

Д.П. Бектурсынова, стажёр-преподаватель
(Нукусский государственный педагогический институт,
г.Нукус, Республика Узбекистан)

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ПОЛОВИННОГО ДЕЛЕНИЯ В МАТЛАВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

Задача нахождения корней нелинейных уравнений встречается в различных областях научно-технических исследований. Проблема формулируется следующим образом. Пусть дано нелинейное уравнение

$$f(x) = 0, \quad (1)$$

где функция $f(x)$ определена и непрерывна в некотором интервале $a < x < b$ и в этом интервале необходимо исследовать функцию $f(x)$ и найти значение x_0 , при котором $f(x_0)$ равно или весьма мало отличается от нуля. Функция $f(x)$ может быть задана в виде алгебраического многочлена или трансцендентной функции (тогда ей соответствует алгебраическое или трансцендентное уравнение) [3]. Нахождение точных значений корней возможно, как правило, только в исключительных случаях. Поэтому большое значение имеют методы приближенного решения уравнения с заданной точностью. При этом решение задачи можно разбить на два этапа:

1) отделение корней т.е выделение промежутков внутри которых содержится только один корень уравнения;

2) вычисление корня, принадлежащего выделенному промежутку с заданной точностью.

Решение задачи отделения корней для непрерывной функции основано на том, что, если функция на концах отрезка $[a, b]$ имеет значения разных знаков, то внутри этого отрезка функция проходит через нуль, т. е. содержится корень уравнения. Таким образом, чтобы произвести отделение корней необходимо разбить область предполагаемого нахождения корней на равные отрезки длиной h и вычислить значение функции на концах отрезка. Если будет выполняться условие $f(x) \cdot f(x + h) \leq 0$, то корень внутри отрезка $[x, x + h]$. Величина шага разбиения подбирается интуитивно; при большом шаге разбиения возможно пропустить корень; при маленьком – увеличивается время вычислений.

Рассмотрим самый простой и надёжный метод нахождения корня уравнения на заданном отрезке, он называется методом половинного деления. Все методы предполагают, что предварительно произведе-

дено отделение корней и на отрезке находится только один корень.

Метод половинного деления состоит в том, что мы уменьшаем длину отрезка так, что корень остается внутри отрезка; процесс продолжается до тех пор, пока длина отрезка не станет меньше заданной точности. Уменьшение длины отрезка производится самым естественным образом: делением отрезка пополам и выбором той половины, внутри которой находится корень (т.е. на концах которой функция имеет разный знак.)

Заметим, что метод половинного деления легко реализуется на электронных вычислительных машинах. Программа вычисления составляется так, чтобы машина находила значение правой части уравнения (1) в середине каждого из отрезков $[a_n, b_n]$ ($n = 1, 2, \dots$) и выбирала соответствующую половину его [3].

Система Matlab обладает большими возможностями программирования и комплексной визуализации результатов инженерных расчетов и научных исследований. В этой связи покажем применение возможностей Matlab в решении нелинейных уравнений. Сначала, программы, реализующие какой-либо численный метод, необходимо записывать в М-файл. Для наглядности рассмотрим следующий пример.

Пример. Дано трансцендентное уравнение:

$$f(x) \equiv 4 - e^x - 2x^2 = 0 \quad (2)$$

Имеем следующее:

$$f(x) = 4 - e^x - 2x^2$$

$$f'(x) = -e^x - 4x$$

После несколько вычислений, выясняем, что корни уравнения заключены в промежутках $[-2; -1]$ и $[0; 1]$. Теперь, методом половинного деления будем найти положительный корень уравнения, который заключен в промежутке $[0; 1]$. Для этого запишем следующий код программы в Matlab (М-файл):

```
clc;
clear;
    % Основные условия
f=@(x) 4-exp(x)-2*x^2;    %это искомая функция
a=0;
b=1;
e=0.0000001;
    % Основной цикл
while abs(b-a)>e
    c=(b+a)/2;
    if sign(f(c))==sign(f(a))
```

```

    a=c;
else
    b=c;
end
end
disp(['Ответ x=' num2str(c,8)]);

```

В окне команд появляются после нажатия кнопки выполнить значение корня данного уравнения.

Результат вычисления:

Ответ x=0.88677019

Однако задача решения нелинейного уравнения в системе Matlab может быть решена и следующим образом. Вначале необходимо построить график функции $f(x)$ на заданном интервале и убедиться в существовании корня или нескольких корней. Затем применить программы поиска корней. Если существует один корень и график $f(x)$ пересекает ось Ox , то можно применить программу `fzero` [1]. Алгоритм, реализованный ею, представляет собой комбинацию хорошо известного метода половинного деления, метода секущих и метода обратной квадратичной интерполяции [2].

Теперь, с помощью программы `fzero` решаем задачу (2):

```
>> x = fzero(' (4.0-exp(x))-2.0*x*x ', [0.0 1.0] )
```

Результат решения:

x =

0.8868

Как видно из результатов, используя код программы, записанный в М-файл, который реализует метод половинного деления в Matlab, может быть получено решение с высокой точностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дащенко А.Ф., Кириллов В.Х., Коломиец Л.В., Оробей В.Ф. Matlab в инженерных и научных расчетах. – Одесса: Астропринт, 2003.
2. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю., Шульц М.М. Matlab 7: программирование, численные методы – СПб. : БХВ-Петербург, 2005.
3. Киреев В.И., Пантелеев А. В. Численные методы в примерах и задачах: Учебное пособие - 3-е изд. стер. – М.: Высшая школа, 2008.