} = \frac{H_a}{\operatorname{tg}\alpha}, \quad (5)$$

где

$$\alpha = \frac{\Delta\epsilon}{2} - \epsilon. \quad (6)$$

Заметим, что, как следует из (6), отражения излученного антенной РЛС сигнала от земной поверхности могут иметь место только при $\alpha > 0$.

Значение r_{\max} определим, воспользовавшись известным выражением [2], которое устанавливает максимальную горизонтальную дальность до радиогоризонта для объекта высотой h :

$$r_{\max} [\text{км}] = 4,12 \left(\sqrt{H_a [\text{м}]} + \sqrt{h [\text{м}]} \right). \quad (7)$$

Будем полагать земную поверхность плоской. Последнее означает, что различные неровности рельефа имеют высоты много меньшие, чем высота антенны РЛС подсвета ($h \ll H_a$).

Поэтому значение максимальной горизонтальной дальности, с которой формируется отраженный от земной поверхности сигнал, найдем как

$$r_{\max} [\text{км}] \approx 4,12 \sqrt{H_a [\text{м}]} \quad (8)$$

Из приведенных рассуждений следует, что отражения сигнала от земной поверхности будут иметь место при выполнении совокупности следующих условий:

$$\alpha > 0, \quad r_{\min} < r_{\max}. \quad (9)$$

Площадь элементарной площадки S_{Δ}^{ik} с учетом того, что обычно $\Delta r \ll r_i$, рассчитывается как

$$\begin{aligned} S_{\Delta}^{ik} &= \int_{r_i}^{r_i + \Delta r} r dr \int_{\beta_k}^{\beta_k + \Delta\varphi} d\beta = \frac{\Delta\varphi}{2} \left[(r_i + \Delta r)^2 - r_i^2 \right] \approx \\ &\approx r_i \Delta r \Delta\varphi, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$r_i = r_{\min} + \frac{\Delta r}{2} + i\Delta r, \quad i=0, 1, \dots, N-1, \quad (11)$$

есть расстояние до центра элементарной площадки (рисунок); $N = \left[\frac{r_{\max} - r_{\min}}{\Delta r} \right]$ – число элементарных интервалов на отрезке $[r_{\min}, r_{\max}]$;

$$\beta_k = \beta_M - \frac{\Delta\beta}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2} + k\Delta\varphi, \quad (12)$$

где $k=0, 1, \dots, M-1$ – положение по азимуту элементарной площадки; β_M – азимут цели.

Как видно из (10), площадь элемента поверхности не зависит от его положения по азимуту.

Вычислим среднюю мощность сигнала, отраженного от элементарной площадки площадью S_{Δ}^{ik} .

Пусть R_{ik} – расстояние от антенны РЛС до выбранного элемента поверхности площадью S_{Δ}^{ik} (рисунок):

$$R_{ik} = \sqrt{(H_a)^2 + r_i^2} = r_i \sqrt{1 + \left(\frac{H_a}{r_i} \right)^2} \approx r_i, \quad (13)$$

поскольку, как правило, $H_a \ll r_i$.

Определим плотность потока мощности электромагнитной волны, падающей на элементарную площадку земной поверхности:

$$\Pi_{\Delta}^{ik} = \frac{P_0}{4\pi R_{ik}^2} G_A, \quad (14)$$

где

$$G_A = \frac{40\,000}{\Delta\beta^{\circ}\Delta\epsilon^{\circ}} - \quad (15)$$

коэффициент усиления антенны РЛС; $\Delta\beta^{\circ}$ и $\Delta\epsilon^{\circ}$ – ширина ДНА РЛС в градусах.

Примем для элементарной площадки диффузионную модель рассеяния падающих электромагнитных волн. Тогда мощность сигнала, отраженного элементарной площадкой поверхности, определяется как [2]

$$\begin{aligned} P_{\Delta}^{ik} &= \Pi_{\Delta}^{ik} \sigma_{0,ik}^{\Delta S} \cos\varphi_{ik} = \frac{P_0}{4\pi R_{ik}^2} G_A \alpha_S^{ik} S_{\Delta}^{ik} \cos\varphi_{ik} = \\ &= \frac{P_0}{4\pi R_{ik}^2} G_A \alpha_S^{ik} S_{\Delta}^{ik} \sin\phi_{ik}, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\sigma_{0,ik}^{\Delta S} = \alpha_S^{ik} S_{\Delta}^{ik} - \quad (17)$$

средняя эффективная площадь рассеяния (ЭПР) элементарной площадки; α_S^{ik} – удельная ЭПР земной поверхности в месте расположения площадки; φ_{ik} – угол между вектором нормали к площадке и направлением на антенну РЛС;

$$\phi_{ik} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{ik}. \quad (18)$$

Из рисунка и (13) можно получить, что

$$\sin\phi_{ik} = \frac{H_a}{R_{ik}} \approx \frac{H_a}{r_i}. \quad (19)$$

Подставляя полученное выражение для $\sin\phi_{ik}$ в (16) и учитывая (10) и (17), получаем

$$P_{\Delta}^{ik} = \frac{P_0 H_a}{4\pi r_i^3} G_A \sigma_{0,ik}^{\Delta S} \approx P_0 \frac{H_a}{4\pi r_i^2} G_A \alpha_S^{ik} \Delta r \Delta\varphi. \quad (20)$$

Эффективная площадь рассеивания участков земной поверхности может претерпевать случайные изменения во времени относительно своего среднего значения. В зависимости от типа земного покрова флуктуации на ЭПР в большей или меньшей степени могут быть обусловлены различными климатическими воздействиями (ветер, атмосферные осадки и др.). Следовательно, выражение (20) для мощности отраженного элементарной площадкой сигнала от земной поверхности необходимо дополнить флуктуационной составляющей.

Будем моделировать поведение ЭПР элементарной площадки медленным случайным процессом:

$$\sigma_{ik}^{\Delta S}(t) = \sigma_{0,ik}^{\Delta S} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t)]. \quad (21)$$

Заметим, что случайные процессы $\xi_{ik}^{\Delta S}$ являются безразмерными и независимыми.

Будем полагать $\xi_{ik}^{\Delta S}$ гауссовыми нормальными стационарными случайными процессами с равными нулю средними значениями, т. е. $m_{\xi}^{ik} = M[\xi_{ik}^{\Delta S}] = 0$ и корреляционной функцией

$$r_{ik}^{\Delta S}(\tau) = d_{ik}^{\Delta S} e^{-\frac{|\tau|}{\tau_{ik}^{\Delta S}}}, \quad (22)$$

где

$$d_{ik}^{\Delta S} = D[\xi_{ik}^{\Delta S}] - \quad (23)$$

дисперсия процесса $\xi_{ik}^{\Delta S}$, а $\tau_{ik}^{\Delta S}$ – его время корреляции.

В работе [1] показано, что для формирования физически правильной модели отраженного сигнала необходимо, чтобы рассматриваемые случайные процессы удовлетворяли приведенным ниже условиям:

$$|\xi_{ik}^{\Delta S}| \leq 1, \quad (24)$$

$$sko_{ik}^{\xi} \leq \frac{1}{3}, \quad (25)$$

где $sko_{ik}^{\xi} = \sqrt{d_{ik}^{\xi}}$ – среднеквадратичное отклонение (СКО) процесса.

С учетом принятой модели флуктуаций ЭПР выражение для мощности сигнала (20), отраженного от ik -й элементарной площадки, примет вид

$$\begin{aligned} P_{\Delta}^{ik}(t) &= \frac{P_0 H_a}{4\pi r_i^3} G_A \sigma_{0,ik}^{\Delta S} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t)] = \\ &= P_{\Delta,ik}^0 [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t)], \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$P_{\Delta,ik}^0 = \frac{P_0 H_a}{4\pi r_i^2} G_A \alpha_S^{ik} \Delta r \Delta\varphi. \quad (27)$$

Амплитуда сигнала, отраженного от элемента поверхности площадью S_{Δ}^{ik} , будет выражаться как

$$A_1^{ik}(t) = U(t) \sqrt{P_{\Delta,ik}^0 [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t)]}. \quad (28)$$

Будем полагать, что флуктуации фазы $\phi_1(t)$ сигнала, отраженного от элементарной площадки, представляют собой независимые стационарные случайные процессы, имеющие равномерное распределение своих значений на отрезке $[0, 2\pi]$ и экспоненциальную корреляционную функцию

$$r_{ik}^{\phi_1}(\tau) = D_{ik}^{\phi_1} e^{-\frac{|\tau|}{\tau_{ik}^{\phi_1}}}, \quad (29)$$

где $D_{ik}^{\phi_1}$ – дисперсия флуктуаций фазы.

Подставляя (28) в формулу (3), можно записать выражение для сигнала, отраженного от одного элемента поверхности:

$$\begin{aligned} s_1^{ik}(t) &= A_1^{ik}(t - \tau_1^{ik}) e^{j[\omega_0(t - \tau_1^{ik}) + \varphi_0 + \phi_1^{ik}(t - \tau_1^{ik})]} = \\ &= U(t - \tau_1^{ik}) \sqrt{P_{\Delta, ik}^0 [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t - \tau_1^{ik})]} \times \\ &\times e^{j[\omega_0(t - \tau_1^{ik}) + \varphi_0 + \phi_1^{ik}(t - \tau_1^{ik})]}, \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\tau_1^{ik} = \frac{R_{ik}}{c} \approx \frac{r_i}{c} = \tau_1^i. \quad (31)$$

Подставляя в (30) выражение (26) для $P_{\Delta, ik}^0$ и учитывая (31), получаем

$$\begin{aligned} s_1^{ik}(t) &= \sqrt{P_0} e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)} \frac{U(t - \tau_1^i)}{2r_i} \times \\ &\times \sqrt{\frac{H_a G_A \alpha_S^{ik} \Delta r \Delta \phi}{\pi} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t - \tau_1^i)]} \times \\ &\times e^{j[-\omega_0 \tau_1^i + \phi_1^{ik}(t - \tau_1^i)]} = \\ &= s_0(t) \frac{U(t - \tau_1^i)}{2r_i} \times \\ &\times \sqrt{\frac{H_a G_A \alpha_S^{ik} \Delta r \Delta \phi}{\pi} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t - \tau_1^i)]} \times \\ &\times e^{j[-\omega_0 \tau_1^i + \phi_1^{ik}(t - \tau_1^i)]}, \end{aligned} \quad (32)$$

где

$$s_0(t) = \sqrt{P_0} e^{j(\omega_0 t + \varphi_0)}. \quad (33)$$

Суммируя сигналы (32) от всех элементарных площадок, получаем выражение для сигнала, отраженного от земной поверхности по главному лепестку диаграммы направленности антенны:

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} s_1^{ik}(t) = \frac{1}{2} s_0(t) \sqrt{\frac{H_a G_A \Delta r \Delta \phi}{\pi}} \times \\ &\times \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} \frac{U(t - \tau_1^i)}{r_i} \sqrt{\alpha_S^{ik} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t - \tau_1^i)]} \times \\ &\times \exp\{j[-\omega_0 \tau_1^i + \phi_1^{ik}(t - \tau_1^i)]\} = \\ &= \frac{1}{2} s_0(t) \sqrt{\frac{H_a G_A \Delta r \Delta \phi}{\pi}} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{U(t - \tau_1^i)}{r_i} e^{-j\omega_0 \tau_1^i} \times \\ &\times \sum_{k=0}^{M-1} \sqrt{\alpha_S^{ik} [1 + \xi_{ik}^{\Delta S}(t - \tau_1^i)]} e^{j\phi_1^{ik}(t - \tau_1^i)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Заключение. Рассмотренная в работе математическая модель радиолокационного сигнала, отраженного от плоской земной поверхности по главному лепестку диаграммы направленности антенны РЛС, позволяет реализовать на ЭВМ имитационное моделирование временных реализаций таких сигналов. Такое моделирование дает возможность, например, оценить качество используемых алгоритмов обработки информации для различных условий работы РЛС.

Предложенная модель позволяет выполнить тестирование работоспособности радиолокационных комплексов различного назначения на ЭВМ уже на этапе их разработки, не прибегая к натурным испытаниям, которые могут потребовать значительных материальных затрат.

Литература

1. Дятко, А. А. Математические модели сигналов, отраженных от объемно-распределенных отражателей / А. А. Дятко, С. М. Костромицкий, П. Н. Шумский // Труды БГТУ. – 2011. – № 6: Физ.-мат. науки и информатика. – С. 97–101.

2. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория / под ред. Я. Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 508 с.

Поступила 02.03.2012