$$u(t) = q'_{00}x(t) + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{N} q'_{ij}x^{(i)}(t - jh) + \int_{-h}^{0} q'(s)x(t+s)ds, \tag{3}$$

в частотной области регулятор (3) примет вид

$$U(\lambda) = q'_{00} + \sum_{i=0}^{L}\sum_{j=1}^{M} q'_{ij}\lambda^{i}e^{-j\lambda h} + G'(\lambda). \tag{4}$$

Если ядро интегральной части регулятора $G'(\lambda) \equiv 0$, то регулятор (4) примет наиболее простой дифференциально-разностный вид. Однако задача модального управления при этом решается лишь в исключительных случаях. Пусть теперь $G'(\lambda) \not\equiv 0$ и имеет вид

$$G'(\lambda) = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4],$$

где

$$g_i = \sum_{j=1}^{S} \beta_{ij} \frac{\alpha_j\left(\lambda, e^{-\lambda h}\right)}{(\lambda - \xi)^j}. \tag{5}$$

Справедливо следующее утверждение:

Теорема. Если система (1) модально управляема регулятором вида (3), (4), то число $\xi \in \mathbb{C}$ в (5) является корнем многочлена степени не выше 12, коэффициенты которого однозначно выражаются через коэффициенты системы (1).

УДК 517.977

И. М. Борковская, канд. физ.-мат. наук, доц. (БГТУ, г. Минск)

ОБ УСЛОВИЯХ СТАБИЛИЗИРУЕМОСТИ СКАЛЯРНЫХ ГИБРИДНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫХ СИСТЕМ

Одним из важнейших вопросов в качественной теории управления является изучение возможности стабилизации систем. В докладе обсуждаются некоторые результаты исследования стабилизации скалярных гибридных дифференциально-разностных (ГДР) систем с помощью линейных регуляторов, построенных по типу обратной связи. Вводятся простейший регулятор, не выводящий систему за пределы заданного класса, и более общий регулятор с интегральными составляющими типа свертки.

Рассмотрим стационарную скалярную гибридную дифференциально-разностную систему в симметрической относительно операторов дифференцирования и сдвига форме

$$\dot{x}_1(t) = a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + b_1u(t), \tag{1}$$

$$x_2(t+h) = a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + b_2u(t), t \geq 0. \tag{2}$$

с начальными условиями

$$x_1(0) = x_{10}, x_2(\tau) = \psi(\tau), \tau \in [0,h). \tag{3}$$

Здесь $x_1(t) \in \mathbb{R}, x_2(kh) \in \mathbb{R}, u(t) \in \mathbb{R}, \quad h > 0, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2$ − действительные числа; $u = u(\cdot)$ − внешнее (кусочно-непрерывное) воздействие − управление; $\psi(\cdot)$ − начальная кусочно-непрерывная функция.

Под решением системы (1), (2) будем понимать непрерывную функцию $x_1(\cdot)$ и кусочно-непрерывную функцию $x_2(\cdot)$, которые для всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (2) и для почти всех $t \geq 0$ удовлетворяют уравнению (1).

Такое решение начальной задачи (3) для каждого начального значения x_{10} и кусочно-непрерывной функции $\psi(\cdot)$ существует, единственно и может быть найдено методом интегрирования системы (1)-(3) «по шагам».

Присоединим к системе следующие виды линейной обратной связи:

1) простейший регулятор

$$u(t) = Q_1x_1(t) + Q_2x_2(t), \tag{4}$$

не выводящий замкнутую систему за пределы рассматриваемого класса,

2) более общий регулятор с интегральными составляющими типа свертки

$$\begin{aligned} u(t) &= Q_1x_1(t) + Q_2x_2(t) + \\ &+ \int_0^t Q_1(s)x_1(t-s)ds + \int_0^t Q_2(s)x_2(t+h-s)ds, \end{aligned} \tag{5}$$

где Q_1 и Q_2 − действительные числа, $Q_1(\cdot)$ и $Q_2(\cdot)$ − кусочно-непрерывные функции с конечным носителем $H > 0$, $Q_1(\cdot) \equiv 0, Q_2(\cdot) \equiv 0$ для $t > H$.

Задача. Исследовать задачу стабилизации системы (1), (2) в шкалах (4), (5), т. е. задачу отыскания регуляторов того или иного типа (отыскания чисел Q_1, Q_2, функций $Q_1(\cdot), Q_2(\cdot)$), при которых замкнутая система является устойчивой в том или ином смысле – асимптотически устойчивой, если не оговорено иное.

Можно показать, что верны следующие необходимые условия стабилизируемости.

Теорема 1. Если система является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} \lambda - a_{11} & -a_{12}e^{-\lambda h} & b_1 \\ -a_{21} & 1 - a_{22}e^{-\lambda h} & b_2 \end{bmatrix} = 2, \operatorname{Re}\lambda > 0.$$

Теорема 2. Если система является стабилизируемой в шкале (4) (или (5)), то

$$\operatorname{rank}\left[\lambda - a_{22} \quad b_2\right] = 1, \ \forall\lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| < 1.$$

Показано, что необходимые условия стабилизации с помощью регулятора с интегральными составляющими типа свертки являются одновременно и достаточными. Получены также условия стабилизации системы простейшим регулятором.

Приводится пример системы, для которой не существует простейшего регулятора, позволяющего ее стабилизировать, но находится регулятор с интегральными элементами, решающий эту задачу.

Результаты могут быть применены при синтезе управляющих воздействий в реальных системах управления, описывающихся дифференциально-разностными системами.

УДК 517.966

В. В. Игнатенко, канд. физ.-мат. наук, доц. (БГТУ, г. Минск);
В. В. Крахотко, канд. физ.-мат. наук, доц.;
Г. П. Размыслович, канд. физ.-мат. наук, доц. (БГУ, г. Минск)

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ H–УПРАВЛЯЕМОСТИ ДЕСКРИПТОРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрим систему управления

$$A_0\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \ t \geq 0, \tag{1}$$

с начальным условием $x(0) = x_0$, где $x \in R^n$, $u \in R^r$, A_0, A, B – постоянные матрицы соответствующих размеров, $x_0 \in R^r$, $\det A_0 = 0$. Управление $u(t), t \geq 0$, достаточно гладкая r-мерная вектор-функция.

Пусть H – постоянная $n \times n$ матрица.