

характер и содержание контактов с клиентами, представляются новым конкурентоспособным ресурсом, революционно обновляющим взгляд компании на управление потребителем. В целом, это повышает конкурентные преимущества компании и обеспечивает ей устойчивое положение на рынке.

#### **Список использованных источников**

1. Понукалин И. А. Влияние новых цифровых технологий на поведение потребителей торгово-развлекательных центров: социологический анализ // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Социология. Политология. 2018. Т. 18, вып.1. С. 47–50.

2. Основные направления развития финансовых технологий на период 2018-2020 гг. [Электронный ресурс]. – URL: [https://www.cbr.ru/statichtml/file/36231/on\\_fintex\\_2017.pdf](https://www.cbr.ru/statichtml/file/36231/on_fintex_2017.pdf) (дата обращения 01.12.2019).

3. Лазарева Е.Н., Сергеева О.Е. Цифровые технологии: новые требования управления компаниями// Сборник научных трудов научно-педагогических работников факультета экономики и финансов СЗИУ РАНХиГС «Управление развитием цифровой экономики», 2018. С. 21–29.

4. Сергеева О.Е., Лазарева Е.Н. Бренд региона: маркетинговые факторы формирования привлекательного образа// *Juvenis scientia*, № 11. С. 9–12.

5. Цифровая Россия: новая реальность. Электронный ресурс: URL: <https://www.mckinsey.com/~media/McKinsey/Locations/Europe%20and%20Middle%20East/Russia/Our%20Insights/Digital%20Russia/Digital-Russia-report.ashx> (дата обращения 01.12.2019)

УДК 519.53:332.02

**М.Л. Лапшина**

Воронежский Государственный  
Лесотехнический Университет им. Г.Ф. Морозова

**Д.Д. Лапшин, Т.В. Зайцева**

Государственный университет морского  
и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Воронежский филиал

#### **АДАПТАЦИЯ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ К ВОПРОСУ СОГЛАСОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ**

Задачу согласования отраслевых оптимальных планов на народно-хозяйственном уровне можно рассматривать как одну из частных постановок общей задачи о соотношении локальных и глобальных

интересов, которая поставлена в [1] и изучалась уже в первых экономико-математических исследованиях, проводившихся как в нашей стране, так и за рубежом. Оптимальный план глобальной задачи строится на основе вариантных расчетов [2] оптимальных планов некоторых совокупностей локальных объектов. Сформулируем математическую постановку задачи. Существование вектора  $p$ , удовлетворяющего условиям достаточно для оптимальности вектора  $z$  в задаче

$$\forall z : u(z) \leq u(\underline{z}) + p(z - \underline{z}) \quad (1)$$

$$p(\underline{z} - z) \geq 0 \quad \forall z \in Z, \quad (2)$$

достаточно для оптимальности вектора  $\underline{z}$  в задаче

$$\max \{u(z) \mid z \in Z\}, \quad (3)$$

но (1), (2) будут и необходимы [2], если функция  $u$  собственная и вогнутая, а множество  $Z$  выпуклое. Чтобы наделить модель (3) отраслевой структурой, предположим, что множество  $Z$  связано линейным преобразованием специального вида

$$z = (\xi - A)x \quad (4)$$

с некоторым другим множеством  $X$ , которое удобно определить через его элементы – векторы  $x \in X$  – неравенствами

$$F(x) \leq M, \quad x \geq 0, \quad (5)$$

где вектор  $M > 0$  и фиксирован; компоненты  $f_j, j \in J$ , векторной функции  $F$  – калибровочные функции некоторых выпуклых фигур  $X_j$ ; матрица  $\xi$  – псевдоединичная. В дальнейшем задачу (3)–(5) назовем глобальной. Задачу с линейным критерием

$$\min cx, \quad (6)$$

в ограничения которой, кроме условий (5), входят равенства

$$\xi x = b, \quad (7)$$

при некотором  $b \geq 0$ , а вектор  $c$ , входящий в (6), связан с матрицей  $A$  линейным соотношением  $c = qA$  (8)

помощью некоторого другого вектора  $q$ , будем называть локальной. Компонентами векторов  $b$  и  $q$  устанавливаются значения параметров, от выбора которых зависит оптимальное решение локальной задачи  $x$ . Если условия (5) и (7) совместны, то оно существует при любом выборе  $q$  и для него выполняются условия:

$$\xi x = b, \quad (9)$$

$$F(\underline{x}) \leq M, \quad r \geq 0, \quad rF(\underline{x}) = rM, \quad (10)$$

$$\underline{x} \geq 0, \quad w\xi \leq c + r\Phi(\underline{x})\underline{x}, \quad (11)$$

$$\Phi(\underline{x})\underline{x} \leq F(x) \quad \forall x, \quad r\Phi(\underline{x})\underline{x} = rF(\underline{x}), \quad (12)$$

причем элементы матрицы  $\Phi(\underline{x})$  вычисляются вместе с  $\underline{x}$ . Теперь можно сформулировать как использовать тройки  $\underline{x}, w, z$ , которые могут быть получены из (8)-(12) при различных значениях  $q$  и  $b$ , для построения пары  $z, p$ , удовлетворяющей (1) и (2). В общей форме линейная модель описывается условиями

$$z = \hat{G}\lambda, \quad \lambda \geq 0 \quad (13)$$

с нормативной матрицей  $\hat{G}$  и вектором технологических переменных  $\lambda$  в проекты  $\{i \mid z_i > 0\}$ , которые затем могут использоваться за рамками производственной системы), фактически же это преобразование осуществляется какими-то предприятиями  $j \in J$ , выполнявшими заказы на производство продуктов в рамках их технологической специализации  $i \in I_j$ . Если в  $I_j$  включены все наименования продукции, которые предприятие могло бы производить, то  $I_+ = \cup I_j$  будет множеством всей продукции. Соответствие продукция-предприятие отображается матрицей  $\xi$ , которая строится следующим образом: в заголовках ее столбцов перечисляются пары  $(i, j) \forall j \in J, i \in I_j$ , а в заголовках строк – имена всех продуктов из  $I_+$ , затем в строке  $i$  каждого столбца  $(i, j)$  ставится единица, остальные же его элементы приравниваются нулю. Весь набор заказов представляется компонентами  $x_{ij}$  вектора  $x$ , вектором  $\xi x$  определяются общие объемы заказа по всем продуктам, а вектором  $b$  в (7) – объявленные потребности в продукции. Предположим, что при выполнении заказа  $x_{ij}$  предприятие использует конкретный технологический процесс с нормативами выхода и затрат участвующих в нем продукции и ресурсов, определенными некоторым столбцом  $g^s$  матрицы  $\hat{G}$ . Соответственно  $g_{is} > 0$ , хотя одновременно в нем могут производиться и другие продукты. Полагая  $\underline{g}^s = g^s / g_{is}$ , можно определить перенормированный процесс, интенсивность использования которого будет измеряться уже величиной  $x_{ij}$ , а столбец  $\underline{g}^s$  под именем

$(i, j)$  – включить в новую матрицу  $G$ , преобразуя равенства из (13) к виду  $z = Gx$ . К матрице  $\xi$  добавляются нулевые строки и, полагая  $A = \xi - G$ , приходим к (4). Назовем систему открытой, если

$$I_- \neq \emptyset \quad \forall (i, j) \exists s \in I_- : g^{ij} < 0, \quad (14)$$

и закрытой, когда  $I_- = \emptyset$ . Таким образом, открытая система не может функционировать без притока внешних ресурсов, а в закрытой все их виды производятся внутри самой системы. Условие (2) для него сохраняется, а (1) распадается на два соотношения

$$\forall z : u(z) \leq u(\underline{z}) + \omega(z - \underline{z}), \quad (15)$$

$$\underline{z} \geq 0, \quad \omega \leq p, \quad \omega \underline{z} = p \underline{z}. \quad (16)$$

Экономический смысл вектора  $\omega$  сформулируем в следующем утверждении. Если  $\underline{z}, p \geq 0$ , то совокупный конечный продукт  $p, \underline{z} > 0$  тогда и только тогда, когда  $\exists i \in I_+ : \omega_i \underline{z}_i > 0$ . Но тогда из дополняющей нежесткости в (16) вытекает, что  $\omega_i > 0$ . Если же  $\exists i \in I_+ : \omega_i \underline{z}_i > 0$ , то  $p_i > 0$ . Неравенство  $p \geq 0$  выполняется автоматически, если вместо (4) к (15) и (16) добавить условия:

$$\underline{z} \leq (\xi - A)\underline{x}, \quad p \geq 0, \quad p \underline{z} = p(\xi - A)\underline{x}, \quad (17)$$

первым из которых допускается образование нераспределенных остатков в векторе конечной продукции. Множество допустимых решений глобальной задачи в этом случае преобразовывается к виду  $Y = \{z \mid 0 \leq z \leq (\xi - A)x, x \in X\}$  и для внутреннего решения ослабление требований точного баланса кажется вполне естественным. Систему балансовых соотношений (4) (или (17)) назовем леонтьевской, если матрица  $A \geq 0$ . В леонтьевской модели  $\xi x$  совпадает с вектором валовых объемов производства  $Ax \geq 0$  и компонентами этого вектора устанавливаются объемы производственных затрат, а выпуски предприятий определены векторами  $x^j$  с ненулевыми компонентами на множествах  $I_j$ . Если к тому же компонентами  $M_j$  измеряются мощности предприятий, то система неравенств в (5) распадается, принимая вид

$$f_j(x^j) \leq M_j, \quad x^j \geq 0, \quad j \in J, \quad (18)$$

а в матрице  $\Phi(x)$  отличными от нуля могут быть лишь те из элементов  $\phi_s^{ij}$ , для которых  $s=i$ , а  $i \in I_j$ . В условиях (10) – (12) остаются (10) и (12), а (11) нужно заменить такими соотношениями

$$\underline{x} \geq 0, \quad p \xi \leq pA + r\Phi(\underline{x}), \quad p(\xi - A)\underline{x} = r\Phi(\underline{x})\underline{x}. \quad (19)$$

Из сопоставления их с (8) и (11) видно, что в локальной задаче вместо одной системы цен  $p$  как то бы используются два их набора:  $w$  и  $q$ . Рассмотрим вспомогательную задачу

$$\max \{q(\xi - A)x \mid \xi x = b, x \in X\}, \quad (20)$$

ограничения, которой совпадают с ограничениями локальной задачи, Если функционал локальной задачи формируется в (8) для некоторых цен  $q$ , то для любой системы оценок продукции  $w$ , сформировавшихся в оптимальном решении, равенства  $w_i = q_i$  выполняются для тех ограничений, входящих в (7), которые оказываются несущественными в (20). Условия оптимальности вектора  $x$  в (20) можно получить, меняя обозначение для вектора оценок в (9). Тогда условия (9), (10) и (12) сохраняются, а в (11) вместо  $w$  входит разность  $q - s$ . Поскольку множество оптимальных решений при этом не изменилось, то  $w = q - s$ , т.е.  $g_i = w_i$ , если  $s_i = 0$ . Таким образом, новая система оценок продукции  $w$ , отличная от  $q$ , порождается фактом оптимизации решения локальной задачи, а из (8)–(12) получаем

$$wb - qAx = rM. \quad (21)$$

С экономической точки зрения различие между ценами  $w_i$  и  $q_i$  возникающее в локальной модели, означает, что прямые связи между потребителями и поставщиками в форме купли-продажи продукта становятся невозможными. В леонтьевской модели и при условиях (18) правило формирования цены принимает вид

$$\omega_i = \sum_{s=i} q_s a_{sij} + r_j \phi_{ij}, \quad (22)$$

причем, если допускается образование нераспределенных остатков, то можно ограничиться значениями  $q \geq 0$ . В этом случае подсчитанные в ценах  $q$  коэффициенты материальных затрат  $c_{ij} > 0$ . Когда расчет цен выполнен всеми предприятиями, то цены  $p$ , с помощью которых в глобальной модели подсчитывались величины  $c_{ij}$ , не изменяются, т.е. они устойчивы относительно этой операции, а цены  $w$  по каким-то или даже всем компонентам отличны от  $q$ , т.е. цены  $q$  могут оказаться неустойчивыми.

### Список использованных источников

1. Клейнер Г.Б. Оценка параметров имитационных экономико-статистических моделей с учетом априорной качественной информации / Г.Б. Клейнер, Н.Л. Николаева // Экономика и мат. методы. – Т. XXII. – Вып. 4. – 2016. – С. 97–112.
2. Дружинин А.И. Управление финансовой устойчивостью / А.И. Дружинин, О.Н. Дунаев. – Екатеринбург: ИПК УГТУ, 2008. – 74 с.