УДК 339.1

М.Л. Лапшина
Воронежский Государственный
Лесотехнический Университет им. Г.Ф. Морозова
Т.В. Зайцева, Д.Д. Лапшин
Государственный университет морского
и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Воронежский филиал

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЦИВИЛИЗОВАННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

Рассмотрим возможность применения математического обоснования к вопросу отыскания необходимых условий существования цивилизованной конкуренции. Найдем такую комбинацию $\Phi_1^*,\ldots,\Phi_N^*$ $(\Phi_1^*>0,\ldots,\Phi_N^*>0)$, при которой производные $\frac{d\Phi_i(t)}{dt}(i=\overline{1,N})$ обращаются в нуль. Координаты стационарного состояния являются решением системы алгебраических уравнений:

$$\sum_{j=1}^{N}\alpha_{ij}\Phi_j = Z_i (i=\overline{1,N}) \qquad (1)$$

Эта система разрешима, если ее определитель $\Delta\neq 0$, и она имеет единственное нетривиальное решение, такое что

$$\Phi_1^* = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_N & \alpha_{N2} & \ldots & \alpha_{NN} \end{vmatrix}}{\Delta},\ldots,\Phi_N^* = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \ldots & \alpha_{1N-1} & Z_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{N1} & \ldots & \alpha_{N-1N-1} & Z_N \end{vmatrix}}{\Delta}$$

Отсюда следует, что необходимым и достаточным условием существования равновесного состояния строгой конкуренции N предприятий является истинность:

$$(\Delta\neq 0)\wedge\left[\forall_{i=\overline{1,N}}(sign\Delta_i = sign\Delta)\right]\wedge\left[\forall_{i=\overline{1,N}}(\Delta_i\neq 0)\right],\ldots \qquad (2)$$

где функция sign(·) читается как «знак (·)».

В том случае, когда определитель равен нулю $(\Delta = 0)$, а

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} Z_1 & \alpha_{12} & \ldots & \alpha_{1N} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ Z_N & \alpha_{N2} & \ldots & \alpha_{NN} \end{vmatrix},\ldots,\Delta_N = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \ldots & \alpha_{1N-1} & Z_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{N1} & \ldots & \alpha_{N-1N-1} & Z_N \end{vmatrix}$$

не равны нулю, она не имеет решения. Это означает, что нормальные векторы плоскостей, описываемые (1), компланарны. С экономической точки зрения такое состояние характеризуется тем, что конкурентный процесс либо постоянно находится в переходном режиме, либо его равновесная точка существует *de facto*. Очевидно, что в этом случае для выявления условий приведения конкуренции в равновесное состояние, необходимо либо накладывать дополнительные ограничения на переменные Φ_i, либо учитывать дополнительные связи между ними [1]. Сделаем вывод о том, что, если в конкурентном рыночном сообществе, динамика которого описывается соответствующей системой уравнений, существует стационарное состояние со всеми положительными координатами, то оно единственно. При этом, возникает вопрос о его локальной устойчивости, здесь под «небольшим» отклонением понимается отклонение величин Φ_i не более чем на 15–20% от своего номинального значения $\Phi_i{}^*$. Условия локальной устойчивости положительного стационарного состояния $(\Phi_1{}^*,\ldots,\ \Phi_N{}^*)$ системы выражается через ее параметры так:

$$\left(\sum_{i=1}^{N}\Phi_i^*\frac{\lambda_i}{Z_i}\alpha_{ii}\right)>\left(\prod_{i=1}^{N}\Phi_i^*\frac{\lambda_i}{Z_i}\right)\Delta. \tag{3}$$

где Δ – как и ранее, определитель системы уравнений (1). Так, например, в случае трехкомпонентного конкурирующего рынка выражение (3) принимает вид:

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3>\alpha_1\times\alpha_2\times a_3, \tag{4}$$

где

$$\alpha_1=\Phi_1^*\frac{\lambda_1}{Z_1}\alpha_{11}+\Phi_2^*\frac{\lambda_2}{Z_2}\alpha_{22}+\Phi_3^*\frac{\lambda_3}{Z_3}\alpha_{33};$$

$$\alpha_2=\Phi_1^*\Phi_2^*\frac{\lambda_1\lambda_2}{Z_1Z_2}\begin{vmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22}\end{vmatrix}+\Phi_1^*\Phi_3^*\frac{\lambda_1\lambda_3}{Z_1Z_3}\begin{vmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{13}\\ \alpha_{31} & \alpha_{33}\end{vmatrix}+\Phi_2\Phi_3^*\frac{\lambda_2\lambda_3}{Z_2Z_3}\begin{vmatrix}\alpha_{22} & \alpha_{23}\\ \alpha_{32} & \alpha_{33}\end{vmatrix};$$

$$\alpha_3=\mathit{\Phi}_1^*\mathit{\Phi}_2^*\mathit{\Phi}_3^*\frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{Z_1Z_2Z_3}\begin{vmatrix}\alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13}\\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23}\\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33}\end{vmatrix}.$$

Наблюдаемой особенностью динамики рынка с чисто конкурентными отношениями между его субъектами является то, что при определенных значениях параметров он может входить в циклический колебательный режим, что формально выражается в том, что частные производные $\dfrac{\partial \Phi_i(t)}{\partial \Phi_j(t)}$ и $\dfrac{\partial \Phi_j(t)}{\partial \Phi_i(t)}$ меняют свой знак с «+» на «–» и, наоборот. Докажем это положение.

Пусть $N=3$, $\lambda_i = Z_i = 1$, а $\left\|\alpha_{ij}\right\| = \begin{pmatrix} 1\,b\,a \\ a\,1\,b \\ b\,a\,1 \end{pmatrix}$, где коэффициенты a и b – произвольные числа, удовлетворяющие ограничениям $\alpha \geq 0, b \geq 1$. Заметим, что если $a+b<2$, то колебания процесса не обнаруживаются и конкуренция имеет стационарную точку с координатами $\Phi_1^* = \Phi_2^* = \Phi_3^* = \dfrac{1}{1+a+b}$. При $a+b=2$ динамика переменных $\Phi_i(t)$ обнаруживает колебания постоянной амплитуды и все увеличивающегося периода, возрастающего примерно пропорционально логарифму времени. В этом случае траектория движения конкурентного процесса с течением времени выходит на плоскость $\{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 1\}$ и вращается в этой плоскости по замкнутым концентрическим кривым, расположенным вокруг стационарной точки. При $a+b>2$ траектории процесса также приближаются к плоскости $\{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 1\}$, проводя все больше времени в окрестностях точек (1,0,0), (0,1,0) и (0,0,1). Следуя [2], общее математическое описание динамики экономической системы с конкурентными отношениями между N его субъектами можно дать системой дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d\Phi_1}{dt} = \Phi_1 \times r_1(\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_N); \\ &... \\ &\frac{d\Phi_N}{dt} = \Phi_N \times r_N(\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_N), \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

где функции $r_i(\Phi_1, \ldots, \Phi_N)$ выражают нелинейную зависимость изменения эффективности одного субъекта системы от изменения эффективности другого $(i = 1, \ldots, N)$. Зависимость Φ_i от Φ_j, соответствующая условию $d\Phi_i / dt = 0$, выражается неявной функцией $r_i(\Phi_1, \ldots, \Phi_{2N}) = 0$. Обозначим соответствующие им явные зависимости через

$$\Phi_1 = f_1(\Phi_1, ..., \Phi_N)\left(\text{для} \frac{d\Phi_1}{dt} = 0\right);$$

$$\ldots;$$

$$\Phi_N = f_2(\Phi_1,...,\Phi_N)\left(\text{для}\,\frac{d\Phi_N}{dt}=0\right).$$

Тогда, выбирая $r_i(\Phi_1,...,\Phi_{2N}) = \alpha_i^0 - \sum_{i=1}^{N}\beta_i\Phi_i - \prod_{i=1}^{N}\delta_i\Phi_i$, где $\alpha_i, \beta_i, \delta_i$ – экспертные коэффициенты, из неявных зависимостей Φ_i от Φ_j получаем явную зависимость

$$\Phi_i = f_i(\Phi_j) = \frac{\alpha_i^0 - \sum_{j=1}^{N}\beta_i\Phi_j}{\prod_{j=1}^{N}\delta_i\Phi_j}.$$

Пусть рассматриваемая система уравнений (5) имеет единственное положительное решение $(\Phi_1^*,...,\Phi_N^*)$, соответствующее точке пересечения графиков функций $\Phi_2 = f_1(\Phi_1.....)\ldots\Phi_N = f_N(\Phi_1\ldots)$. Тогда для устойчивого конкурентного равновесия необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство: $\prod_{i=1}^{N}\frac{\partial r_i}{\partial\Phi_i} > \prod_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{N}\frac{\partial r_i}{\partial\Phi_j}$, или в других обозначениях:

$$\prod_{i=1}^{N}\alpha_{ii} > \prod_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{N}\alpha_{ij}, \qquad (6)$$

где $\alpha_{ij} > 0$ – коэффициенты конкурентоспособности, $\alpha_{ii} > 0$ – коэффициенты конкурентного самоограничения, устанавливаемые в результате компромиссных решений, достигнутых на переговорах. Экономический смысл неравенства (6) заключается в том, что для обеспечения динамической устойчивости системы с конкурентными отношениями между её субъектами необходимо и достаточно, чтобы совместное конкурентное самоограничение было бы более сильным, чем стремление к взаимному вытеснению.

Список использованных источников

1. Лесных В.В. Экологическое страхование в газовой промышленности: информационные, методические и модельные аспекты / В.В. Лесных, Е.Ю. Шангареева, Е.П. Владимирова – М.: Наука, 1996. – 138 с.
2. Литвак Б.Г. Экспертная информация: методы получения и анализа / Б.Г. Литвак – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.