Теорема. *Пусть положительная функция* $x(t)$ *из пространства* $C_{1-\alpha}[0,T]$ *удовлетворяет неравенству* $x(t)\le x(\tau)+\int_{\tau}^{t} f(s)x(s)|ds|$, *где* $f(t)\in C(0,T]$, $f(t)\ge 0$ *при* $0<t<T$, $t,\tau\in(0,T)$. *Тогда при* $0<t_0\le t<T$ *справедлива двусторонняя оценка*

$$x(t_0)\exp\left\{-\int_{t_0}^{t} f(s)\,ds\right\}\le x(t)\le x(t_0)\exp\left\{\int_{t_0}^{t} f(s)\,ds\right\}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения // Минск : Наука и техника. – 1987. – 688 с.

2. Забрейко П. П., Пономарева С. В. О разрешимости задачи Коши для уравнений с дробными производными Римана-Лиувилля // Доклады НАН Беларуси, 62 (2018). – №4. – С. 391-397.

3. Забрейко П. П., Пономарева С. В. О решении задачи Коши с неограниченной правой частью для уравнений дробного порядка // Доклады НАН Беларуси, (2020, в печати).

УДК 517.984

О. А. Архипенко, ассист. (БГТУ, г. Минск)

О СПЕКТРАХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

В работе рассматриваются в пространстве $L_2(\mathbb{R})$ разностные уравнения вида

$$a(x)u(x+1)-\lambda u(x)=f(x),\ x\in\mathbb{R}. \tag{1}$$

где a – заданная функция, для которой существуют

$$\lim_{k\to\pm\infty} a(k)=a(\pm\infty). \tag{2}$$

При выполнении условия

$$|a(-\infty)|<|\lambda|<|a(+\infty)| \tag{3}$$

однородное уравнение имеет бесконечномерное пространство решений, поэтому для получения единственности решения к уравнению нужно присоединить краевое условие, а именно, задать подпространство L таким образом, чтобы для любого f существовало решение, при том единственное, принадлежащее пространству L.

Мы рассматриваем подпространства вида

$$L_\eta = \{u \in L_2(\mathbb{R}) : \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta_k(\tau) u(k+\tau) = 0 \; \forall \tau \in [0;1]\}, \tag{4}$$

где $\eta_k(\tau)$ – заданные функции и краевые задачи, заданные условием

$$u \in L_\eta . \tag{5}$$

Нахождение решения этой задачи эквивалентно построению правосторонней резольвенты для оператора взвешенного сдвига B состоящей из операторов, образы которых совпадают с подпространством L_η.

Исследование вышепоставленной краевой задачи сводится к рассмотрению семейства разностных уравнений

$$a(k+\tau)u(k+1+\tau) - \lambda u(k+\tau) = f(k+\tau) \tag{6}$$

с краевыми условиями$u \in L_\eta$, $\eta = (..., \eta_{-1}, \eta_0, \eta_1, ...)$, где

$$L_\eta = \{u \in L_2(\mathbb{R}) : \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta_k(\tau) u_\tau(k+\tau) = 0\}. \tag{7}$$

Условия разрешимости исходной задачи (1), (5) мы получаем на основе условия разрешимости вспомогательных задач вида (6), приведенных в [1]. Эти условия выполнены не для всех λ, удовлетворяющих (3), и в результате возникает спектр задачи, то есть множество λ, при которых нет разрешимости задачи (1), (5).

В частности, если только конечное число коэффициентов $\eta_k(\tau)$ отлично от нуля, то спектр каждой вспомогательной задачи состоит из конечного числа точек, а спектр исходной задачи состоит из конечного числа замкнутых или разомкнутых кривых.

ЛИТЕРАТУРА

1. Архипенко О. А. Краевые задачи для разностных уравнений // Труды БГТУ. Сер. 3, Физико-математические науки и информатика. – Минск : БГТУ, 2018. – 1(206). – С. 12-18.