УДК 621.3.07

С.А.МАЙОРОВ, П.П.УРБАНОВИЧ, канд. техн. наук (МРТИ)

ОЦЕНКА ВРЕМЕННЫХ И АППАРАТУРНЫХ ЗАТРАТ ПРИ КОДИРОВАНИИ И ДЕКОДИРОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ В ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВАХ

В современных запоминающих устройствах (ЗУ) широко используются корректирующие коды. Однако применение методов помехоустойчивого кодирования имеет свои недостатки: увеличивается сложность аппаратуры, ухудшается быстродействие систем. На этапе проектирования ЗУ для выбора адекватного способа кодирования необходимо знать, какими аппаратурными и временными затратами окупится тот или иной способ. Этот вопрос в достаточной степени не освещен в литературе.

В ЗУ [1, 2, 3] наиболее широко используются коды Хемминга и их модификации, поэтому вышеуказанную задачу рассмотрим применительно к этим видам кодирования. Как известно [3], коды Хемминга можно задавать с помощью проверочных матриц H_m. Поскольку в ЗУ, как правило, поддерживается байтовая организация информационных слов, рассмотрим вопросы аппаратурной и временной избыточности для кодов с числом информационных разрядов, равным 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.

Каждая единица в матрице при кодировании и декодировании реализуется сумматором по модулю два, поэтому общее число сумматоров (здесь и в дальнейшем по модулю два) определится весом матрицы (числом единиц) без числа строк для блока вычисления синдрома и весом без удвоенного числа строк для кодера. Очевидно, что для больших m в H_m непосредственный подсчет затруднен, поэтому воспользуемся рекуррентными соотношениями для проверочных матриц [3], которые позволяют просто проводить построение матрицы высоких порядков. При таком построении проверочных матриц очевидно следующее правило: число столбцов с весом k в матрице H_{m+1} равно сумме числа столбцов с весом k-1 и числа столбцов с весом k в матрице H_m; число столбцов с весом m равно единице, а число столбцов с единичным весом равно m. С помощью этого правила можно определить количество столбцов с заданным весом для любой матрицы и затем найти вес соответствующей матрицы. Например, для кода (31, 26) число столбцов с весом, равным 1, 2, 3, 4, 5, соответственно равно 5, 10, 10, 5, 1. Коды для байтовой организации получаются удалением столбцов, соответствующих информационным разрядам, при этом удаляются столбцы, содержащие наибольшее число единиц.

Коды Хемминга с кодовым расстоянием d = 3 можно удлинить общей проверкой на четность, при этом d = 4. Подобную операцию можно провести по следующему правилу [4]: код Хемминга с d = 4 получается из кода с d = = 3 путем прибавления столбца из нулей и строки из элементов, равных единице, если вес столбца над ним четный, и равных нулю, если нечетный. Для определения числа столбцов с заданным весом в кодах Хемминга с $d = 4$ воспользуемся очевидным следствием из вышеприведенного правила: если было n столбцов с четным весом, их останется столько же, но с весом на единицу большим; если было k столбцов с нечетным весом, их столько же и останется с тем же весом. Применяя это следствие, можно получить распределение числа столбцов для кодов Хемминга с $d = 4$. Можно показать, что веса для матриц, полученные вышеприведенными способами для кодов с $d = 3$ и с $d = 4$, являются минимальными из возможных. Таким образом, для кодирования информации необходимое число сумматоров кодера

$$N^{\text{к}}_{=1} = \omega_H - 2m, \qquad (1)$$

где ω_H — вес соответствующей матрицы Хемминга; m — число проверочных разрядов или число строк в H_m.

Выражение (1) определяет объем оборудования кодера для неминимизированных схем. Поскольку минимизация приводит к размножению ошибок и на практике обычно не применяется [1], ограничимся неминимизированным вариантом.

Перейдем к декодированию. Этот этап состоит из следующих операций: вычисления синдрома; дешифрации синдрома, которая определит, в каком разряде произошла ошибка; коррекции искаженного символа.

Число сумматоров в блоке вычисления синдрома

$$N^{s}_{=1} = \omega_H - m, \qquad (2)$$

где ω_H — вес соответствующей матрицы; m — число строк в матрице (число проверочных разрядов).

Перейдем к реализации дешифратора. Применим правила де-Моргана, тогда для двухвходового дешифратора имеем (при входных воздействиях X_1 и X_2) отклик Y:

$Y_1 = \bar{X}_1\bar{X}_2 = \overline{X_1 \vee X_2}$ — соответствует одному элементу ИЛИ-НЕ;

$Y_2 = \bar{\bar{X}}_1\bar{X}_2 = \overline{\bar{X}_1 \vee X_2}$ — один инвертор и элемент ИЛИ-НЕ;

$Y_3 = \bar{X}_1\bar{\bar{X}}_2 = \overline{X_1 \vee \bar{X}_2}$ — один инвертор и элемент ИЛИ-НЕ;

$Y_4 = X_1X_2 = \bar{\bar{X}}_1\bar{\bar{X}}_2 = \overline{\bar{X}_1 \vee \bar{X}_2}$ — два инвертора и элемент ИЛИ-НЕ.

Подобное построение дешифраторов можно провести и для любого числа входов. Тогда с учетом того, что единицы в матрице повторяются в некоторых позициях, необходимое оборудование для дешифратора можно определить следующим образом:

Таблица 1

Объем избыточного оборудования					Глубина	
Код	С	НЕ	ИЛИ	ИЛИ-НЕ	кодера	декодера и корректора
			$d = 3$			
7,4	22	3	7	7	3(G)	1(НЕ+1($\overline{\text{ИЛИ}}$)+1(G)
12,8	44	4	24	12	4(G)	g_{H_3}+1(ИЛИ)+1(G)
21,16	92	5	63	21	7(G)	g_{H_4}+1(ИЛИ)+3(G)
38,32	194	6	152	38	11(G)	g_{H_5}+1(ИЛИ)+4(G)
71,64	492	7	355	71	22(G)	g_{H_6}+1(ИЛИ)+11(G)
136,128	928	8	792	136	49(G)	g_{H_7}+1(ИЛИ)+27(G)
265,256	2013	9	1792	265	97(G)	g_{H_8}+1(ИЛИ)+48(G)
522,512	4413	10	4176	522	197(G)	g_{H_9}+1(ИЛИ)+100(G)
1033,1024	9636	11	9297	1033	391(G)	$g_{H_{10}}$+1(ИЛИ)+194(G)
			$d = 4$			
8,4	28	4	16	8	2(G)	1(НЕ)+2(ИЛИ)+ +1(ИЛИ)+1(G)
13,8	56	5	39	13	4(G)	g_{H_4}+1(ИЛИ)+2(G)
22,16	112	6	88	22	7(G)	g_{H_5}+1(ИЛИ)+3(G)
39,32	224	7	195	39	12(G)	g_{H_6}+1(ИЛИ)+6(G)
72,64	480	8	432	72	26(G)	g_{H_7}+1(ИЛИ)+13(G)
137,128	1172	9	959	137	52(G)	g_{H_8}+1(ИЛИ)+26(G)
266,256	2336	10	2129	266	103(G)	g_{H_9}+1(ИЛИ)+51(G)
523,512	4972	11	4707	523	202(G)	$g_{H_{10}}$+1(ИЛИ)+99(G)
1036,1024	10432	12	10340	1036	391(G)	$g_{H_{11}}$+1(ИЛИ)+189(G)

$$N^{\text{д}}_{\text{НЕ}} = m, \quad N^{\text{д}}_{\text{ИЛИ-НЕ}} = n, \quad N^{\text{д}}_{\text{ИЛИ}} = n(m-2), \tag{3}$$

где $N^{\text{д}}_{\text{НЕ}}$, $N^{\text{д}}_{\text{ИЛИ-НЕ}}$, $N^{\text{д}}_{\text{ИЛИ}}$ — соответственно число инверторов, двухвходовых элементов ИЛИ-НЕ и элементов ИЛИ; m — число строк в матрице; n — общее число столбцов в матрице: $n = k + m$.

Блок коррекции должен выполнять инвертирование разряда слова в соответствии с вычисленным синдромом, если произошла ошибка. Поэтому его можно реализовать на $N^{\text{к}_\text{р}}_{=1} = n$ двухвходовых сумматорах ($\text{к}_\text{р}$ обозначает отношение числа N_1 к блоку инвертирования разряда).

Перейдем к оценке временных затрат. Для этого необходимо определить глубину выполнения дешифрации, коррекции, вычисления синдрома, кодирования. Под глубиной понимается число логических элементов, через которые должен пройти сигнал (в наихудшем случае) для получения необходимого отклика на выходе схемы. Глубина коррекции, очевидно, равна одному сумматору $g_{к_р} = 1_{(=1)}$. Глубина дешифратора

$$g_д = 1(\text{ИЛИ-НЕ}) + 1(\text{НЕ}) + (m - 2)(\text{ИЛИ}) \tag{4}$$

(подобная запись означает: 1 элемент ИЛИ-НЕ плюс 1 элемент НЕ и т.д.). Глубину блока вычисления синдрома можно определить по максимальному числу единиц в матрице:

$$g_с = \omega_{R_{max}} - 1, \tag{5}$$

где $\omega_{R_{max}}$ — максимальный вес строки матрицы.

Величина $\omega_{R_{max}}$ определяется следующим образом. Поскольку в матрице линейные комбинации строк не изменяют свойств кода, а операции производятся по модулю два (операции неравнозначности), максимальное число единиц в любой из строк

$$\omega_{R_{max}} = \rceil \frac{\omega_H}{m} \ulcorner, \tag{6}$$

где ω_H — вес матрицы; $\rceil \cdots \ulcorner$ — ближайшее большее целое.

Тогда

$$g_с = (\rceil \frac{\omega_H}{r} \ulcorner - 1)(=1). \tag{7}$$

Используя (1)—(7), можно получить аппаратурные и временные затраты для кодов Хемминга с $d = 3$ и $d = 4$. Результаты расчетов сведены в табл. 1 для кодов n, k (символ «С» соответствует сумматору по модулю два). В графах 6 и 7 параметр $g_{H_{m-1}}$ для предыдущего кода учитывается в каждом последующем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горшков В.Н.* Надежность оперативных запоминающих устройств ЭВМ. — Л.: Энергоатомиздат, 1987. — 168 с. 2. *Fuja T., Meegard C., Goodman R.* Linear sum codes for random access memories//IEEE Transaction on computers. — 1988.— N.9. —P.1030—1041. 3. *Конопелько В.К., Лосев В.В.* Надежное хранение информации в полупроводниковых запоминающих устройствах. — М.: Радио и связь, 1986. — 240 с. 4. *Огнев И.В., Сарычев К.Ф.* Надежность запоминающих устройств. — М.: Радио и связь, 1988. — 224 с.