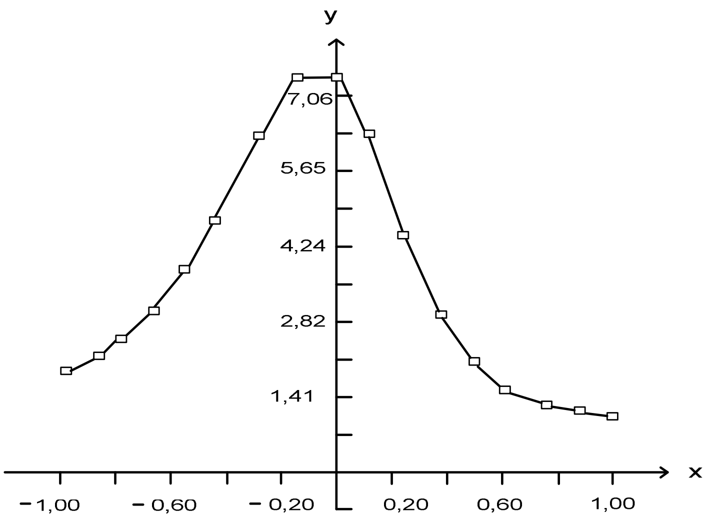

Рисунок 1 – Решение краевой задачи с одним пограничным слоем

Приведение краевой задачи к совокупности задач Коши работает также в пользу рассматриваемой модификации метода. За счет введения регулирующих множителей в зонах пограничных слоев рост решений и особенно градиентов решений нейтрализуется и больше не вызывает осложнений в решениях.

Реализация метода с помощью пакета Mathcad доступна, удобна в обращении и легко представляется графиками.

УДК 517.956.32

Е. В. Устилко, ассист. (БГТУ, г. Минск)

О РЕШЕНИИ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПОЛУОГРАНИЧЕНОЙ СТРУНЫ С ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ГРАНИЧНОМ РЕЖИМЕ ДЛЯ ГЛАДКИХ РЕШЕНИЙ

На множестве $\dot{G}_\infty = (0,\infty)\times(0,\infty)$ ставится смешанная задача:

$$u_{tt}(x,t) + (a_1 - a_2)u_{xt}(x,t) - a_1 a_2 u_{xx}(x,t) = f(x,t),\ (x,t)\in \dot{G}_\infty,$$

$$u(x,t)\big|_{t=0} = \varphi(x),\ u_t(x,t)\big|_{t=0} = \psi(x),\ x\in(0,\infty),$$

$$\left[\alpha(t)(u_t(x,t) + a_1 u_x(x,t)) + \gamma(t)u(x,t)\right]\Big|_{x=0} = \mu(t),\ t\in(0,\infty),$$

где $a_1 > 0, a_2 > 0$. Требуется найти решения $u \in C^m(G_\infty)$, $m \geq 2$, $m \in \mathbb{N}$, $G_\infty = [0,\infty) \times [0,\infty)$, условия, налагаемые на исходные данные для однозначной и устойчивой везде разрешимости характеристической смешанной задачи (1)–(3) [1].

Теорема 1. Пусть в граничном режиме (3) коэффициенты $\alpha, \gamma \in C^m(R_+)$, $\gamma(t) \neq 0$, $t \in R_+ = [0,\infty)$. Для того чтобы смешанная задача (1)–(3) в $\dot{G}_\infty$ имела единственное и устойчивое по φ, ψ, μ, f решение из $C^m(G_\infty)$, достаточно выполнения условий гладкости

$$f \in C^{m-2}(G_\infty),\ \varphi \in C^m(R_+),\ \psi \in C^{m-1}(R_+),$$

$$H_1(x,t) = \int_0^t f\left(x + a_2(t-\tau), \tau\right) d\tau \in C^{m-1}(G_\infty),$$

$$H_2(x,t) = \frac{a_2 + 2a_1}{a_1} \int_0^{(x/a_1)-t} f\left(\frac{a_2 + 2a_1}{a_1}(x - a_1 t) - a_2\tau, \tau\right) d\tau +$$

$$+ \int_{(x/a_1)-t}^{t} f(x - a_1(t-\tau), \tau) \mathrm{d}\tau \in C^{m-1}(G_-),$$

$$H_3(x,t) = -\frac{a_2}{a_1} \int_0^{t-(x/a_1)} f\left(a_2\left(t - (x/a_1) - \tau\right), \tau\right) d\tau +$$

$$+ \int_{t-(x/a_1)}^{t} f\left(x - a_1(t-\tau), \tau\right) d\tau \in C^{m-1}(G_+),$$

все частные производные до порядка *m-1* включительно от H_2 и H_3 непрерывны на $x = a_1 t$;

$$\mu \in C^m(R_+),\ \alpha(t)\varphi^{(m+1)}(a_2 t),\quad \alpha(t)\psi^m(a_2 t),$$

$$\alpha(t)\left[\partial^m\left(\int_0^t f\left(a_2(t-\tau), \tau\right) d\tau\right) \Big/ \partial t^m\right] \in C(R_+),$$

и условий согласования

$$J_{q+1} \equiv \left\langle \alpha^{(q)}(0)\left[\psi(0)+a_1\varphi'(0)\right]+\gamma^{(q)}(0)\varphi(0)\right\rangle +$$
$$+q\left\{\alpha^{(q-1)}(0)\left\langle a_2\left[\psi'(0)+a_1\varphi''(0)\right]+f(0,0)\right\rangle+\gamma^{(q-1)}(0)\psi(0)\right\}+$$
$$+\sum_{i=2}^{q-1} C_q^i \left\{\alpha^{(q-i)}(0)a_2^i\left[\psi^{(i)}(0)+a_1\varphi^{(i+1)}(0)\right]+\alpha(0)a_2^q\left[\psi^{(q)}(0)+a_1\varphi^{(q+1)}(0)\right]+\right.$$
$$+\gamma^{(q-i)}(0)\left\langle a_2\frac{a_2^{i-1}-(-a_1)^{i-1}}{a_1+a_2}\left[\psi^{(i-1)}(0)+a_1\varphi^{(i)}(0)\right]+\right.$$
$$\left.\left.+\sum_{k=0}^{i-2}\frac{a_2^{k+1}-(-a_1)^{k+1}}{a_1+a_2}f^{(k;i-k-2)}(0,0)+(-a_1)^{i-1}\psi^{(i-1)}(0)\right\rangle\right\}+$$
$$+\sum_{i=2}^{q-1} C_q^i \alpha^{(q-i)}(0)\sum_{j=0}^{i-1} a_2^j f^{(j;i-j-1)}(0,0)+$$
$$+\alpha(0)\frac{\partial}{\partial\vec{\text{v}}_2}\left(\sum_{j=0}^{(q-2)/2} a_2^{2j} f^{(2j;q-2j-2)}(x,t)\right)(0,0)=\mu^{(q)}(0),\ q=0,1,\ldots,m-1,$$

где $(\partial(\bullet)/\partial\vec{\text{v}}_2)(0,0)$ – значение производной по вектору $\vec{\text{v}}_2=\{a_2,1\}$ от указанной суммы частных производных порядка m-2 в начале координат. Формулы для решений совпадают с формулами для *m=2* [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ломовцев Ф. Е. Метод корректировки пробных решений общего волнового уравнения в первой четверти плоскости для минимальной гладкости его правой части // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. – 2017. – № 3. – С. 38-52.
2. Ломовцев Ф. Е., Устилко Е. В. Критерий корректности смешанной задачи для общего уравнения колебаний полуограниченной струны с нестационарной характеристической первой косой производной в граничном условии // Веснік Віцебскага дзяржаунага універсітэта. – 2018. – № 4 (101). – С. 18-28.

УДК 336.781.5

М. В. Чайковский, канд. физ.-мат. наук, доц. (БГТУ, г. Минск)

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ КАК ОДИН ИЗ ИНСТРУМЕНТОВ ФИНАНСОВОГО АНАЛИЗА

Финансовая математика охватывает определенный круг методов вычислений (алгебраические методы, методы математического анализа, теории вероятностей, математической статистики и др.), необхо-