чего тщательно исследуется обнаруженный фазовый переход путем термоциклирования. С этой целью нижняя граница поддерживается постоянной, а каждый последующий термоцикл отличался от предыдущего тем, что выключение печи производится на определенное время позже, чем в предыдущем термоцикле. Это приводит к повышению либо понижению верхней границы температуры от цикла к циклу на 1-2°.

Такой способ термографирования вблизи температур фазового превращения позволяет обнаруживать эндо- и экзотермические эффекты, вычислять параметры фазовых превращений и т. д.

Учитывая тепловую инерцию печи относительно исследуемого тела, такое прощупывание имеет как бы вид "запуска" порций энергии по баллистической траектории, что приводит к минимизации температурных градиентов между печью и образцом.

При пересечении кривых нагревания (охлаждения) печи и тела температурные градиенты практически сводятся к нулю. В этом принципиальное отличие БТА от других методов.

Методом БТА определяются следующие экспериментальные параметры: скорости нагрева, скорость охлаждения, время и скорость плавления, инкубационный период, степень переохлаждения, время и скорость кристаллизации, время полного затвердевания, теплота плавления и кристаллизации и др., которые рассчитываются по термограммам.

Измеряемые эмпирические характеристики используется для расчета разных термодинамических и кинетических параметров фазовых превращений.

Метод БТА апробирован при изучении процессов плавления и кристаллизации висмута, олова и свинца.

УДК 004.421

А. Абдуллаев, проф. (Ферганский филиал ТУИТ);
Ш. Жураев, ассист. (Андижан машинастроителний институт)

ПРИМИНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ОБОЗНАЧЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РАБОТЫ АЛГОРИТМА

В практике широко используются различные способы оценки работы алгоритма. Анализируя алгоритм, можно стараться найти точное количество выполняемых им действий. Но в большинстве случаев достаточно оценить асимптотику роста времени работы алгоритма при стремлении размера входа к бесконечности (asymptoticefficiency).

Если у одного алгоритма асимптотика роста меньше, чем у другого, то в большинстве случаев он будет эффективнее для всех входов, кроме совсем коротких[1,2]. Для оценки работа алгоритма, в практике широко используются асимптотические обозначения.

Одним из асимптотических обозначений является Θ-обозначение**.**

Например, что время $T(n)$ работы алгоритма сортировки вставками на входах длины n есть $\Theta(n^2)$. Точный смысл этого утверждения такой: найдутся такие константы c_1, $c_2 > 0$ и такое число n_0, что $c_1n^2 \leq T(n) \leq c_2n^2$ при всех $n \geq n_0$. Вообще, если g(n) — некоторая функция, то запись $f(n) = \Theta(g(n))$ означает, что найдутся такие c_1, $c_2 > 0$ и такое n_0, что $0 \leq c_1g(n) \leq f(n) \leq c_2g(n)$ для всех $n \leq n_0$ (рисунок 1а). (Запись $f(n) = \Theta(g(n))$ читается так: «эф от эн есть тэта от же от эн».)

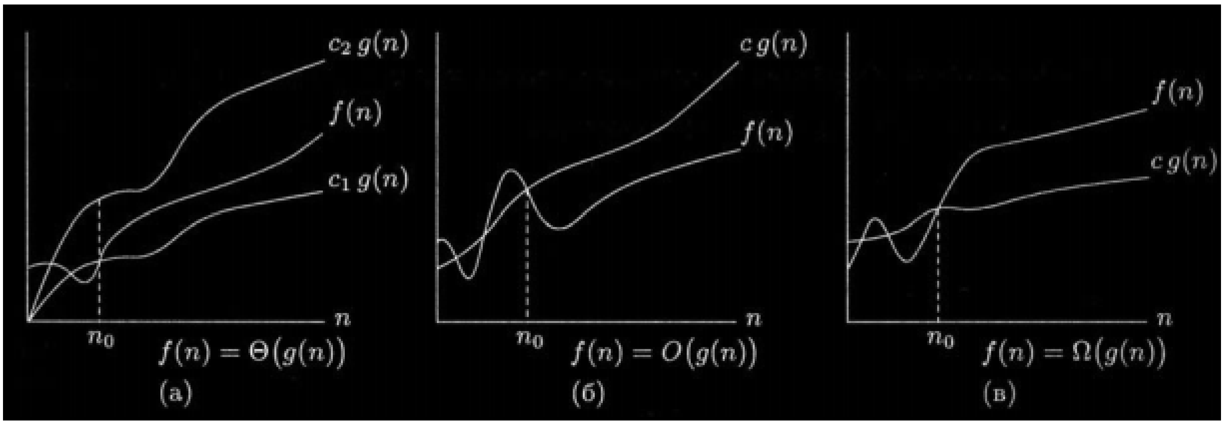

Рисунок 1 – Иллюстрация к определениям
f(n) = Θ(g(n)), f(n) = O(g(n)) и f(n) = Ω(g(n)).

Разумеется, это обозначение следует употреблять с осторожностью: установив, что $f1(n) = \Theta(g(n))$ и $f2(n) = \Theta(g(n))$, не следует заключать, что $f1(n) = f2(n)$!

Определение $\Theta(g(n))$ предполагает, что функции $f(n)$ и $g(n)$ асимптотически неотрицательны (asymptoticallynonnegative), т. е. неотрицательны для достаточнобольших значений n. Заметим, что если функции f и g строго положительны, томожно исключить n_0 из определения (изменив константы c_1 и c_2 так, чтобы длямалых n неравенство также выполнялось).

Если $f(n) = \Theta(g(n))$, то говорят, что $g(n)$ является асимптотически точной оценкой (asymptotically tight bound) для $f(n)$. На самом деле это отношение симметрично: если $f(n) = \Theta(g(n))$, то $g(n) = \Theta(f(n))$.

Допустим, что $(1/2)n^2 - 3n = \Theta(n^2)$. Согласно определению надо указать положительные константы c_1, c_2 и число n_0 так, чтобы неравенства

$$c_1 n^2 \le \frac{1}{2}n^2 - 3n \le c_2 n^2$$

выполнялись для всех $n \ge n_0$. Разделим выражение на n^2:

$$c_1 \le \frac{1}{2} - \frac{3}{n} \le c_2$$

Видно, что для выполнения второго неравенства достаточно положить $c_2 = 1/2$. Первое будет выполнено, если (например) $n_0 = 7$ и $c_1 = 1/14$.

Другой пример использования формального определения: покажем, что $6n^3 \ne \Theta(n^2)$. В самом деле, пусть найдутся такие c_2 и n_0, что $6n^3 \le c_2 n^2$ для всех $n \ge n_0$.Но тогда $n \le c_2/6$ для всех $n \ge n_0$ — что явно не так.

Отыскивая асимптотически точную оценку для суммы, мы можем отбрасыватьчлены меньшего порядка, которые при больших n становятся малыми по сравнениюс основным слагаемым. Заметим также, что коэффициент при старшем члене ролине играет (он может повлиять только на выбор констант c_1 и c_2). Например, рассмотрим квадратичную функцию $f(n) = an^2 + bn + c$, где a, b, c —некоторые константыи $a > 0$. Отбрасывая члены младших порядков и коэффициент при старшем члене,находим, что $f(n) = \Theta(n^2)$. Чтобы убедиться в этом формально, можно положить$c_1 = a/4$, $c_2 = 7a/4$ и $n_0 = 2 \cdot \max(|b|/a, \sqrt{|c|/a})$ (проверьте, что требования действительно выполнены). Вообще, для любого полинома $p(n)$ степени d с положительнымстаршим коэффициентом имеем $p(n) = \Theta(n^d)$.

Упомянем важный частный случай использования Θ-обозначений: Θ(1) обозначает ограниченную функцию, отделённую от нуля некоторый положительной константой при достаточно больших значениях аргумента.

Кроме того, можно использовать O- и Ω-обозначения. Запись $f(n) = \Theta(g(n))$ включает в себя две оценки: верхнюю и нижнюю. Их можно разделить. Говорят, что $f(n) = O(g(n))$, если найдётся такая константа $c > 0$ и такое число n_0, что $0 \le f(n) \le cg(n)$ для всех $n \ge n_0$ (рисунок 1б). Говорят, что $f(n) = \Omega(g(n))$, если найдется такая константа $c > 0$ и такое число n_0, что $0 \le cg(n) \le f(n)$ для всех $n \ge n_0$ (рисунок 1в). Эти записи читаются так: «эф от энесть о большое от же от эн», «эф от эн есть омега большая от же от эн».

По-прежнему мы предполагаем, что функции f и g неотрицательны для достаточно больших значений аргумента. Легко видеть, что выполнены следующие свойства:

Теорема 1. *Для любых двух функций* $f(n)$ *и* $g(n)$ *свойство* $f(n) = \Theta(g(n))$*выполнено тогда и только тогда, когда* $f(n) = O(g(n))$ *и* $f(n) =$

$\Omega(g(n))$.

Для любых двух функций $f(n)$ и $g(n)$ свойства $f(n) = O(g(n))$ и $g(n) = \Omega(f(n))$равносильны.

Например, $an^2+bn+c = \Theta(n^2)$ (при положительных a). Поэтому $an^2+bn+c =O(n^2)$. Другой пример: при $a >0$ можно написать $an+b= O(n^2)$ (положим $c = a+|b|$и $n_0 = 1$). Заметим, что в этом случае $an+ b \neq \Omega(n^2)$ и $an+ b \neq \Theta (n^2)$.

Асимптотические обозначения (Θ, O и Ω) часто употребляются внутри формул.

Например, в рекуррентном соотношении

$$T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n)$$

определено время работы сортировки слиянием. Здесь $\Theta(n)$ обозначает некоторую функцию, про которую нам важно знать лишь, что она не меньше c_1n и не больше c_2n для некоторых положительных c_1 и c_2 и для всех достаточно больших n.

Часто асимптотические обозначения употребляются не вполне-формально, хотяих подразумеваемый смысл обычно ясен изконтекста. Например, мы можем написать выражение

$$\sum_{i=1}^{n} O(i),$$

имея в виду сумму $h(1)+h(2)+...+h(n)$, где $h(i)$ — некоторая функция, для которой$h(i) = O(i)$. Легко видеть, что сама эта сумма как функция от n есть $O(n^2)$.

Аналогичным образом вводится ω-обозначение: говорят, что $f(n)$ есть $\omega(g(n))$(«эф от эн есть омега малая от же от эн»), если для всякого положительного cнайдется такое n_0, что $0 \leq cg(n) \leq f(n)$ при всех $n \geq n_0$. Очевидно, $f(n) = \omega(g(n))$равносильно $g(n) = o(f(n))$.

Пример: $n^2/2 = \omega(n)$, но $n^2/2 \neq \omega(n^2)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнут Д. Э. Искусство программирования. Том 1. Основные-алгоритмы = The Art of Computer Programming. Volume 1. Fundamental Algorithms / подред. С. Г. Тригуб (гл. 1), Ю. Г. Гордиенко (гл. 2) иИ. В. Красикова (разд. 2.5 и 2.6). — 3. — Москва: Вильямс, 2002. — Т. 1. — 720 с.

2. Thomas H. Cormen Charles E. Leiserson Ronald L. Rivest Clifford Stein. Introduction to Algorithms. Tread edition. The MIT Press Cambridge, Massachusetts London, England 2009.1200p.