УДК 629.3.02224

А.Х. Маматкабилов, ст. преп.
(ТерГУ, г. Термез, Узбекистан)

УРАВНЕНИЯ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ЭКИПАЖА НА БАЛЛОННЫХ КОЛЕСАХ

Предположим, что выполняются условия, при которых справедлива теория качения колеса с деформируемой шиной, когда деформация шины является достаточно малой. Условие качения колеса без скольжения и малость деформации шины накладывают определенные ограничения на класс изучаемых движений. В частности, кривизна пути должна быть достаточно малой, а скорость движения — не слишком большой[1].

Обозначим через $q_1, q_2, ..., q_n$ обобщенные 1координаты экипажа на *m* баллонных колесах и введем величины, определяющие положение *i*-го колеса *(i=1,2,…,m).* Пусть x_i, y_i -декартовы координаты точки K_i встречи прямой наибольшего наклона, проведенной в средней плоскости колеса через его центр, с плоскостью дороги; θ_i - угол, образуемый следом средней плоскости колеса на дороге и осью*Ox* неподвижной системы координат *Oxyz,* плоскость *Oxy* которой совпадает с плоскостью дороги, а ось *Oz*направлена вверх; χ_i — угол между осью *Oz* и средней плоскостью колеса. Величины x_i, y_i, θ_i, χ_i являются известными функциями обобщенных координат $q_1, q_2, ..., q_n$.

Предположим сначала, что движение экипажа задано. Это означает, что величины x_i, y_i, θ_i, χ_i - известные функции времени. Тогда, согласно теории качения колеса, с деформируемой шиной, можно в каждый момент времени определить деформацию шин. В соответствии с обозначениями на рис. 1, *а* условия отсутствия проскальзывания шины при поперечном смещении *i*-го колеса и при его вращении вокруг вертикальной оси приводит к соотношениям:

$$dx_i^* \sin(\theta_i + \varphi_i) - dy_i^* \cos(\theta_i + \varphi_i) = 0,$$

$$d(\theta_i + \varphi_i) = dS_i^* (\alpha_i \xi_i - \beta_i \varphi_i - \gamma_i \chi_i). \qquad (1)$$

Здесь x_i^*, y_i^* — координаты точки, совпадавшей до поперечной деформации шины с точкой K_i; dS_i^*- элемент дуги линии качения Γ_i; (см. рис. 1, *а);* ξ_i — боковая деформация шины, φ_i —

деформация шины при скручивании; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ — кинематические параметры шины, относящиеся к ее поперечной деформации. При боковом смещении колеса

$$x_i^* = x_i + \xi_i \sin\theta_i,\ y_i^* = y_i + \xi_i \cos\theta_i. \qquad (2)$$

В написанных соотношениях малыми величинами являются ξ_i, φ_i и χ_i. Используя (2) и отбрасывая малые величины второго порядка и выше, из (1) получаем

$$dx_i\ \sin(\theta_i + \varphi_i) - dy_i\ \cos(\theta_i + \varphi_i) + d\xi_i = 0,$$

$$d\theta_i + d\varphi_i - dS_i^*(\alpha_i\xi_i - \beta_i\varphi_i - \gamma_i\chi_i) = 0. \qquad (3)$$

С той же степенью точности

$$dS_i^* = dx_i \cos(\theta_i + \varphi_i) + dy_i - \sin(\theta_i\gamma + \varphi_i). \qquad (4)$$

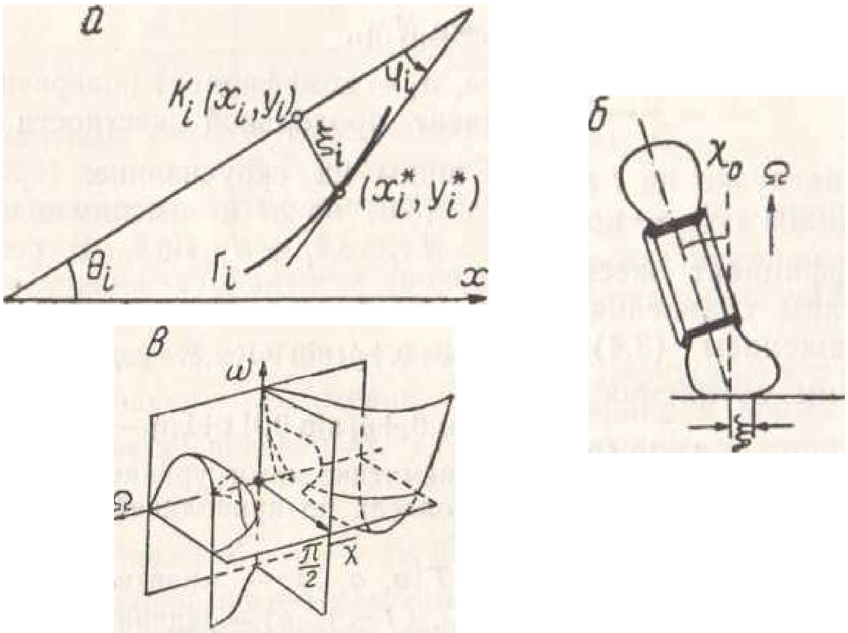

Рисунок 1

Условие отсутствия проскальзывания шины в продольном направлении выражается соотношением

$$dS_i + r_i d\vartheta_i + d\eta_i + \lambda_i dS_i \eta_i - \nu_i dS_i (r_{0i} - r_i) = 0. \qquad (5)$$

Здесь $dS_i = dx_i \cos\theta_i + dy_i \sin\theta_i$ -элементы дуги кривой, которую описывает точка K_i; η_i -величина продольной деформации шины; r_{0i} -радиус необжитой шины; r_i -расстояние от центра колеса до опорной плоскости; λ_i, ν_i -кинематические параметры *i*-й шины, относящиеся к ее продольной деформации; $d\vartheta_i$ -элемент угла при повороте колеса вокруг оси собственного вращения[2].

Уравнения (3) — (5) представляют собою искомые соотношения для определения деформации ξ_i, φ_i, η_i, если известно движение i-го колеса. Зная деформацию шины, можно найти потенциальные силы, действующие на i-е колесо. Согласно результатам они эквивалентны поперечной силе и продольной силе P_i, приложенным к точке K_i, моменту M_{θ_i} относительно вертикальной оси, моменту M_{χ_i} относительно продольнойгоризонтальной оси и моменту M_i относительно поперечной оси, определяемых выражениями

$$F_i = a_i\xi_i + \sigma_i N_i \chi_i, \qquad P_i = K_{\tau_i}\eta_i, \qquad M_{\theta_i} = b_i\varphi_i,$$
$$M_{\chi_i} = -\sigma_i N_i \xi_i - \rho_i N_i \chi_i, \qquad M_i = \mu_i N_i \eta_i, \qquad (6)$$

где N-нагрузка на *i-е* колесо, a_i-коэффициент поперечной жесткости шины; K_{τ_i} - коэффициент продольной жесткости шины; b_i -коэффициент жесткости шины на скручивание.

Разделим уравнения (3) и (5) на dtи заменим в них dS^* его выражением (4) $-dS_i = dx_i \cos\theta_i + dy_i \sin\theta_i$. В результате получим уравнения

$$\dot{x}\sin(\theta_i + \varphi_i) - \dot{y}_i\cos(\theta_i + \varphi_i) + \dot{\xi}_i = 0,$$

$$\dot{\theta}_i + \dot{\varphi} - (\dot{x}\cos\theta_i + \dot{y}_i\sin\theta_i)(\alpha_i\xi_i - \beta_i\varphi_i - \gamma_i\chi_i) = 0, \qquad (7)$$

$$r_i\dot{\vartheta}_i + \dot{\eta}_i + (\dot{x}\cos\theta_i + \dot{y}_i\sin\theta_i)[1 + \lambda_i\eta_i - \nu_i(r_{0i} - r_i)] = 0,$$

которые являются кинематическими уравнениями движения экипажа на баллонных колесах по криволинейному пути достаточно малой кривизны[3].

ЛИТЕРАТУРА

1. Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А., Динамика неголономных систем, Наука, Москва, 1967, 519 с.
2. Тураев Х.Т., Фуфаев Н.А., Мусарский Р.А., Теория движения систем с качением, ФАН, Ташкент, 1987, 158 с.
3. Тураев Х.Т. Моделирование и исследование динамики колесных транспортных машин с деформируемыми шинами, ФАН, Ташкент, 1995, 168 с.