

Учреждение образования  
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**А. М. Олехнович,  
К. И. Рудик**

# **ФИЗИКА**

**В 5-ти частях**

**Часть 5**

## **ОПТИКА**

**Тексты лекций для студентов специальности 1-36 05 01  
«Машины и оборудование лесного комплекса»**

Минск 2012

УДК [53+537.8](075.8)  
ББК [22.3+22.313]я73  
О-53

Рассмотрены и рекомендованы редакционно-издательским советом университета

Рецензенты:

профессор кафедры общей и теоретической физики  
БГПУ им. Максима Танка *В. А. Яковенко*;  
кандидат физико-математических наук,  
заведующий кафедрой физики БГАТУ  
*В. А. Чернявский*

**Олехнович, А. М.**

О-53      Физика. В 5 ч. Ч. 5. Оптика : тексты лекций для студентов специальности 1-36 05 01 «Машины и оборудование лесного комплекса» / А. М. Олехнович, К. И. Рудик. – Минск : БГТУ, 2012. – 103 с.

Предлагаемое пособие составлено на основе действующей учебной программы по физике для студентов инженерно-технических специальностей. В пособии рассмотрены оптические явления, связанные с волновой природой света (интерференция, дифракция, поляризация и дисперсия), а также оптические явления, обусловленные корпускулярной природой света (излучение нагретых тел, фотоэффект, эффект Комптона).

УДК [53+537.8](075.8)  
ББК [22.3+22.313]я73

© УО «Белорусский государственный  
технологический университет», 2012  
© Олехнович А. М., Рудик К. И., 2012

## ВВЕДЕНИЕ

**Оптика** – учение о свете и его взаимодействии с веществом. Первоначально оптика ограничивалась изучением видимой области спектра (400–760 нм) электромагнитных волн. Современная оптика рассматривает также широкую область спектра, примыкающую к видимой: ультрафиолетовую (200–400 нм) и инфракрасную (760–1000 нм) области.

Оптика изучает распространение света в различных средах, законы испускания и поглощения света, а также действие света на вещество. Многие явления при распространении света могут быть объяснены только на основе представлений о поперечных волнах. Совокупность таких явлений (интерференция, дифракция, поляризация света) носит название **волновой оптики**.

Большой круг вопросов объясняется на основании распространения световой энергии вдоль лучей. Дополненные законами отражения и преломления света на границах раздела различных сред, эти представления составляют основу **геометрической оптики**. Наибольшее применение законы геометрической оптики получили в оплотехнике, занимающейся теорией, расчетом и конструированием разнообразных оптических приборов.

Совокупность оптических явлений, из которых может быть получена информация о свойствах молекул вещества, обычно называется **молекулярной оптикой**. К ним относятся *дисперсия света, рассеяние света, оптическая активность*, а также явления, происходящие при распространении света в веществах, помещенных в электрическое или магнитное поле.

Ряд оптических явлений (излучение нагретых тел, фотоэффект, давление света, эффект Комптона) объясняется на основе квантовой (корпускулярной) природой света. Согласно этой теории, свет представляет собой поток отдельных квантов, обладающих энергией, импульсом и массой движущегося фотона. Следует сказать, что свет обладает двойственной (волновой и квантовой) природой и эти свойства в той или иной мере проявляются в различных конкретных явлениях.

Необходимо отметить, что в последнее время теоретически обоснованы и экспериментально открыты новые источники света (оптические квантовые генераторы, лазеры), которые нашли широкое применение в науке и практике.

# 1. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ. ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

## 1.1. Основные понятия и законы геометрической оптики

Первые законы оптических явлений были установлены на основе представлений о прямолинейном распространении светового луча. Они относились к изменению направления распространения света при отражении и при переходе из одного прозрачного вещества в другое.

Простейший случай изменения направления света наблюдается при падении светового луча на плоскую границу  $MN$  раздела двух прозрачных сред. В этом случае падающий луч  $AB$  (рис. 1.1) разделяется на два луча: отраженный луч  $BC$  и преломленный луч  $BD$ .

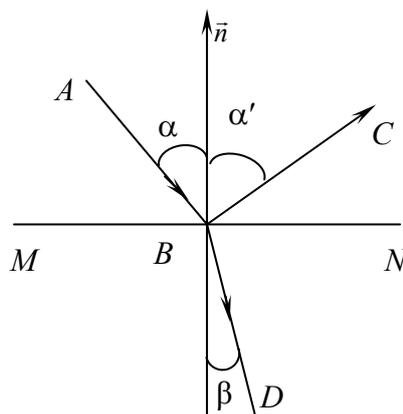


Рис. 1.1

Закон, определяющий направление отраженного луча, утверждает: *отраженный луч  $BC$  лежит в одной плоскости с падающим лучом  $AB$  и нормалью  $BK$ , восстановленной из точки падения, при этом он лежит по другую сторону нормали; угол отражения  $\alpha'$  численно равен углу падения  $\alpha$ :*

$$\alpha' = \alpha. \quad (1.1)$$

Закон преломления гласит: *преломленный луч  $BD$  (рис. 1.1) лежит в одной плоскости с падающим лучом  $AB$  и нормалью  $BK$ , восстановленной из точки падения; отношение синуса угла падения  $\alpha$  к синусу угла преломления  $\beta$  есть величина постоянная для данной пары сред:*

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \quad (1.2)$$

где  $n_{21}$  – *относительный коэффициент преломления* второй среды по отношению к первой.

Коэффициент преломления какого-либо вещества по отношению к вакууму принято называть *абсолютным коэффициентом преломления*  $n$  данного вещества.

Относительный коэффициент преломления двух веществ равен отношению их абсолютных коэффициентов преломления, т. е.

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.3)$$

С учетом сказанного закон преломления света на границе двух прозрачных веществ может быть представлен как

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.4)$$

Из закона преломления (1.4) следует, что если луч света переходит из оптически менее плотной среды в оптически более плотную среду ( $n_2 > n_1$ ), то угол преломления  $\beta$  меньше угла падения  $\alpha$  ( $\beta < \alpha$ ). Наоборот, при прохождении света из вещества оптически более плотного в вещество оптически менее плотное угол преломления  $\beta$  больше угла падения  $\alpha$ . Очевидно, что в этом случае существует такой предельный угол падения  $\alpha_{\text{пр}}$ , меньший  $\pi/2$ , при котором угол преломления  $\beta$  равен  $\pi/2$ . Опыт показывает, что при *углах падения*  $\alpha_1 > \alpha_{\text{пр}}$  *преломленного луча не существует*. Это явление носит название **полного внутреннего отражения**. Угол  $\alpha_{\text{пр}}$  называется **предельным углом**. Величина предельного угла падения определяется из закона преломления (1.4):

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.5)$$

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча падает, а интенсивность отраженного луча возрастает.

Явление полного внутреннего отражения в настоящее время имеет широкое практическое применение в волоконной оптике при передаче светового пучка по световодам.

## 1.2. Принцип Ферма

В оптически однородном веществе, каждая точка которого характеризуется одним и тем же значением коэффициента преломления, свет распространяется прямолинейно, т. е. по кратчайшему расстоянию между двумя заданными точками. При прохождении из одних веществ в другие свет отражается и преломляется на границе раздела сред, и в этом случае его путь становится ломаным.

В неоднородных веществах, коэффициент преломления которых меняется от точки к точке, лучи света, непрерывно преломляясь, образуют кривые линии. Распространение света в неоднородных веществах описывается общим принципом, носящим название *принципа Ферма*. Для использования этого принципа вводится понятие *оптической длины пути*.

В однородном веществе с показателем преломления  $n$  под оптической длиной  $l$  подразумевается величина, равная

$$l = ns, \quad (1.6)$$

где  $s$  – геометрическая длина пути.

В случае неоднородного вещества геометрический путь  $s$  необходимо разбить на малые отрезки  $ds$  так, чтобы на каждом из них показатель преломления  $n$  можно было считать постоянным. Тогда элемент оптической длины пути будет равен:

$$dl = nds,$$

а вся оптическая длина пути равна:

$$l = \int_A^B n(s) ds. \quad (1.7)$$

Принцип Ферма формулируется следующим образом: *свет распространяется по пути, оптическая длина которого экстремальна*, т. е. она является либо минимальной из всех возможных, либо максимальной, либо стационарной.

Для иллюстрации принципа Ферма рассмотрим простые частные случаи.

1. Пусть свет распространяется от источника  $A$  к точке  $B$ , испытывая отражение у плоской поверхности  $MN$  (рис. 1.2). При выполнении закона отражения его путь должен быть минимальным.

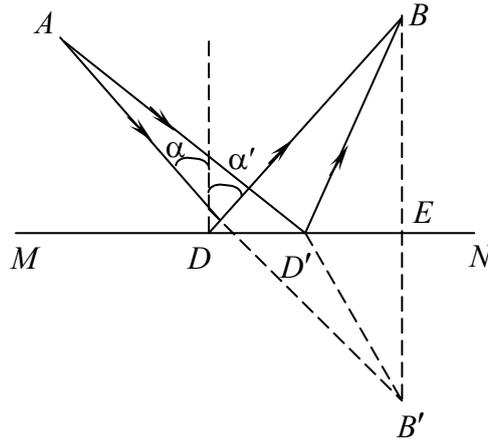


Рис. 1.2

Рассмотрим наряду с путем  $ADB$ , удовлетворяющим закону отражения, любой другой путь  $AD'B$ . Опустим из точки  $B$  перпендикуляр  $BE$  на отражающую поверхность и на его продолжении отложим отрезок  $EB' = EB$ . Соединим точки  $D$  и  $D'$  с точкой  $B'$ . Тогда треугольники  $BDE$  и  $B'DE$  равны друг другу. Отсюда следует, что  $DB = DB'$  и  $D'B = D'B'$ . Длина пути  $ADB$  равна:

$$AD + DB = AD + DB', \quad (1.8)$$

а длина пути  $AD'B$  равна:

$$AD' + D'B = AD' + D'B'. \quad (1.9)$$

Из рис. 1.2 видно, что угол  $ADB'$  имеет значение:

$$\angle ADB' = \alpha + \alpha' + (90 - \alpha') + (90 - \alpha).$$

По закону отражения  $\alpha' = \alpha$ , и поэтому  $\angle ADB' = 180^\circ$ , т. е. линия  $ADB'$  – прямая, а линия  $AD'B'$  – ломаная при любом положении точки  $D'$ , не совпадающей с точкой  $D$ . Так как длина любой ломаной, проведенной между двумя точками, больше длины прямой, соединяющей те же точки, то из формул (1.8) и (1.9) следует:

$$AD + DB < AD' + D'B. \quad (1.10)$$

В рассматриваемом случае свет распространяется в однородной среде и его оптическая длина пути отличается от геометрической на постоянный множитель  $n$ . Поэтому равенство (1.10) показывает, что оптическая длина пути, при выполнении закона отражения, минимальна.

**2.** Рассмотрим выполнимость принципа Ферма при преломлении света на границе раздела двух сред.

Пусть луч  $ADB$  (рис. 1.3) преломляется в точке  $D$ , положение которой определим отрезком  $x$ , отсчитанным от перпендикуляра  $AC$ . Опустим из точки  $B$  перпендикуляр на границу раздела сред. Отрезок  $CE$ , который для данных точек  $A$  и  $B$  есть величина постоянная, обозначим через  $p$ .

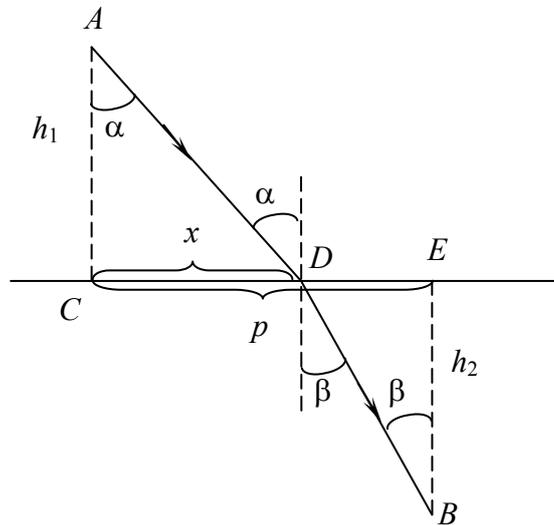


Рис. 1.3

Оптическая длина пути луча  $ADB$  равна:

$$l = n_1 AD + n_2 DB, \quad (1.11)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  – коэффициенты преломления первой и второй среды.

Из рисунка имеем:

$$AD = \sqrt{h_1^2 + x^2};$$

$$DB = \sqrt{h_2^2 + (p - x)^2}.$$

Тогда согласно формуле (1.11) имеем:

$$l = n_1 \sqrt{h_1^2 + x^2} + n_2 \sqrt{h_2^2 + (p - x)^2}. \quad (1.12)$$

Условие экстремальности оптического пути  $l$  заключается в том, что  $\frac{dl}{dx} = 0$ . Дифференцируя выражение (1.12), получим:

$$\frac{dl}{dx} = n_1 \frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} - n_2 \frac{p - x}{\sqrt{h_2^2 + (p - x)^2}} = 0. \quad (1.13)$$

Из рис. 1.3 также видно, что

$$\frac{x}{\sqrt{h_1^2 + x^2}} = \sin \alpha;$$

$$\frac{p-x}{\sqrt{h_2^2 + (p-x)^2}} = \sin \beta.$$

Тогда формула (1.13) примет вид:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta,$$

т. е. путь, удовлетворяющий условию экстремальности, удовлетворяет и закону преломления.

### 1.3. Преломление на сферической поверхности

Любую сложную оптическую систему можно рассматривать как сумму простейших систем, состоящих из одной преломляющей (или отражающей) сферической (или плоской) поверхности. Следовательно, сферические поверхности раздела двух оптически однородных сред представляют собой простейшие элементы, из которых состоит любая оптическая система. Рассмотрим прохождение светового пучка через такую поверхность.

На рис. 1.4 представлена преломляющая поверхность радиуса  $R$  с центром в точке  $C$ . Показатели преломления сред, лежащих по обе стороны поверхности, равны  $n$  и  $n'$ . Прямую, проходящую через точечный источник  $p$  и центр кривизны  $C$ , называют *оптической осью* системы. Точка  $O$  пересечения поверхности с осью называется *вершиной* преломляющей поверхности. Точку  $O$  примем за начало отсчета. Координаты предмета  $p$  и изображения  $p'$ , отсчитываемые от точки  $O$ , обозначим соответственно  $s$  и  $s'$ . Произвольный луч  $I$  образует с осью угол  $u$ . Этот луч падает на преломляющую сферическую поверхность радиуса  $R$  в точке  $A$  по углом  $\alpha$ . Принято, что при повороте луча к данной стороне по часовой стрелке соответствующий угол будет отрицательным, а против часовой стрелки – положительным. Согласно правилу знаков для углов луча  $I$  (рис. 1.4), углы  $u$  и  $\alpha$  отрицательны. Луч  $I'$ , сопряженный лучу  $I$ , образует с нормалью угол  $\alpha'$  и пересекает ось в точке  $p'$ , отстоящей от вершины на расстоянии  $s'$ . Будем рассматривать *параксиальные* (приосевые) лучи, когда угол  $u$  малый. Для

параксиальных лучей все углы, обозначенные на рис. 1.4, будут малыми. Поэтому синусы и тангенсы этих углов можно считать равными самим углам, измеренным в радианах.

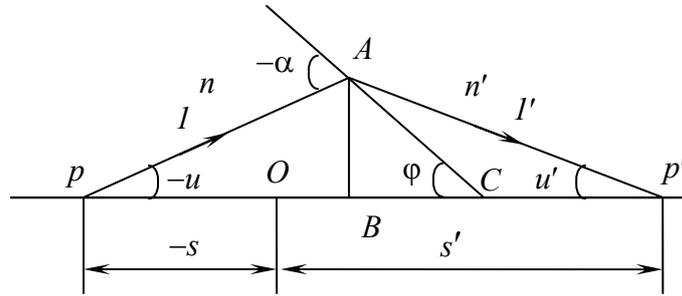


Рис. 1.4

Согласно закону преломления,  $n \sin \alpha = n' \sin \alpha'$ . Заменяя синусы углами, получим:

$$n \alpha = n' \alpha'. \quad (1.14)$$

Из треугольников  $pAC$  и  $p'AC$  следует, что

$$(-\alpha) = (-u) + \varphi, \text{ или } \alpha = u - \varphi;$$

$$(-\alpha') = \varphi - u', \text{ или } \alpha' = u' - \varphi.$$

Подставив эти значения  $\alpha$  и  $\alpha'$  в формулу (1.14), получим:

$$n(u - \varphi) = n'(u' - \varphi). \quad (1.15)$$

Для параксиальных лучей длиной отрезка  $OB$  можно пренебречь по сравнению с  $(-s)$ ,  $s'$  и  $R$  и считать  $pB = (-s)$ ,  $Bp = s$  и  $BC = R$ . Тогда, полагая углы равными значениям их тангенсов, получим:

$$(-u) = \frac{h}{(-s)}, \text{ т. е. } u = \frac{h}{s}; \quad u' = \frac{h}{s'}; \quad \varphi = \frac{h}{R}. \quad (1.16)$$

Заменяя в формуле (1.15) углы их значениями согласно выражениям (1.16), получим соотношение:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \Phi. \quad (1.17)$$

Величина  $\Phi = \frac{n' - n}{R}$  называется **оптической силой** преломляющей поверхности, которая характеризует преломляющую способность поверхности.

Для сферического зеркала радиуса  $R$  имеем:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}.$$

Величина  $f = \frac{R}{2}$  называется *главным фокусным расстоянием* зеркала.

#### 1.4. Формула тонкой линзы

Линза представляет собой прозрачное тело с определенным показателем преломления  $n$ , ограниченное двумя сферическими поверхностями радиуса  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 1.5).

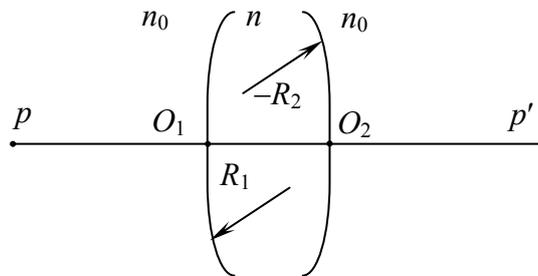


Рис. 1.5

Линия, проходящая через центры обеих сферических поверхностей, называется *главной оптической осью* линзы. Тонкой линзой называется такая линза, у которой расстояние  $O_1O_2$  между ограничивающими поверхностями мало по сравнению с диаметром линзы. Используя выражения для оптической силы преломляющих поверхностей линзы (см. уравнение (1.17)), находящейся в однородной среде с коэффициентом преломления  $n_0$ , получим формулу тонкой линзы в виде:

$$\left(\frac{n}{n_0} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{F}, \text{ или } (n_{\text{отн}} - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{F} = D. \quad (1.18)$$

В формуле (1.18)  $F$  – *главное фокусное расстояние* линзы. Величина  $\frac{1}{F} = D$  называется *оптической силой* линзы и измеряется в *диоптриях*.

Пучок параллельных лучей, идущих от бесконечно удаленного источника, сходится в заднем фокусе линзы на расстоянии  $F$  от ее оптического центра. Лучи, исходящие из переднего фокуса линзы, после преломления пойдут параллельно главной оптической оси.

Если  $F > 0$ , то линза является *собирающей*, а если  $F < 0$  – *рассеивающей*.

## 1.5. Фотометрические величины

Свет материален и несет с собой определенный запас энергии. Для описания света вводится ряд фотометрических характеристик: *сила света*, *световой поток*, *освещенность*, *светимость*. Рассмотрим эти характеристики в отдельности.

**Сила света.** *Точечным источником света* называется такой источник света, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от источника до места наблюдения. Для характеристики точечных источников света используется *сила света*  $I$ , которая определяется как поток излучения источника, приходящийся на единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \quad (1.19)$$

где  $d\Phi$  – световой поток, излучаемый источником в пределах телесного угла  $d\Omega$ .

Если сила света  $I$  не зависит от направления, источник света называется *изотропным*. В этом случае

$$I = \frac{\Phi}{4\pi}, \quad (1.20)$$

где  $\Phi$  – полный световой поток, излучаемый источником по всем направлениям.

В случае протяженного источника можно говорить о силе света элемента  $ds$  его поверхности. Тогда под величиной  $d\Phi$  в соотношении (1.19) следует понимать световой поток, излучаемый элементом поверхности  $ds$  в пределах телесного угла  $d\Omega$ .

Единица силы света – *кандела* ( $кд$ ) – является одной из основных в Международной системе единиц (СИ). Кандела – сила света, испускаемого с площади  $1/60\,000\text{ м}^2$  сечения полного излучателя в перпендикулярном этому сечению направлении при температуре затвердевания платины (2042 К) при давлении  $101\,325\text{ Н/м}^2$ .

**Световой поток.** Единицей светового потока является *люмен* (лм). Он равен световому потоку, излучаемому изотропным источником силой света 1 кд в пределах телесного угла в 1 стерадиан:

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ кд} \cdot 1 \text{ стер.} \quad (1.21)$$

Опытным путем установлено, что световому потоку в 1 лм, образованному излучением с длиной волны  $\lambda = 555 \text{ нм}$ , соответствует поток энергии в 0,0016 Вт. Величина

$$A = 0,0016 \text{ Вт/лм} \quad (1.22)$$

носит название *механического эквивалента света*.

**Освещенность.** Освещенность некоторой поверхности падающим на нее световым потоком характеризуется величиной

$$E = \frac{d\Phi_{\text{пад}}}{ds}, \quad (1.23)$$

где  $d\Phi_{\text{пад}}$  – световой поток, падающий на поверхность  $ds$ .

Единицей освещенности является *люкс* (лк), равный освещенности, создаваемой потоком в 1 лм, равномерно распределенным по поверхности в  $1 \text{ м}^2$ , т. е.

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм} \cdot 1 \text{ м}^2.$$

Освещенность  $E$ , создаваемую точечным источником света, удобно выражать через силу света  $I$ , расстояние  $r$  от поверхности до источника и угол  $\alpha$  между нормалью  $\vec{n}$  к поверхности и направлением на источник. На площадку  $ds$  (рис. 1.6) падает световой поток  $d\Phi_{\text{пад}} = Id\Omega$ , заключенный в пределах телесного угла  $d\Omega$ , опирающегося на поверхность  $ds$ .

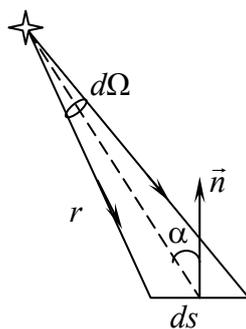


Рис. 1.6

$$\text{Угол } d\Omega = \frac{ds \cos \alpha}{r^2}, \text{ тогда } d\Phi_{\text{пад}} = \frac{Ids \cos \alpha}{r^2}. \text{ Поэтому}$$

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}. \quad (1.24)$$

**Светимость.** Протяженный источник света характеризуется *светимостью*  $R$  различных участков источника. Светимость представляет собой световой поток, испускаемый единицей поверхности источника по всем направлениям:

$$R = \frac{d\Phi_{\text{исп}}}{ds}, \quad (1.25)$$

где  $d\Phi_{\text{исп}}$  – поток, испускаемый наружу по всем направлениям элементом поверхности  $ds$  источника.

Светимость может иметь место при отражении поверхностью падающего на нее света. В этом случае величина  $d\Phi_{\text{исп}}$  в формуле (1.25) есть поток, отраженный элементом поверхности  $ds$  по всем направлениям. Светимость измеряется в тех же единицах, что и освещенность, т. е. в люксах.

**Яркость.** Светимость характеризует излучение света данным элементом поверхности по всем направлениям. Для характеристики излучения света в заданном направлении служит *яркость*  $B$ . Яркость определяется как отношение силы света элементарной поверхности  $\Delta S$  в данном направлении к проекции площадки  $\Delta S$  на плоскость, перпендикулярную к взятому направлению.

Выделим пучок, опирающийся на элемент поверхности  $\Delta S$  и образующий телесный угол  $d\Omega$ ; ось пучка составляет угол  $\theta$  с нормалью  $\vec{n}$  к площадке  $\Delta S$  (рис. 1.7).

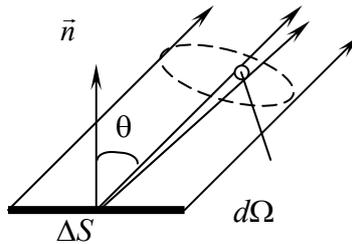


Рис. 1.7

Видимая поверхность элемента в направлении оси равна  $\Delta S \cos \theta$ . Пусть поток, посылаемый ею в телесный угол  $d\Omega$ , равен  $d\Phi$ . Данный поток пропорционален видимой поверхности излучателя  $\Delta S \cos \theta$  и величине телесного угла  $d\Omega$ . Обозначим этот коэффициент через  $B_\theta$ . Тогда  $d\Phi = B_\theta \Delta S \cos \theta d\Omega$ , откуда

$$B_{\theta} = \frac{d\Phi}{\Delta S \cos\theta d\Omega}. \quad (1.26)$$

Коэффициент  $B_{\theta}$  носит название **яркости** источника по направлению, определяемому углом  $\theta$ . Таким образом, яркостью в данном направлении называется поток, посылаемый в данном направлении единицей видимой поверхности внутрь единичного телесного угла.

Источники, яркость которых одинакова по всем направлениям, называются **ламбертовскими**.

Светимость  $R$  и яркость  $B$  ламбертовского источника связаны простым соотношением:

$$R = \pi B. \quad (1.27)$$

Единицей яркости служит кандела на квадратный метр (кд/м<sup>2</sup>).

## 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### 2.1. Когерентность и монохроматичность световых волн

На основании волновой природы свет представляет собой волну электрического поля  $E$  и волну магнитного поля. Плоская электромагнитная волна, распространяющаяся вдоль оси  $x$ , описывается уравнениями:

$$\begin{cases} E = E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha), \\ H = H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha). \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $\omega$  – циклическая частота;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число;  $\alpha$  – начальная фаза.

Значение начальной фазы  $\alpha$  определяется выбором начал отсчета  $t$  и  $x$ . При рассмотрении одной волны начала отсчета времени и координаты обычно выбирают так, чтобы значение  $\alpha$  было равным нулю.

Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие виды действия света вызываются колебаниями электрического вектора, который называют **световым вектором**. По этой причине при дальнейшем изложении материала будем пользоваться первым уравнением из системы (2.1).

При расчетах сложения двух волн будем считать, что электрические колебания от двух источников света  $S_1$  и  $S_2$  происходят в одном направлении, циклические частоты этих колебаний  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Тогда вызываемые ими колебания в произвольной точке  $M$  (рис. 2.1) будут описываться уравнениями:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 r_1) = E_{01} \cos \Phi_1; \quad (2.2)$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 r_2) = E_{02} \cos \Phi_2, \quad (2.3)$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  – фазы колебаний от источников  $S_1$  и  $S_2$  в точке  $M$ . Результат сложения колебаний представляется соотношением:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \cos \Phi. \quad (2.4)$$

В свою очередь  $E_0$  определяется соотношением:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (2.5)$$

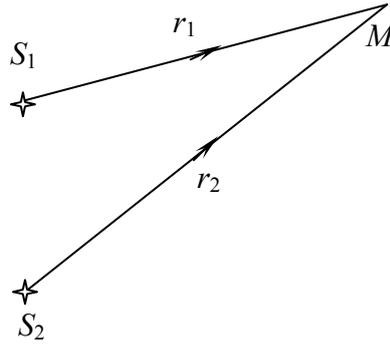


Рис. 2.1

Рассмотрим два возможных случая.

1. Разность фаз  $\Phi_2 - \Phi_1$  в точке  $M$  изменяется со временем. Такие волны и возбуждаемые их источники называются **некогерентными**. При наложении некогерентных волн амплитуда  $E_0$  результирующих колебаний в точке  $M$  среды зависит от времени и изменяется в пределах от  $|E_{01} - E_{02}|$  до  $E_{01} + E_{02}$ . Циклическая частота колебаний амплитуды  $E_0$  совпадает с циклической частотой изменения  $\Phi_2 - \Phi_1$ , т. е. равна  $\omega_2 - \omega_1$ . Поскольку для световых волн эта частота велика и составляет порядка  $10^{14} \text{ с}^{-1}$ , то любой регистрирующий прибор будет фиксировать некоторое среднее значение результирующей амплитуды, т. е.

$$\bar{E}_0^2 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \bar{E}_0^2 dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\Phi_2 - \Phi_1) dt$$

и

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2\frac{1}{\tau} E_{01}E_{02} \int_0^{\tau} \cos(\Phi_2 - \Phi_1) dt. \quad (2.6)$$

Так как за время  $\tau$  разность изменяется на  $2\pi$ , то

$$\int_0^{\tau} \cos(\Phi_2 - \Phi_1) dt = 0 \quad \text{и} \quad E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2. \quad (2.7)$$

Поскольку интенсивность  $I = E^2$ , то при сложении некогерентных волн будем иметь:

$$I = I_1 + I_2, \quad (2.8)$$

т. е. при сложении некогерентных волн интенсивность равна сумме интенсивностей складываемых волн.

2. Пусть складываются две волны и разность их фаз не зависит от времени, т. е.  $\Phi_2 - \Phi_1 = \text{const}$ . Это значит, что  $\omega_2 t - k_2 r_2 - \omega_1 t + k_1 r_1 = \text{const}$ . Это условие может выполняться, если  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$ . Тогда  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{2\pi}{\lambda_2} = k_2$ , т. е.  $\lambda_1 = \lambda_2$ . Таким образом, световые излучения с одинаковой длиной волны и разностью фаз, независимой от времени, называются *когерентными*. В этом случае  $\Phi_2 - \Phi_1 = (r_2 - r_1)k$  и результирующая амплитуда определяется соотношением:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos[k(r_2 - r_1)]. \quad (2.9)$$

Амплитуда результирующего колебания будет максимальной, если  $\cos[k(r_2 - r_1)] = 1$ , т. е. при

$$k(r_2 - r_1) = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (2.10)$$

Подставив  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  в формулу (2.10), получим:

$$r_2 - r_1 = m\lambda, \quad (2.11)$$

где  $r_2 - r_1$  – геометрическая разность хода интерферируемых лучей.

В случае распространения когерентных световых волн в среде с показателем преломления  $n$  условие максимума определяется величиной

$$n(r_2 - r_1) = m\lambda, \quad (2.12)$$

где  $n(r_2 - r_1)$  – оптическая разность хода.

В частном случае, если  $E_{01} = E_{02}$ , то  $E_0^2 = 4E_{01}^2$  или  $I_0 = 4I_{01}$ . Такой результат обусловлен перераспределением энергии при интерференции.

Амплитуда результирующего колебания минимальна ( $E_0 = |E_{01} - E_{02}|$ ) во всех точках  $M$ , для которых

$$k(r_2 - r_1) = (2m + 1)\pi, \quad \text{или} \quad r_2 - r_1 = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (2.13)$$

В заключение сказанного отметим, что интерференция волн – явление усиления или ослабления амплитуды результирующей волны в зависимости от соотношения между фазами складывающихся в пространстве двух (или нескольких) волн одинаковой длины. Интерференция имеет место для всех волн независимо от их природы.

## 2.2. Методы получения когерентных источников

Два независимых источника света не когерентны и не дают устойчивой картины интерференции. Объясняется это тем фактом, что излучение отдельными атомами вещества не связано между собой (спонтанное излучение). Когерентным излучением является лазерное излучение, в основе которого лежат вынужденные переходы, когда вынужденный квант (цуг волны) не отличается от вынуждающего по длине волны, фазе и поляризации.

В случае естественного света создать две когерентные волны можно только искусственно, разделив один световой пучок на два. Существует несколько способов получения когерентных источников с помощью этого приема. Разберем их более подробно.

1. **Щели Юнга.** В опыте Юнга (рис. 2.2) свет из точечного источника  $s$  проходит через два равноудаленных отверстия  $A_1$  и  $A_2$ , которые можно рассматривать как два когерентных источника. Интерференционная картина наблюдается на экране  $E$ , расположенном на некотором расстоянии параллельно  $A_1A_2$ . Усиление или ослабление света в произвольной точке  $M$  экрана зависит от разности хода лучей  $r_2 - r_1$ .

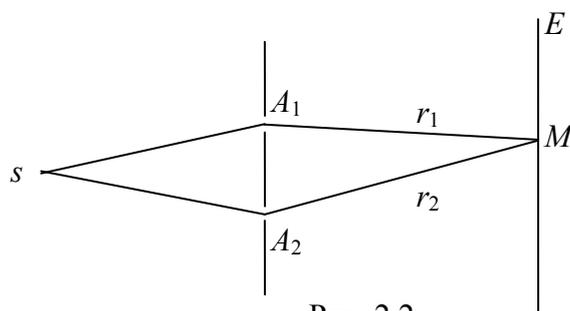


Рис. 2.2

2. **Зеркала Френеля.** Зеркала Френеля представляют собой два плоских зеркала  $M_1$  и  $M_2$ , расположенных друг к другу под углом, близким к  $180^\circ$  (рис. 2.3). Источник  $s$  испускает свет, отражающийся от обоих зеркал и падающий на экран  $E$ . По законам отражения от плоского зеркала лучи, отраженные от зеркала  $M_1$ , как бы исходят от мнимого источника  $S_1$ , а лучи, отраженные от зеркала  $M_2$ , – от мнимого источника  $S_2$ . Мнимые источники  $S_1$  и  $S_2$  образованы от одного источника  $S$  и поэтому являются когерентными, и исходящие из них пучки лучей пересекаются и интерферируют в области, заштрихованной на рис. 2.3. На экране  $E$  наблюдается интерференция, результат которой зависит от разности хода лучей.

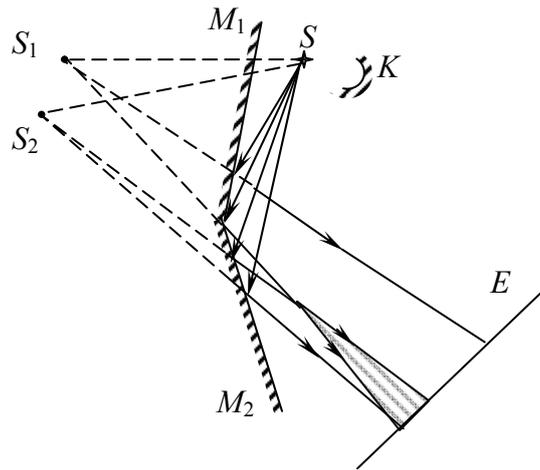


Рис. 2.3

**3. Бипризма Френеля.** Бипризма Френеля представляет собой двойную призму с преломляющим углом, близким к  $0^\circ$  (рис. 2.4). В случае бипризмы Френеля мнимые когерентные источники  $S_1$  и  $S_2$  возникают в результате преломления в бипризме. Интерференционная картина наблюдается в заштрихованной области, и ее результат зависит от разности хода интерферирующих лучей.

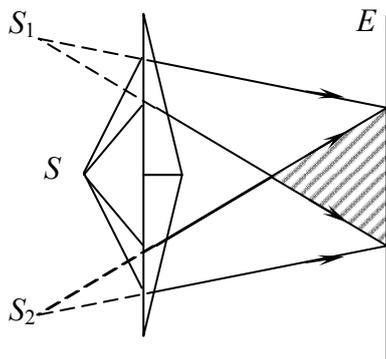


Рис. 2.4

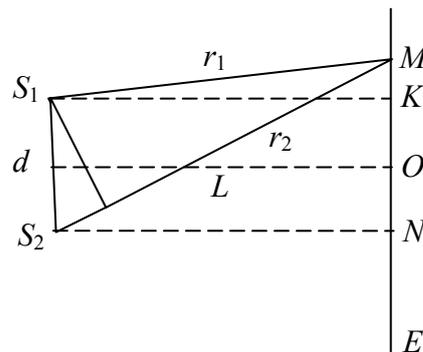


Рис. 2.5

### 2.3. Расчет интерференции в общем случае

Расчет интерференционной картины при различных методах получения когерентных источников, рассматриваемых выше, проведем в общем случае.

Пусть два когерентных источника  $S_1$  и  $S_2$  находятся на расстоянии  $d$  друг от друга. Результат интерференции фиксируем в точке  $M$  на экране  $E$ , отстоящем от источников на расстоянии  $L$  (рис. 2.5). Рассматривается

случай, когда  $L \gg d$ . Пусть  $OM = x$ ,  $OK = ON = \frac{d}{2}$ . Из двух прямоугольных треугольников ( $S_2MN$  и  $S_1MK$ ) имеем:

$$\begin{cases} r_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2, \\ r_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2. \end{cases} \quad (2.14)$$

Простые преобразования системы уравнений (2.14) приводят к соотношению:

$$r_2^2 - r_1^2 = 2dx, \quad (2.15)$$

или  $\Delta \cdot 2L = 2dx$ , откуда разность хода

$$\Delta = r_2 - r_1 = \frac{xd}{L}. \quad (2.16)$$

Для условия максимума при интерференции ( $\Delta = m\lambda$ ) координаты этих точек равны:

$$x_{\max} = \frac{m\lambda L}{d} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (2.17)$$

Условие минимума при интерференции выполняется при разности хода интерферируемых лучей  $\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ . В этом случае координаты точек минимума определяются соотношением:

$$x = \frac{(2m + 1)L\lambda}{2d}. \quad (2.18)$$

Определим ширину интерференционной полосы  $\Delta x$ , которая представляет собой расстояние между двумя соседними максимумами:

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{(m + 1)\lambda L}{d} - \frac{m\lambda L}{d} = \frac{\lambda L}{d}. \quad (2.19)$$

Анализ соотношения (2.19) показывает, что для реального наблюдения интерференционной картины необходимо выполнение условия  $d \ll L$ . Для реализации этого условия зеркала Френеля ориентированы под углом, близким к  $180^\circ$ , а преломляющий угол в бипризме Френеля близок к  $0^\circ$ .

## 2.4. Интерференция света в тонких пластинках

Большой практический интерес представляет интерференция при отражении от тонких прозрачных пластинок. Рассмотрим подробно картину интерференции света при отражении от тонкой плоскопараллельной пластинки толщиной  $d$  с показателем преломления  $n$  (рис. 2.6).

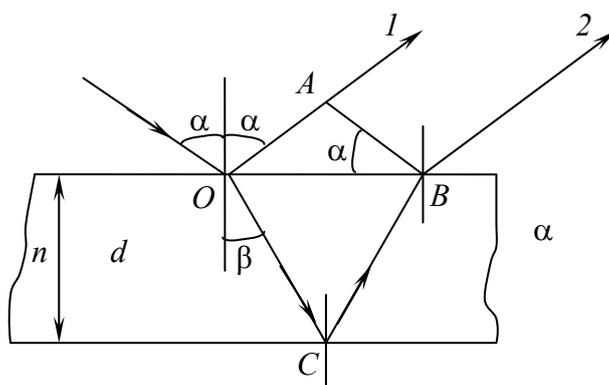


Рис. 2.6

Пусть на эту пластинку из воздуха ( $n_{\text{в}} \approx 1$ ) падает параллельный пучок света под углом  $\alpha$ . В точке падения  $O$  часть света отражается (луч  $1$ ), часть преломляется и после отражения от нижней грани пластинки (точка  $C$ ) и преломления на верхней грани (точка  $B$ ) образует луч  $2$ . Лучи  $1$  и  $2$  образованы из падающего луча и поэтому являются когерентными и могут интерферировать. Определим разность хода  $\Delta$  лучей  $2$  и  $1$ . Из геометрии рис. 2.6 видно, что

$$\Delta = n(OC + OB) - OA = 2nOC - OA. \quad (2.20)$$

С учетом простых тригонометрических соотношений и закона преломления на верхней грани пластинки оптическая разность хода лучей  $2$  и  $1$  определяется соотношением:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (2.21)$$

При вычислении разности фаз  $\delta$  между колебаниями в лучах  $1$  и  $2$  необходимо кроме оптической разности хода  $\Delta$  учитывать то обстоятельство, что при отражении луча от более плотной среды фаза колебаний светового вектора  $\vec{E}$  световой волны претерпевает изменение на  $\pi$ . По этой причине разность хода между лучами  $1$  и  $2$  можно учесть, добавив (или отняв) половину длины волны в вакууме. Тогда в конечном итоге получим:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \quad (2.22)$$

При освещении монохроматическим светом пластинка будет светлой, если  $\Delta = 2m\frac{\lambda}{2}$ , и темной, если  $\Delta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ . В рассматриваемом примере ( $\lambda = \text{const}$ ,  $d = \text{const}$ ) результат интерференции зависит от угла падения  $\alpha$ . В этом случае явление называют **интерференцией равного наклона**. Если толщина  $d$  пластинки неодинакова (клин), то на ее поверхности будут наблюдаться полосы, отвечающие участкам равной толщины, причем те участки, для которых  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2m\frac{\lambda}{2}$ , будут светлыми, а участки, на которых  $2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}$ , будут темными. В соответствии с этим светлые и темные полосы называют **полосами равной толщины**.

При освещении плоскопараллельной пластинки белым светом условие максимума будет наблюдаться только для одной определенной длины волны, и вся поверхность окрасится в один определенный цвет, причем с изменением наклона падающего луча цвет окраски будет меняться. Для пластинок и пленок переменной толщины (клин, пленка масла на поверхности воды) эта окраска будет различна на различных участках.

## 2.5. Применение явления интерференции света

Явление интерференции света обусловлено волновой природой света, и количественные закономерности зависят от длины волны  $\lambda$ . Измеряя расстояние между полосами в опыте с бипризмой Френеля (см. формулу (2.19)), можно определить длины волн световых лучей.

Вторым практическим применением интерференции является так называемая *просветленная оптика*. Рассмотрим это явление более подробно. Световой поток, падающий на линзу оптического прибора, частично проходит через линзу, а частично отражается. Современные оптические приборы содержат большое количество линз, и частичное отражение света на многочисленных поверхностях заметно снижает интенсивность полезно используемого света.

Для уменьшения отражения света поверхность линзы покрывается тонким прозрачным слоем определенной толщины  $d$ . При наличии

пленки падающий свет отражается дважды: от границы воздух – пленка и от границы пленка – линза. Показатель преломления  $n_{\text{пл}}$  и толщина  $d$  пленки подбираются так, чтобы оба отраженных луча были в противоположной фазе и гасили друг друга. Поскольку при интерференции энергия света не исчезает, а перераспределяется в пространстве, то гашение отраженного луча сопровождается увеличением интенсивности луча, прошедшего внутрь оптической системы.

Для того чтобы условия отражения (потеря половины длины волны) на обеих границах раздела были одинаковы, показатель преломления пленки  $n_{\text{пл}}$  должен быть промежуточным между единицей и показателем преломления линзы  $n$ . Для взаимного гашения отраженных лучей их оптическая разность хода  $2dn_{\text{пл}}$  должна быть равна половине длины волны  $\lambda_0/2$ . Тогда толщина пленки определяется из условия

$$d = \frac{\lambda_0}{4n_{\text{пл}}} = \frac{\lambda}{4}, \quad (2.23)$$

где  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n_{\text{пл}}}$  – длина волны света в веществе пленки.

Наиболее полное гашение имеет место, когда

$$n_{\text{пл}} = \sqrt{n}. \quad (2.24)$$

Из соотношения (2.23) следует, что невозможно добиться одновременного гашения для всех длин волн видимого спектра. Практически расчеты проводятся для длины волны света  $\lambda = 555$  нм, так как в солнечном свете на данной длине волны наибольшая энергия излучения.

Третья группа практических применений интерференции – это прецизионные измерения, главным образом линейных размеров тел и показателя преломления вещества. Приборы, служащие для этой цели, называются *интерферометрами*. К настоящему времени разработан целый ряд интерферометров, при помощи которых решаются определенные задачи. Мы рассмотрим работу *интерферометра А. Майкельсона*, сыгравшего огромную роль в истории науки.

Параллельный пучок света от источника  $s$  падает под углом  $45^\circ$  на полупрозрачную плоскопараллельную стеклянную пластинку  $P_1$ , покрытую тонким слоем серебра (рис. 2.7). Половина упавшего светового пучка отражается пластиной  $P_1$  в направлении луча  $1$ , половина проходит сквозь пластинку и распространяется в направлении луча  $2$ . Пучок  $1$  отражается от зеркала  $M_1$  и пластинкой  $P_1$  делится на два равных по интенсивности пучка. Один из них проходит сквозь пла-

стинку и образует пучок  $1'$ . Пучок 2, отразившись от зеркала  $M_2$ , возвращается к пластинке  $P_1$  и, отразившись от нее, образует луч  $2'$ .

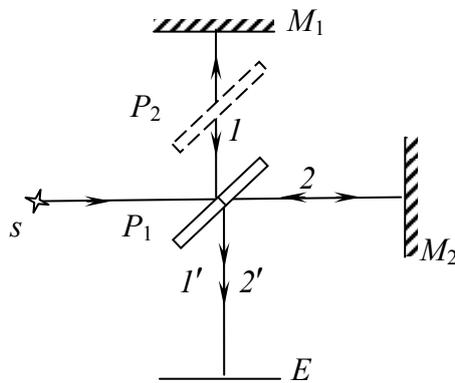


Рис. 2.7

Пучки света  $1'$  и  $2'$  когерентны и обладают одинаковой интенсивностью. Результат интерференции этих пучков зависит от оптической разности хода от пластинки  $P_1$  до зеркал  $M_1$  и  $M_2$  и обратно. Луч 2 проходит толщину пластинки  $P_1$  трижды, луч  $1$  – один раз. Чтобы скомпенсировать возникшую при этом оптическую разность хода, на пути луча  $1$  устанавливают пластинку  $P_2$ , такую же, как и  $P_1$  (не посеребренная). Интерференционная картина наблюдается на экране  $E$ .

В зависимости от разности хода интерферируемых лучей зрительное поле на экране (в центре) окажется светлым или темным. При перемещении зеркала  $M_2$  на расстояние, равное  $\lambda / 4$ , разность хода обоих лучей увеличится на  $\lambda / 2$  и произойдет смена освещенности зрительного поля. Отмеченный факт указывает на измерение линейных размеров или показателя преломления вещества с высокой точностью.

## 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

### 3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля

Рассмотренные выше законы геометрической оптики основаны на прямолинейном распространении света в однородной среде. Подтверждением прямолинейного распространения света служит образование тени позади непрозрачного препятствия, находящегося на пути света, излучаемого точечным источником.

Опыты показали, что закон прямолинейного распространения света нарушается при прохождении света сквозь достаточно узкие щели и отверстия малых размеров, а также при освещении непрозрачных препятствий малых линейных размеров. При этом на экране, установленном позади отверстий или препятствий, вместо четко разграниченных областей света и тени наблюдается система интерференционных максимумов и минимумов. В этом случае имеет место распространение света в область геометрической тени. Явления, возникающие при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями, получили название *дифракции света*.

Теория Х. Гюйгенса позволяет качественно объяснять явление дифракции света. Рассмотрим этот вопрос более подробно. Поверхность, до которой одновременно доходят волны, называется *фронтом волны*. Для точечного источника волновой фронт в однородной среде имеет форму сферы, а волны называются *сферическими*.

Если фронт волны представляет собой плоскость, то волна называется *плоской*. В этом случае лучи параллельны между собой.

При решении задач о распространении волн необходимо построить волновой фронт для некоторого момента времени по волновому фронту, заданному для начального момента времени. Это можно сделать с помощью метода, называемого принципом Гюйгенса. Согласно принципу Гюйгенса, *каждая точка среды, до которой дошла волна, сама становится источником вторичных сферических волн*. Колебание сохраняется только на внешней огибающей вторичных волн.

Рассмотрим в качестве примера применение принципа Гюйгенса для случая падения плоской волны на преграду с отверстием, размеры которого больше длины волны падающего света (рис. 3.1).

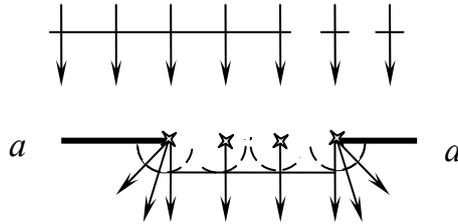


Рис. 3.1

Когда волновой фронт дойдет до преграды  $aa$ , каждая точка отверстия станет источником вторичных волн. Построив эти волны и проведя их огибающую, получим фронт волны, прошедший через отверстие. Этот фронт волны является плоским только в средней части, а у границ отверстия происходит загибание волнового фронта за преграду, т. е. имеет место дифракция света.

Дальнейшее развитие теории дифракции света и решение задачи о распределении интенсивности вдоль волнового фронта, т. е. количественное решение задачи, было выполнено О. Френелем.

Согласно О. Френелю, волну, приходящую в любую точку  $P$  от первичного источника  $S_0$ , необходимо рассматривать как результат интерференции когерентных вторичных волн, приходящих в эту точку от множества элементарных вторичных источников  $\Delta S_i$  некоторого волнового фронта  $S$  (рис. 3.2). Тогда интенсивность волны в точке  $P$  определяется путем суммирования интенсивностей вторичных волн (с учетом размеров вторичных источников  $\Delta S_i$ , их расстояния  $r_i$  до точки  $P$  и угла  $\alpha_i$  между направлениями  $r_i$  и нормалью  $\vec{n}$  к источнику  $\Delta S_i$ ).

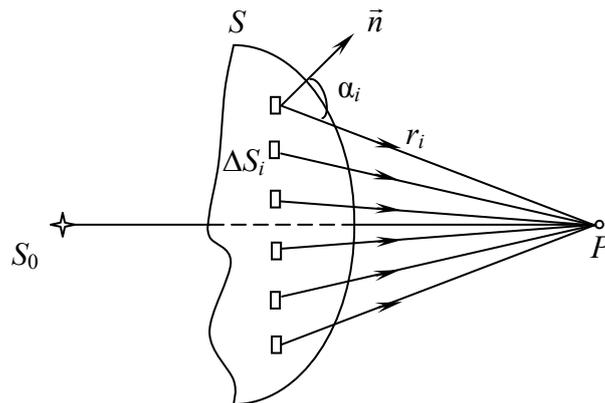


Рис. 3.2

Амплитуда вторичных волн пропорциональна площади вторичных источников  $\Delta S_i$  и в направлении, составляющем с нормалью  $\vec{n}$

угол  $\alpha_i$ , тем меньше, чем больше угол  $\alpha_i$ , и равна нулю при  $\alpha \geq \frac{\pi}{2}$ . Та-

ким образом, О. Френель исключил возможность возникновения «обратных вторичных волн», распространяющихся от вторичных источников внутрь области, ограниченной поверхностью  $S$ .

В общем случае определение амплитуды колебаний в точке  $P$  представляет собой чрезвычайно трудную задачу интегрирования.

Для упрощения решения задачи О. Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности  $S$  на зоны (*метод зон Френеля*). Точечный источник  $S_0$  находится на расстоянии  $R$  от волновой поверхности  $S$ , а точка наблюдения  $M$  – на расстоянии  $L$ . Способ построения зон О. Френеля иллюстрирует рис. 3.3. Границей первой (центральной) зоны служат точки поверхности  $S_1$ , находящиеся на расстоянии  $L + \frac{\lambda}{2}$  от точки  $M$ . Точки сферы  $S$ , находящиеся на расстоянии  $L + 2\frac{\lambda}{2}$ ,  $L + 3\frac{\lambda}{2}$  и т. д. от точки  $M$ , образуют границы 2-й, 3-й и т. д. зон Френеля.

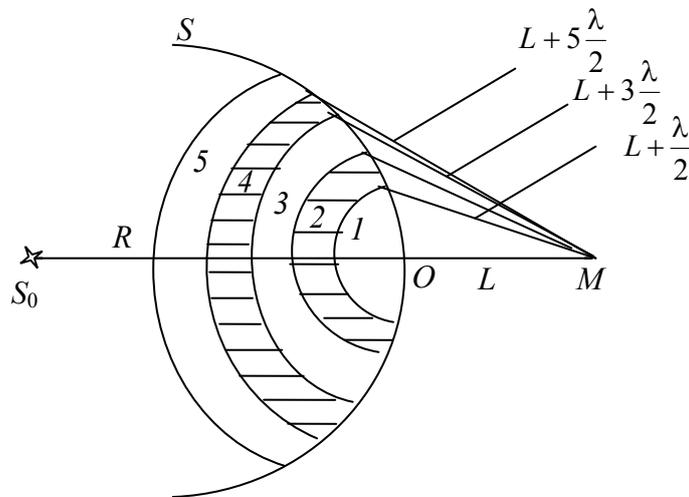


Рис. 3.3

При таком разбиении на зоны колебания, возбужденные в точке  $M$  двумя соседними зонами, противоположны по фазе и взаимно ослабляют друг друга. Поэтому амплитуда результирующих колебаний равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (3.1)$$

где  $A_1, A_2$  и т. д. – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й и т. д. зонами.

Величина  $A_i$  зависит от площади  $i$ -й зоны  $\sigma_i$  и угла  $\alpha_i$  между внешней нормалью к поверхности зоны и прямой, соединяющей точку зоны с точкой наблюдения  $M$ .

Покажем, что площади зон при указанном способе разбиения одинаковы. На рис. 3.4 точки  $B$  и  $B'$  соответствуют внешней границе  $i$ -й зоны,  $BC = r_i$  – радиус  $i$ -й зоны, а  $CO = h_i$  – высота шарового сегмента  $BOB'$ . Из прямоугольных треугольников  $S_0BC$  и  $MBC$  имеем:

$$r_i^2 = R^2 - (R - h_i)^2 = \left(L + \frac{i\lambda}{2}\right)^2 - (L + h_i)^2,$$

откуда после преобразований:

$$2(R + L)h_i = i\lambda L + \left(\frac{i\lambda}{2}\right)^2.$$

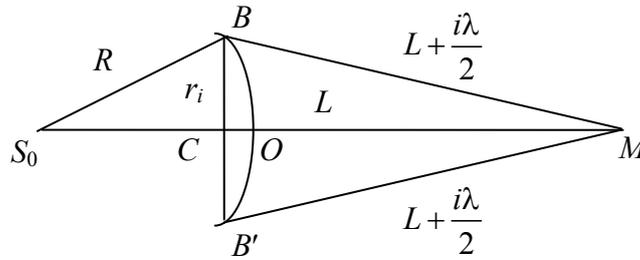


Рис. 3.4

Поскольку  $L \gg \lambda$ , то вторым членом в правой части равенства можно пренебречь по сравнению с первым. Тогда  $h_i = \frac{i\lambda L}{2(R + L)}$  и

$$r_i = \sqrt{2Rh_i} = \sqrt{\frac{i\lambda RL}{R + L}}.$$

Боковая поверхность шарового сегмента  $BOB'$  равна сумме площадей всех  $i$  зон:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \dots + \sigma_i = 2\pi R h_i = \frac{\pi R L \lambda}{R + L} i.$$

Полагая  $i = 1, 2, 3$  и т. д., будем иметь, что площади зон Френеля равны:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_i = \frac{\pi R L \lambda}{R + L}.$$

С другой стороны, с увеличением номера зоны увеличивается угол  $\alpha_i$  и в соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля уменьшается интенсивность излучения зоны в направлении точки  $M$ , т. е. уменьшается амплитуда  $A_i$ . Кроме того, с возрастанием номера зоны увеличивается расстояние  $r_i$ . С учетом этих факторов

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_i.$$

В пределах не слишком больших изменений  $i$  зависимость  $A_i$  от  $i$  является линейной:

$$A_i = \frac{A_{i-1} + A_{i+1}}{2}. \quad (3.2)$$

С учетом сказанного соотношение (3.1) можно представить в следующем виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}. \quad (3.3)$$

Соотношение (3.3) показывает, что результирующее действие в точке  $M$  полностью открытого фронта световых волн, возбуждаемых источником  $S_0$ , равно половине действия одной центральной зоны Френеля.

### 3.2. Дифракция сферических волн

Рассмотрим дифракцию сферических волн на круглом отверстии  $BC$  в непрозрачном экране (рис. 3.5). Дифракция наблюдается на экране  $E$ , параллельном плоскости отверстия  $BC$  и находящемся от него на расстоянии  $L$ . Точка  $M$  лежит против центра отверстия.

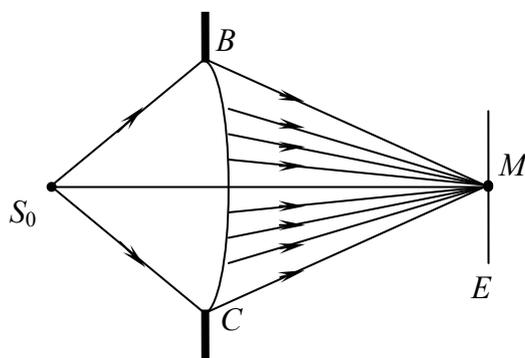


Рис. 3.5

Если в отверстие  $BC$  укладывается  $m$  зон Френеля, то в соответствии с формулами (3.1) и (3.2) амплитуда  $A$  результирующих колебаний в точке  $M$  зависит от четности или нечетности числа зон  $m$  и определяется соотношением:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - \dots + (-1)^{m-1} A_m = \begin{cases} \frac{A_1 + A_m}{2} & (m - \text{нечетное}), \\ \frac{A_1 + A_{m-1}}{2} - A_m & (m - \text{четное}). \end{cases}$$

Таким образом, при нечетном  $m$  в точке  $M$  будет наблюдаться интерференционный максимум, а при четном  $m$  – минимум. Максимум и минимум будут тем сильнее отличаться друг от друга, чем ближе величина  $A_m$  к  $A_1$ . При неизменном положении источника света число зон  $m$  зависит от диаметра отверстия и расстояния  $L$ . Поэтому при неизменном диаметре отверстия при приближении или удалении экрана  $E$  результат интерференции света в точке  $M$  будет изменяться.

В случае дифракции света на круглом непрозрачном диске  $BC$  (рис. 3.6) закрытый им участок фронта световой волны необходимо исключить из рассмотрения и строить зоны Френеля, начиная с края диска. Явление дифракции рассматривается на экране  $E$  в точке  $M$ , лежащей напротив центра диска на расстоянии  $L$ . Амплитуда  $A$  колебаний в точке  $M$  определяется совместным действием всех открытых зон Френеля, т. е.

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}.$$

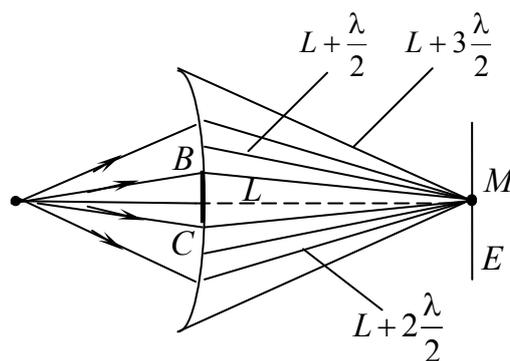


Рис. 3.6

Таким образом, в данном случае (за непрозрачным экраном) всегда наблюдается интерференционный максимум, соответствующий

половине действия первой открытой зоны Френеля. С увеличением радиуса диска первая открытая зона удаляется от точки  $M$  и увеличивается угол  $\alpha$  между нормалью к поверхности этой зоны в какой-либо ее точке и направлением излучения в точку  $M$ . По этой причине интенсивность центрального максимума ослабевает при увеличении размеров диска. Если радиус диска во много раз больше радиуса закрытой им центральной зоны Френеля, то позади диска наблюдается обычная тень. Отметим, что при этом размеры диска во много раз больше длины волны света. В данном случае можно пользоваться законом прямолинейного распространения света.

### 3.3. Дифракция плоских волн

Закономерности дифракции плоских волн были найдены И. Фраунгофером. Для получения параллельного пучка света (плоские световые волны) точечный источник света помещается в фокусе собирающей линзы. Результат дифракции света за препятствием исследуется с помощью второй собирающей линзы и экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы. Практический интерес представляют случаи дифракции на щели и дифракционной решетке. Рассмотрим эти случаи подробно.

Пусть на непрозрачный экран  $MN$  с узкой щелью  $BC$  шириной  $b$  падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda$  (рис. 3.7).

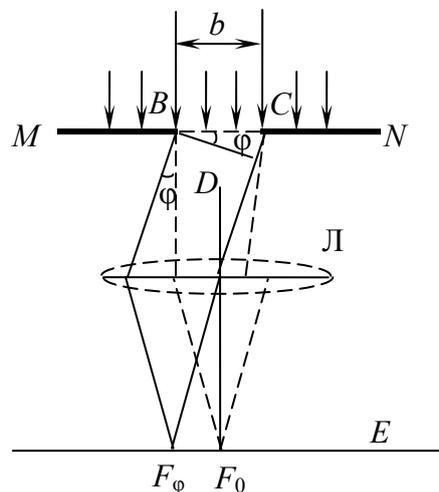


Рис. 3.7

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, точки щели являются вторичными источниками волн, колеблющимися в одной фазе. Если бы свет распространялся прямолинейно, то на экране  $E$ , установлен-

ном в фокальной плоскости собирающей линзы  $L$ , в точке  $F_0$  получилось бы изображение источника света. Вследствие дифракции на узкой щели  $BC$  на экране наблюдается система интерференционных максимумов, разделенных темными промежутками интерференционных минимумов.

В побочном фокусе  $F_\varphi$  собираются все параллельные лучи, падающие на линзу под углом  $\varphi$  к оптической оси линзы. Оптическая разность хода  $\Delta$  между крайними лучами, идущими от щели в этом направлении, равна:

$$\Delta = CD = b \sin \varphi. \quad (3.4)$$

Щель  $BC$  разобьем на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных ребру  $B$  щели. Ширина каждой зоны равна  $\frac{\lambda}{2} \sin \varphi$ , а

оптическая разность хода лучей, пришедших из краев зоны, равна  $\frac{\lambda}{2}$ .

Все зоны открытой щели излучают свет совершенно одинаково, и поэтому при интерференции двух соседних зон амплитуда результирующих колебаний равна нулю. По этой причине результат интерференции света в точке  $F_\varphi$  определяется количеством зон Френеля, которое укладывается на щели шириной  $b$ . Если число зон четное и

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (3.5)$$

то наблюдается *дифракционный минимум*.

Если число зон нечетное и

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (3.6)$$

то наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной зоны Френеля.

В направлении  $\varphi = 0$  наблюдается интенсивный центральный максимум нулевого порядка.

Рассмотрим дифракцию света на *дифракционной решетке*. Данный случай дифракции имеет большое практическое значение, так как лежит в основе спектральных приборов. Дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, разделенных непрозрачными промежутками, равными по ширине. На рис. 3.8 представлена дифракционная решетка и дифракция света на ней. Пусть  $a$  – ширина

прозрачных щелей, а  $b$  – ширина непрозрачных промежутков. Величина  $d = a + b$  называется *периодом дифракционной решетки*.

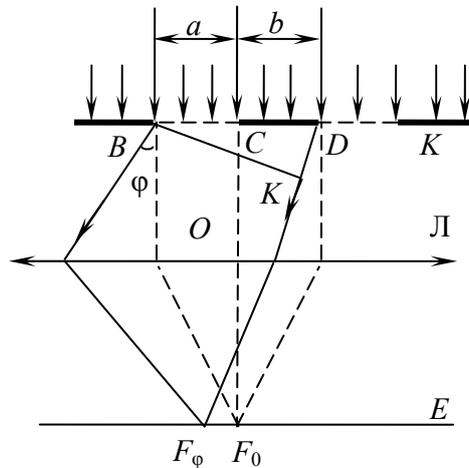


Рис. 3.8

При освещении дифракционной решетки монохроматическим светом дифракционная картина на экране  $E$  кроме дифракции обусловлена интерференцией от лучей из различных щелей решетки. При падении монохроматического излучения на поверхность решетки под прямым углом колебания во всех точках решетки происходят в одной фазе. Результирующая амплитуда  $A$  колебаний в точке  $F_\varphi$  экрана  $E$ , в которой собираются лучи от всех щелей решетки, падающие на линзу  $Л$  под углом  $\varphi$  к ее оптической оси  $OF_0$ , равна:

$$A = \sum_{i=1}^N A_i,$$

где  $A_i$  – вектор амплитуды колебаний, вызываемых действием одной  $i$ -й щели;  $N$  – число щелей в решетке.

В одном и том же направлении все щели решетки излучают свет одинаково, и поэтому  $|A_i| = A_\varphi$ . Сдвиг фаз между векторами  $A_i$  и  $A_{i+1}$  определяется разностью хода  $\Delta$  от схожих точек двух соседних щелей до точки  $F_\varphi$ . Разность хода при этом равна:

$$\Delta = DK = d \sin \varphi. \quad (3.7)$$

Из соотношения (3.7) вытекает следующее условие для главных максимумов:

$$d \sin \varphi = \pm m\lambda, \quad (3.8)$$

где  $m = 0, 1, 2, \dots$  – порядок главного максимума.

При выполнении соотношения (3.7) интенсивность света, дифрагировавшего на  $N$  щелей, возрастает не в  $N$ , а в  $N^2$  раз по сравнению с интенсивностью света, прошедшего через каждую щель. Это есть прямой результат интерференции дифрагировавших пучков, происходящей на правильной структуре.

Если на дифракционную решетку падает свет различной длины волны, то для разных значений  $\lambda$  положения всех главных максимумов, кроме центрального ( $m = 0$ ), не совпадают друг с другом. В этом случае на экране  $E$  наблюдаются *дифракционные* спектры первого, второго и т. д. порядков. Это свойство дифракционной решетки широко используется для исследования спектрального состава света и лежит в основе спектрального исследования излучаемого вещества.

Дифракционная решетка характеризуется разрешающей способностью, которая определяется соотношением:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (3.9)$$

где  $m$  – порядок спектра;  $N$  – общее число щелей решетки;  $\lambda$  и  $\lambda + \Delta\lambda$  – длины волн двух близких спектральных линий, еще разрешаемых решеткой.

Другой характеристикой дифракционной решетки является угловая дисперсия, которая определяется соотношением:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}. \quad (3.10)$$

Из соотношения (3.10) следует, что величина угловой дисперсии тем больше, чем больше порядок дифракции  $m$  и меньше период дифракционной решетки  $d$ .

### **3.4. Дифракция на пространственной решетке. Дифракция рентгеновских лучей**

Рассмотренное выше явление дифракции света, прошедшего через обычную дифракционную решетку, дает изменение интенсивности света только в одном направлении, перпендикулярном к оси каждой щели. Поэтому такую решетку называют *одномерной*. Рассмотрим дифракцию плоских волн на более сложных периодических структурах. Простейшая двумерная решетка представляет собой две сложенные одномерные решетки, щели которых взаимно перпендикулярны.

Дифракцию света на такой решетке можно рассматривать как результат совместного действия двух одномерных решеток. Систему координат  $XYZ$  выберем так, что ось  $Z$  будет перпендикулярна к плоскости решетки, а оси  $X$  и  $Y$  – перпендикулярны к щелям обеих решеток, периоды которых равны  $d_1$  и  $d_2$ . Пусть плоская монохроматическая волна распространяется вдоль оси  $Z$ . В этом случае главные максимумы двумерной решетки должны одновременно удовлетворять условию (3.8) для каждой из одномерных решеток:

$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm m_1 \lambda \text{ и } d_2 \sin \varphi_2 = \pm m_2 \lambda, \quad (3.11)$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – углы между направлением на главный максимум и осью  $Z$ , измеренные в плоскостях  $(X, Z)$  и  $(Y, Z)$ . Воспользуемся дополнительными углами  $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_1$  и  $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2$  и углом  $\alpha_3$  между этим направлением и осями  $X, Y, Z$ . Тогда формула (3.11) примет вид:

$$d_1 \cos \alpha_1 = \pm m_1 \lambda \text{ и } d_2 \cos \alpha_2 = \pm m_2 \lambda. \quad (3.12)$$

Угол  $\alpha_3$  определяется из условия для направляющих косинусов прямой:

$$\cos^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_3 = 1. \quad (3.13)$$

В этом случае дифракционная картина, получаемая на экране с помощью собирающей линзы, представляет собой систему светлых пятен, расположенных в определенном порядке на экране. Размеры этих пятен уменьшаются при увеличении числа щелей  $N_1$  и  $N_2$  обеих одномерных решеток.

Дифракция наблюдается также на трехмерных структурах, т. е. пространственных образованиях, обнаруживающих периодичность по трем не лежащим в одной плоскости направлениям. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Период этих структур слишком мал ( $\sim 10^{-4}$  мкм) в сравнении с длиной волны света, и поэтому наблюдать дифракцию в оптическом диапазоне невозможно. Условие  $d > \lambda$  в случае кристаллов выполняется только для рентгеновских лучей.

Рассмотрим кристалл, в узлах решетки которого находятся ионы. Пусть расстояние между соседними ионами равно  $d$ . Плоскости, проведенные через узлы, называют атомными слоями. Если падающая на кристалл волна плоская, огибающая вторичных волн, порождаемых узлами, лежащими в атомном слое, также будет плоской. Плоские вторичные волны, отразившиеся от разных атомных слоев, когерентны. Они будут интерферировать между собой. Из рис. 3.9 видно, что

разность хода двух волн, образовавшихся от соседних атомных слоев, равна  $2d \sin \Theta$ , где  $d$  – расстояние между слоями;  $\Theta$  – угол, дополнительный к углу падения и называемый **углом скольжения** падающих лучей. Следовательно, направления, в которых наблюдаются дифракционные максимумы, определяются условием

$$2d \sin \Theta = \pm m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (3.14)$$

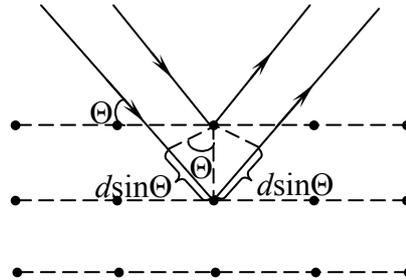


Рис. 3.9

Соотношение (3.14) впервые было получено Ю. Вульфом и У. Брэггом и называется формулой Вульфа – Брэгга.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения: она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения (*рентгеновская спектроскопия*) и для изучения структуры кристаллов (*рентгеноструктурный анализ*). Первое применение основано на том, что определяются направления максимумов, получающихся при дифракции исследуемого рентгеновского излучения от кристаллов с известной структурой. Длина волны при этом определяется по соотношению (3.14).

В методе структурного анализа пучок рентгеновского излучения сплошного спектра направляется на неподвижный монокристалл. Для каждой системы атомных слоев, достаточно густо усеянных атомами, в излучении находится длина волны, при которой выполняется условие (3.14). Поэтому на фотопластинке за кристаллом получается совокупность черных пятнышек. По расстояниям между ними и по их интенсивности определяется размещение атомов в кристалле и расстояние между ними.

### 3.5. Голография

**Голографией** называют систему методов записи и воспроизведения пространственной структуры монохроматических оптических полей. Между голографией и фотографией существует частичная общ-

ность, которая заключается в записи, хранении и воспроизведении зрительных образов объектов. При этом фотография позволяет записать лишь подобия плоских проекций распределения поверхностной освещенности объекта, в то время как голография дает возможность точно воссоздать пространственную структуру светового поля, рассеиваемого объектом.

Идея записи и воспроизведения структуры электромагнитных полей впервые была высказана и продемонстрирована Д. Габером. Широкое практическое осуществление идеи Д. Габера стало возможным только после создания лазеров, так как для голографии необходимы источники света с высокой пространственной и временной когерентностью при требованиях к мощности, несовместимых с возможностью обычных источников света.

На рис. 3.10, а представлена принципиальная оптическая схема для получения голограммы.

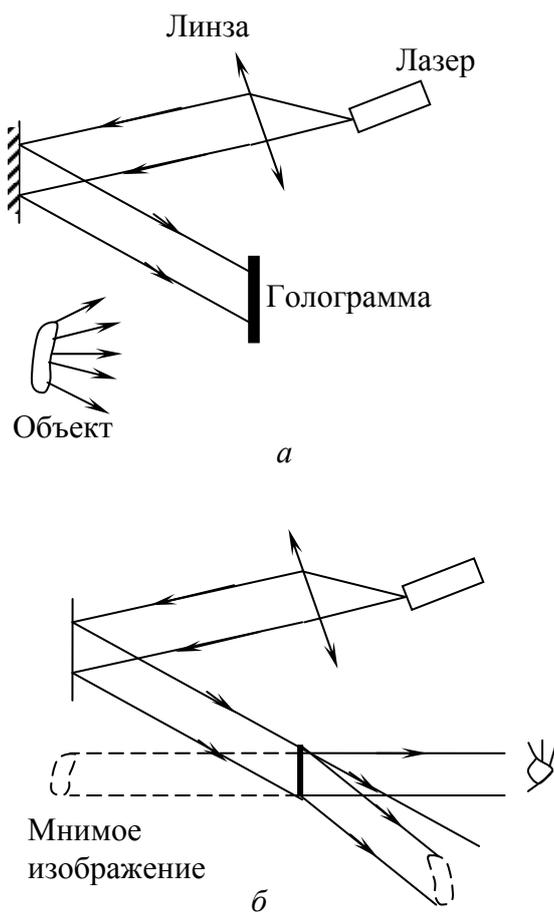


Рис. 3.10

Исследуемый объект освещается пучком света лазера, предварительно уширенным простым оптическим устройством. Рассеянная объектом световая волна, а также исходная («опорная») волна, отраженная от зеркала, падают на фотопластинку, на которой регистрируется возникающая интерференционная картина. Проявленная пластинка (голограмма) содержит всю информацию о виде исследуемого предмета. В принципе, голограмма представляет собой упорядоченную микроструктуру, возникающую в результате интерференции двух световых волн. Таким образом, голограмма обусловлена амплитудой и фазой световой волны.

Для восстановления волны убирают исследуемый предмет и помещают голограмму в то место, где находилась фотопластинка при фотографировании. Освещая ее светом того же лазера, через голограмму наблюдают изображение предмета, которое формируется там же, где находился объект (рис. 3.10, б). Получаемое объемное изображение кажется столь же реальным, как и сам предмет, причем в нем сохраняется такое же распределение освещенности. Одно из свойств голограммы состоит в том, что любой даже небольшой по площади участок голограммы содержит информацию об амплитуде и фазе предметной волны, отраженной от всех точек предмета. Поэтому каждый участок (кусочек) голограммы дает полное изображение объекта, качество которого, однако, зависит от площади этого куска, ухудшаясь с уменьшением его размеров.

## 4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

### 4.1. Естественный и поляризованный свет. Виды поляризации света. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Малюса

Согласно волновой природе свет представляет собой электромагнитную волну, состоящую из волн электрического и магнитного полей. Эти волны поперечны, и векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются перпендикулярно направлению распространения световой волны. Поскольку действие света на приемники обусловлено электрическим полем, то для описания поляризации света и ее законов будем использовать вектор  $\vec{E}$  электрического поля волны. Световая волна складывается из множества цугов волн, испускаемых отдельными атомами или молекулами вещества. При этом плоскость колебаний отдельного цуга ориентирована случайным образом. Поэтому в результирующей световой волне колебания вектора  $\vec{E}$  в разных направлениях равновероятны. Такой свет называется *естественным* (рис. 4.1, а). Свет, в котором направление колебаний упорядочено каким-либо образом, называется *поляризованным*. Если колебания светового вектора  $\vec{E}$  совершаются только в одной плоскости (рис. 4.1, в), свет называется *плоскополяризованным* (*линейно поляризованным*). Плоскость, в которой колеблется световой вектор, называется *плоскостью колебаний*. Во многих случаях свет бывает поляризованным частично и представляет собой промежуточное состояние между естественным и плоскополяризованным светом (рис. 1, б).

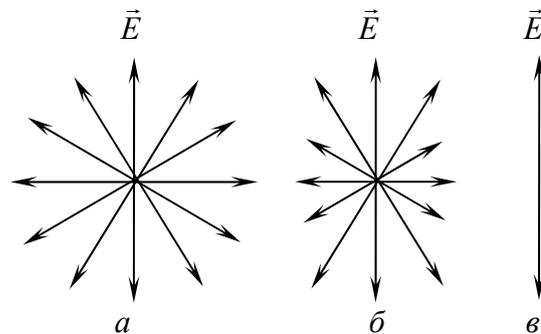


Рис. 4.1

Для характеристики частично поляризованного света вводится величина, называемая *степенью поляризации*  $P$ , которая определяется соотношением:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (4.1)$$

где  $I_{\max}$  – максимальная интенсивность света;  $I_{\min}$  – минимальная интенсивность света (отметим, что  $I = A^2$ );  $A$  – амплитуда колебаний.

Из выражения (4.1) видно, что если  $I_{\min} = 0$ , то  $P = 1$  – свет полностью линейно поляризован; если  $I_{\min} = I_{\max}$ , то  $P = 0$  – естественный свет.

При сложении двух когерентных плоскополяризованных волн, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, конец вектора  $\vec{E}$  суммарной волны в общем случае описывает эллипс. Такой свет называется *эллиптически поляризованным*. При разности фаз  $\alpha$ , кратной  $\pi$ , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При разности фаз, равной нечетному числу  $\pi/2$ , и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс вырождается в окружность. В этом случае свет поляризован по *кругу*.

Если на границу раздела двух диэлектрических сред падает естественный свет, то отраженный и преломленный лучи в общем случае оказываются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения, в преломленном луче – колебания параллельные плоскости падения. Степень поляризации этих лучей зависит от угла падения. Если на границу двух сред падает естественный свет интенсивностью  $I_0$ , то интенсивности компонентов отраженного света описываются формулами Френеля:

$$I_{\perp} = 0,5I_0 \left[ \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right]^2; \quad I_{\parallel} = 0,5I_0 \left[ \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \right]^2, \quad (4.2)$$

где  $I_{\perp}$  – интенсивность световых колебаний, совершающихся в направлении, перпендикулярном к плоскости падения;  $I_{\parallel}$  – интенсивность световых колебаний, совершающихся в направлении, параллельном плоскости падения света;  $\alpha$  – угол падения;  $\beta$  – угол преломления.

Если  $\alpha + \beta = 90$ , то  $I_{\parallel} = 0$ . В этом случае угол падения  $\alpha$  и относительный показатель преломления связаны соотношением:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_{21}. \quad (4.3)$$

Соотношение (4.3) представляет собой *закон Брюстера*. Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном  $\alpha_B$ , достигает максимального значения, однако этот луч поляризован частично.

Оптические устройства, которые пропускают свет с колебаниями электрического вектора  $\vec{E}$  в одной плоскости, называются *поляроидами*. Эти устройства могут выполнять две функции: получение плоскополяризованного света и анализ плоскополяризованного света. В первом случае они называются *поляризаторами*, во втором – *анализаторами*.

Пусть на анализатор падает плоскопараллельный свет амплитуды  $A_0$  и интенсивности  $I_0$  (рис. 4.2).

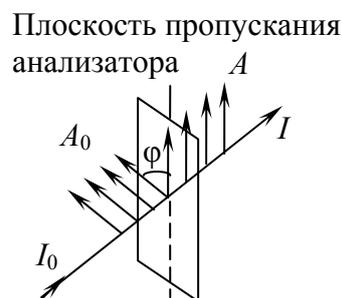


Рис. 4.2

Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой  $A = A_0 \cos \varphi$ , где  $\varphi$  – угол между плоскостью колебаний падающего света и плоскостью пропускания анализатора. Следовательно, интенсивность прошедшего света  $I$  определяется выражением:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (4.4)$$

Соотношение (4.4) носит название *закона Малюса*. Если на пути естественного света интенсивностью  $I_{\text{ест}}$  поставить два анализатора, плоскости пропускания которых образуют угол  $\varphi$ , то интенсивность света, прошедшего через эту систему, равна:

$$I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \varphi. \quad (4.5)$$

## 4.2. Оптическая анизотропия среды

Все вещества в оптическом отношении подразделяются на *изотропные* и *анизотропные*. Среда оптически изотропна, если скорость

света в каждой точке не зависит ни от направления распространения световой волны, ни от характера поляризации волны. В противном случае вещества оптически анизотропны.

Оптические свойства вещества однозначно определяются коэффициентом преломления  $n$  среды. В свою очередь, коэффициент преломления среды определяется электрическими свойствами атомов или молекул вещества, а точнее их поляризуемостью. Молекулы или атомы среды в зависимости от их строения могут быть электрически изотропными или анизотропными.

В первом случае их поляризуемость не зависит от направления, во втором – зависит. Отметим, что электрические свойства отдельных атомов или молекул среды еще не определяют полностью оптические свойства этой среды. Так, например, все газы, жидкости и аморфные твердые тела оптически изотропны, хотя молекулы в некоторых случаях электрически анизотропны. Это объясняется тем, что имеет место полная хаотичность ориентаций молекул.

Если среда находится в кристаллическом состоянии, то ее частицы располагаются в строгом порядке, образуя кристаллическую решетку. Оптическая анизотропия кристалла обуславливается электрической анизотропией образующих его частиц и анизотропией поля сил взаимодействия между частицами. Отметим, что кристаллы, обладающие высокой степенью симметрии решетки (кристаллы кубической системы), оптически изотропны. Все остальные кристаллы независимо от электрических свойств образующих их частиц оптически анизотропны.

Для оптически анизотропных веществ электрическая поляризуемость  $\alpha_e$  и относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 1 + \alpha_e$  неодинаковы в разных направлениях. Таким образом, оптическая анизотропия немагнитных кристаллов обусловлена анизотропией относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  или оптической анизотропией показателя преломления  $n$  (поскольку  $n = \sqrt{\epsilon}$ ).

Зависимость относительной диэлектрической проницаемости от направления может быть представлена простой графической интерпретацией. Для этого из произвольной точки  $O$  вещества проводят по всем направлениям радиус-векторы, длина которых равна:  $|\vec{r}| = \sqrt{\epsilon}$ . Поверхность, проходящая через концы радиус-векторов  $\vec{r}$ , в общем виде имеет формулу эллипсоида (рис. 4.3) и называется *оптической индикатрисой среды*. Оси симметрии этого эллипсоида взаимно перпендикулярны и определяют *три главных направления в среде*. В пря-

моугольной декартовой системе координат, оси  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  которой проведены вдоль главных направлений, уравнение оптической индикатрисы имеет вид:

$$\frac{x^2}{\varepsilon_x} + \frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z} = 1, \quad (4.6)$$

где  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$  – значения  $\varepsilon$  вдоль главных направлений, называемые *главными значениями диэлектрической проницаемости среды*.

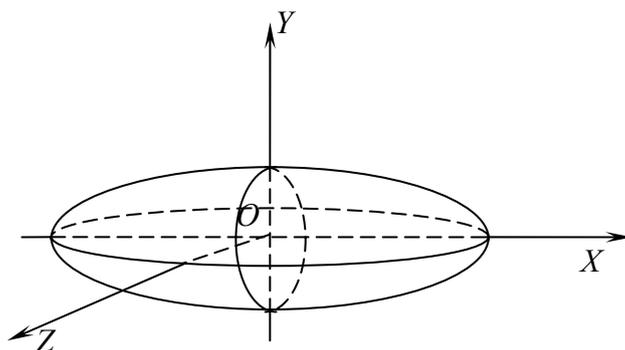


Рис. 4.3

Рассмотрим частные случаи оптической анизотропии, определяемые соотношением (4.6).

Если  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ , то оптическая индикатриса имеет формулу *сферы* и среда является *оптически изотропной*.

Если два главных значения  $\varepsilon$  одинаковы, например  $\varepsilon_y = \varepsilon_z \neq \varepsilon_x$ , то оптическая индикатриса имеет форму *эллипсоида вращения* вокруг оси  $OX$ . Плоскость  $YOZ$  пересекает этот эллипсоид по окружности. Анизотропные кристаллы, обладающие таким свойством, называются *одноосными*, а ось  $OX$  называется *оптической осью* одноосного кристалла в точке  $O$ . Для различных точек  $O$  кристалла оптические оси параллельны между собой.

Одноосный кристалл называется *оптически положительным*, если  $\varepsilon_x > \varepsilon_y = \varepsilon_z$ , т. е. если его оптическая ось направлена вдоль большей оси эллипсоида оптической индикатрисы. В противном случае ( $\varepsilon_x < \varepsilon_y = \varepsilon_z$ ) одноосный кристалл называется *оптически отрицательным*. Оптически положительными кристаллами являются кристаллы кварца ( $\text{SiO}_2$ ), рутила ( $\text{TiO}_2$ ), калонели ( $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ ), а оптически отрицательными – кристаллы кальцита, турмалина, апатита.

Анизотропный кристалл, у которого все три главных значения  $\epsilon$  различны ( $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$ ), называются *двуосными*. В этом случае оптическая индикатриса имеет форму *эллипсоида*.

В изотропных средах вектор электрического смещения  $\vec{D}$  всегда совпадает по направлению с вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и связан с ним соотношением  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ . В анизотропных средах связь между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  имеет вид:

$$D_x = \epsilon_0 \epsilon_x E_x; \quad D_y = \epsilon_0 \epsilon_y E_y \quad \text{и} \quad D_z = \epsilon_0 \epsilon_z E_z, \quad (4.7)$$

где  $D_x, D_y, D_z, E_x, E_y, E_z$  – проекции векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  на главные направления в среде. Поэтому в анизотропной среде вектор  $\vec{D}$  совпадает по направлению с вектором  $\vec{E}$  только в тех случаях, когда вектор  $\vec{E}$  параллелен одному из главных направлений:  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_x \vec{E}$ , если  $E_z = E_y = 0$ ;  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_y \vec{E}$ , если  $E_x = E_z = 0$  и  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_z \vec{E}$ , если  $E_x = E_y = 0$ . В одноосном кристалле, для которого  $\epsilon_y = \epsilon_z$ ,  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_x \vec{E}$ , если  $E_y = E_z = 0$  и  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_y \vec{E}$ , если  $E_x = 0$ . Во всех других случаях направления векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  различны.

Вследствие несовпадения направлений векторов  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$  линейно поляризованная монохроматическая волна в анизотропной среде характеризуется двумя тройками взаимно перпендикулярных векторов:  $\vec{D}, \vec{H}, \vec{v}$  и  $\vec{E}, \vec{H}, \vec{v}'$ . Вектор  $\vec{v}$  (*нормальная скорость волны*) представляет собой скорость распространения волновой поверхности вдоль нормали к ней. Скорость  $\vec{v}'$  (*лучевая скорость волны*) равна скорости переноса энергии волной. Нормальная скорость зависит от относительной диэлектрической проницаемости среды  $\epsilon$  в направлении, определяемом вектором  $\vec{D}$ :  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} = \frac{c}{n}$ . Если вектор  $\vec{D}$  плоской волны совпадает

с одним из главных направлений, то луч совпадает с нормалью к фронту волны, а лучевая скорость волны равна ее фазовой скорости:

$$v'_x = v_x = \frac{c}{n_x}; \quad v'_y = v_y = \frac{c}{n_y}; \quad v'_z = v_z = \frac{c}{n_z}, \quad (4.8)$$

где  $n_x, n_y, n_z$  – главные значения показателя преломления анизотропной среды.

В одноосном кристалле с оптической осью  $OX$  имеются два различных значения  $n$ , т. е.

$$n_x = n_e \text{ и } n_y = n_z = n_0. \quad (4.9)$$

Согласно теории Д. Максвелла, в анизотропном кристалле всякая плоская монохроматическая световая волна распадается на две плоские волны, которые линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и обладают различными нормальными и лучевыми скоростями. Для одноосного кристалла одна волна является *обыкновенной*, другая – *необыкновенной* со своими значениями  $n_0$  и  $n_e$ .

### 4.3. Двойное лучепреломление света

При прохождении естественного света через оптически анизотропные кристаллы световой луч разделяется на два луча (рис. 4.4). Это явление, получившее название *двойного лучепреломления*, впервые было обнаружено Э. Бартоломином для исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ). При двойном лучепреломлении один из лучей удовлетворяет закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью. Этот луч называется *обыкновенным* и обозначается  $o$  (для него коэффициент преломления  $n_0$ ). Для другого луча, называемого *необыкновенным* (обозначается  $e$ , коэффициент преломления для него  $n_e$ ) отношение синуса угла падения к синусу угла преломления не является постоянным и зависит от угла падения. Кроме того, необыкновенный луч не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. У кристалла исландского шпата  $n_0 > n_e$ . Поэтому угол преломления обыкновенного луча меньше, чем необыкновенного ( $\beta_0 < \beta_e$ ).

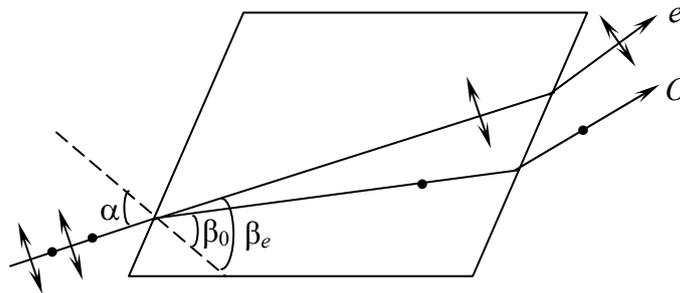


Рис. 4.4

Явление двойного лучепреломления наблюдается для всех прозрачных кристаллов, за исключением принадлежащих к кубической системе.

У каждого оптически анизотропного кристалла имеется направление, при распространении света вдоль которого не наблюдается явление двойного лучепреломления. Это направление называется **оптической осью** кристалла. Для одноосных кристаллов таких направлений одно, для двуосных – два. Отметим, что оптическая ось – это не прямая, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется **главной плоскостью** кристалла.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью линейно поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях. Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна к главному сечению кристалла, а колебания светового вектора в необыкновенном луче совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением. При падении на анизотропный кристалл естественного света интенсивности обыкновенного и необыкновенного лучей одинаковы.

#### 4.4. Получение линейно поляризованного света

В связи с тем, что при двойном лучепреломлении в кристалле образуются два луча, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях, получение поляризованного света сводится к выделению одного из названных лучей. Этот принцип используется для получения линейно поляризованного света в поляризационных призмах (призма Николя, Волостона, Аренса и др.). Рассмотрим принцип работы призмы Николя как наиболее классический пример.

Призма Николя представляет собой призму, вырезанную определенным образом из кристалла исландского шпата (продольное сечение ее показано на рис. 4.5). Передняя и задняя грани  $AB$  и  $CD$  наклонены к ребру  $AD$  под углом  $68^\circ$  и образуют с оптической осью  $MN$  кристалла угол  $48^\circ$ . Диагональная грань  $BD$  наклонена к ребрам  $AD$  и  $BC$  под углом  $22^\circ$ . По этой грани призма разрезана и склеена канадским бальзамом, показатель преломления которого ( $n_6 = 1,550$ ) имеет значение, промежуточное между значениями  $n_0$  и  $n_e$  для обыкновенного и необыкновенного лучей, т. е.  $n_e < n_6 < n_0$ .

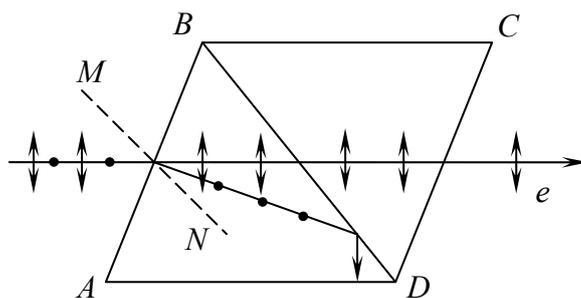


Рис. 4.5

Падая под углом, большим предельного, обыкновенный луч на плоскости  $BD$  претерпевает полное внутреннее отражение на границе шпат – бальзам и поглощается оправой призмы. Необыкновенный луч, для которого  $n_e < n_б$ , выходит из призмы линейно поляризованным.

У некоторых двоякопреломляющих кристаллов (например, турмалина) коэффициент поглощения света для двух взаимно перпендикулярных поляризаций луча отличается очень сильно. Тогда при небольшой толщине кристалла один из лучей гасится практически полностью, и из кристалла выходит линейно поляризованный свет. Различие коэффициентов поглощения света для разных поляризаций называется **дихроизмом поглощения**. Большинство поляризационных приборов работает на этом явлении.

## 4.5. Искусственная оптическая анизотропия

Оптическая анизотропия, как правило, обусловлена упорядоченностью атомов или молекул вещества. Т. Зеебек и Д. Брюстер обнаружили, что оптически изотропное твердое тело под влиянием механической деформации становится оптически анизотропным. Так, например, при одностороннем сжатии или растяжении стеклянной пластинки она приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением сжатия или растяжения. Мерой возникающей оптической анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей. Опыт показывает, что эта разность пропорциональна механическому напряжению  $\sigma$  в данной точке тела, т. е.

$$n_0 - n_e = k\sigma, \quad (4.10)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Если стеклянную пластинку  $Q$  поместить между скрещенными поляроидами  $P_1$  и  $P_2$  (рис. 4.6), то в отсутствии деформаций такая система свет не пропускает. Если же стеклянную пластинку подвергнуть деформации (растяжение, сжатие), свет будет проходить через систему и световое поле будет различной интенсивности. Каждая полоса одинаковой интенсивности соответствует одинаково деформированным местам пластинки. Следовательно, по характеру распределения интенсивности можно судить о распределении напряжений внутри пластинки.

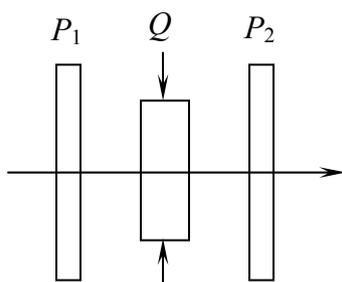


Рис. 4.6

Таким образом, на искусственном двойном лучепреломлении основывается оптический метод исследования напряжений. Изготовленная из прозрачного изотропного материала модель какой-либо детали или конструкции помещается между скрещенными поляроидами и подвергается действию нагрузок, аналогичных тем, какие будет испытывать само изделие. Наблюдаемая при этом картина позволяет определить распределение механических напряжений, а также судить об их величине.

Дж. Керр обнаружил, что жидкий или твердый изотропный диэлектрик, помещенный в сильное однородное электрическое поле, становится оптически анизотропным. Это явление получило название *эффекта Керра*. Его принципиальная экспериментальная схема представлена на рис. 4.7.

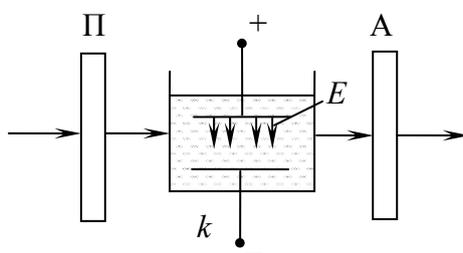


Рис. 4.7

На данном рисунке П и А – скрещенные поляризатор и анализатор, а  $k$  – ячейка Керра, представляющая собой кювету с исследуемой жидкостью, в которую погружены обкладки плоского конденсатора. Под действием однородного электрического поля в плоском конденсаторе жидкость поляризуется и приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$  напряженности поля конденсатора. Разность показателей преломления поляризованной жидкости для необыкновенного и обыкновенного лучей монохроматического света в направлении, перпендикулярном к вектору  $\vec{E}$ , пропорциональна  $E^2$  и равна:

$$n_e - n_0 = B\lambda E^2, \quad (4.11)$$

где  $\lambda$  – длина волны света в вакууме;  $B$  – константа Керра, которая зависит от вещества, длины волны и температуры.

Позднее было обнаружено явление Керра и для газов. Однако в этом случае постоянная Керра  $B$  на несколько порядков меньше, чем для жидкостей, что создает трудности обнаружения и исследования эффекта.

Ячейка Керра, находящаяся между скрещенными поляризатором и анализатором, создает между необыкновенным и обыкновенным лучами сдвиг фаз, равный:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_0 - n_e) = -2\pi dB E^2 = -\pi dB \frac{U^2}{a^2}, \quad (4.12)$$

где  $d$  – длина ячейки, равная длине пластин конденсатора;  $U = Ea$  – напряжение, подаваемое на конденсатор;  $a$  – расстояние между пластинками. При  $U = 0$  свет через систему не проходит. Максимум интенсивности проходящего света достигается при значении  $U_0$ , соответствующем  $\Delta\varphi = -\pi$ :

$$U_0 = \frac{a^2}{2dB}.$$

Практическое применение эффекта Керра заключается в модулировании интенсивности выходящего света при подаче на ячейку переменного напряжения. Кроме того, ячейка Керра используется в качестве быстродействующих оптических затворов. Инертность таких затворов лежит в пределах  $10^{-10}$ – $10^{-9}$  с (в зависимости от используемого вещества).

Позднее Э. Коттон и Х. Мутон обнаружили явление возникновения оптической анизотропии у изотропного вещества под влиянием

магнитного поля (*эффект Коттона – Мутона*). Разность показателей преломления вещества для необыкновенного и обыкновенного лучей, распространяющихся перпендикулярно к направлению оптической оси, т. е. вектора  $\vec{H}$  однородного магнитного поля, выражается формулой, аналогичной формуле (4.11) для эффекта Керра:

$$n_e - n_0 = C\lambda H^2, \quad (4.13)$$

где  $C$  – *постоянная Коттона – Мутона*, зависящая от природы вещества, длины волны света и температуры.

## 4.6. Вращение плоскости поляризации

Д. Араго обнаружил, что при прохождении линейно поляризованного света сквозь кристалл кварца вдоль его оптической оси плоскость поляризации света поворачивается вокруг направления луча. Дальнейшие исследования показали, что такое явление наблюдается во многих других веществах, называемых *оптически активными*. Все вещества, оптически активные в жидком состоянии, сохраняют это свойство и в кристаллическом состоянии. В то же время некоторые вещества, оптически неактивные в жидком состоянии, активны в кристаллическом. Следовательно, оптическая активность определяется как строением молекул, так и расположением их в кристаллической решетке.

В оптически активных кристаллах и чистых жидкостях угол поворота  $\varphi$  плоскости поляризации прямо пропорционален толщине  $l$  слоя вещества, пройденного светом:

$$\varphi = \alpha l, \quad (4.14)$$

Коэффициент  $\alpha$ , численно равный углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной длины, называется *удельным вращением*.

В растворах постоянная вращения  $\alpha$  прямо пропорциональна концентрации  $C$  оптически активного вещества, поэтому

$$\varphi = \alpha_0 Cl, \quad (4.15)$$

где  $\alpha_0$  – удельная постоянная вращения, зависящая от природы оптически активного вещества, растворителя, температуры и длины волны света.

Формула (4.15) лежит в основе точного метода определения концентрации  $C$  оптически активного вещества. Применяемые для этого приборы называются *поляриметрами* или *сахариметрами*.

Оптически неактивные вещества под действием внешнего магнитного поля приобретают способность вращать плоскость поляризации света, распространяющегося вдоль магнитного поля. Это явление получило название *эффекта Фарадея*. Угол поворота плоскости поляризации

$$\varphi = V l B,$$

где  $V$  – постоянная Верде, зависящая от природы вещества и длины волны света;  $l$  – длина пути света в поле;  $B$  – индукция внешнего магнитного поля.

## 5. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ВЕЩЕСТВОМ

### 5.1. Дисперсия света. Виды дисперсии света

При пропускании узкого пучка белого света через стеклянную призму на экране, установленном за призмой, наблюдается радужная полоса (рис. 5.1), которая называется *призматическим* или *дисперсионным спектром*. Спектр наблюдается на экране и в том случае, если система находится в вакууме. Из сказанного следует, что коэффициент преломления  $n$  стекла зависит от частоты света:  $n = n(\nu)$ . Исследования показали, что зависимость  $n$  от частоты света  $\nu$  присуща всем веществам. Это явление получило название *дисперсии света*.

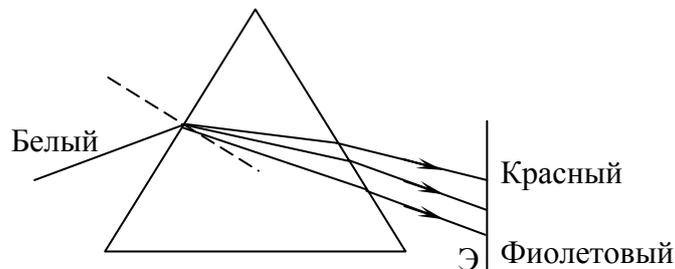


Рис. 5.1

По теории Д. Максвелла, скорость света в вакууме равна:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}},$$

где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные, которые не зависят от частоты света. Поэтому дисперсия света в веществе связана с зависимостью скорости света в этом веществе от фазовой скорости. Так как частота  $\nu$  обратно пропорциональна длине волны  $\lambda$  в вакууме  $\left( \nu = \frac{c}{\lambda} \right)$ , то дисперсию света можно характеризовать как зависимость  $n$  от  $\lambda$ :  $n = n(\lambda)$  и  $\nu = \nu(\lambda)$ .

Зависимости  $n$  от  $\lambda$  или  $\nu$  нелинейные, т. е.  $\frac{dn}{d\lambda} \neq \text{const}$  и  $\frac{dn}{d\nu} = \frac{dnd\lambda}{d\lambda d\nu} = -\frac{cdn}{\nu^2 d\lambda} \neq \text{const}$ . Для стекла в области видимого света  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$

$\left(\frac{dn}{d\nu} > 0\right)$ . Такая зависимость наблюдается у всех прозрачных веществ, т. е. в областях длин волн, удаленных от полос поглощения света веществом. В областях полос поглощения света веществом  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$   $\left(\frac{dn}{d\nu} < 0\right)$ . Дисперсия называется **нормальной**, если  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ , и **аномальной**, если  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ .

На явлении нормальной дисперсии основано действие *призменных спектрографов* и *спектроскопов*. Принципиальная схема спектрографа представлена на рис. 5.2.

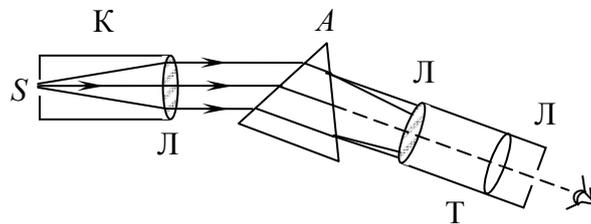


Рис. 5.2

Он состоит из трех основных частей: коллиматора К, призмы А и зрительной трубы Т. Щель S коллиматора находится в фокусе линзы Л<sub>1</sub>, поэтому падающий на призму свет представляет собой параллельный пучок. Свет, прошедший через призму, собирается объективом Л<sub>2</sub> зрительной трубы. В фокальной плоскости линзы Л<sub>2</sub> образуется дисперсионный спектр. Этот спектр рассматривается через окуляр Л<sub>3</sub> зрительной трубы Т. В призменном спектрографе линза Л<sub>3</sub> отсутствует, а изучаемый спектр регистрируется с помощью фотопластинки, помещенной в фокальной плоскости линзы Л<sub>2</sub>.

## 5.2. Классическая теория дисперсии света

Дисперсия света обусловлена взаимодействием электромагнитных волн с заряженными частицами вещества. Классическая теория дисперсии света была разработана после создания Г. Лоренцем электронной теории строения вещества.

Согласно теории Д. Максвелла, абсолютный показатель преломления  $n$  среды выражается соотношением:

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad (5.1)$$

где  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Величина  $\varepsilon$ , так же как и  $n$ , зависит от частоты  $\nu$  переменного электромагнитного поля. В переменном электрическом поле молекулы вещества не могут мгновенно изменить свою ориентацию, так как их момент инерции не равен нулю. В переменных полях высокой частоты (для света величина  $\nu$  составляет порядка  $10^{15} \text{ с}^{-1}$ ) ориентационная поляризация вещества с полярными молекулами практически отсутствует. В этом случае величина относительной диэлектрической проницаемости среды обусловлена только электронной поляризацией, т. е. вынужденными колебаниями электронов в атомах, молекулах или ионах среды под действием электромагнитного поля световой волны.

Рассмотрим подробнее классическую теорию дисперсии света. Диэлектрическая проницаемость среды равна:

$$\varepsilon = 1 + \chi_e = 1 + \frac{P_e}{\varepsilon_0 E}, \quad (5.2)$$

где  $\chi_e$  – диэлектрическая восприимчивость среды;  $P_e$  – проекция вектора поляризации на направление вектора напряженности  $\vec{E}$  электрического поля;  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

Тогда

$$n^2 = 1 + \frac{P_e}{\varepsilon_0 E}. \quad (5.3)$$

Для однородной среды

$$P_e = n_0 p_e, \quad (5.4)$$

где  $n_0$  – число атомов в единице объема;  $p_e$  – наведенный дипольный момент атома. Величина  $p_e$  определяется смещением только внешних, наименее связанных с ядром электронов атома (*оптических электронов*).

Для атомов с одним оптическим электроном

$$p_e = -ez \text{ и } P_e = -n_0 ez, \quad (5.5)$$

где  $e$  – абсолютная величина заряда электрона;  $z$  – смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

В конечном итоге имеем:

$$n^2 = 1 - \frac{n_0 ez}{\varepsilon_0 E}. \quad (5.6)$$

Таким образом, решение вопроса сводится к нахождению зависимости  $z$  от  $E$ .

На колеблющийся электрон действуют две силы:

1) возвращающая сила

$$F = -lE = -lE_0 \cos \omega t, \quad (5.7)$$

где  $E_0$  – амплитуда напряженности  $E$ ;  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота световой волны;

2) возвращающая квазиупругая сила

$$F_{\text{в}} = -kz,$$

где  $k = m\omega_0^2$  – коэффициент квазиупругой силы;  $\omega_0$  – частота собственных колебаний.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний электрона в этом случае имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -m\omega_0^2 z - eE_0 \cos \omega t, \quad (5.8)$$

откуда

$$z = \frac{-eE_0 \cos \omega t}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} = -\frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (5.9)$$

Из соотношений (5.6) и (5.9) имеем:

$$n = \sqrt{1 + \frac{n_0 e^2}{m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}}. \quad (5.10)$$

Таким образом, по мере увеличения  $\omega$  от 0 до  $\omega_0$  абсолютный показатель преломления среды возрастает от величины  $n(0) = \sqrt{1 + \frac{n_0 e^2}{m\epsilon_0 \omega^2}}$  до  $+\infty$ . При  $\omega = \omega_0$  значение  $n^2$  скачкообразно изменяется от  $+\infty$  до  $-\infty$ , а при дальнейшем увеличении  $\omega$  от  $\omega_0$  до  $+\infty$  значение  $n^2$  вновь монотонно возрастает от  $-\infty$  до 1. График этой зависимости представлен на рис. 5.3.

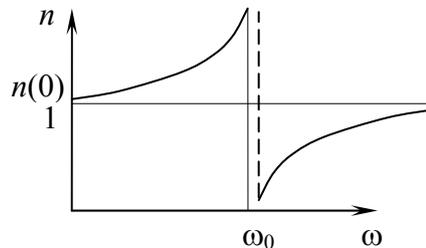


Рис. 5.3

Неограниченное возрастание  $n$  при  $\omega \rightarrow \omega_0$  физически не имеет смысла. Этот результат получен потому, что в рассмотренном выше выводе не учтены потери энергии, обусловленные излучением вторичных волн, соударением между излучающими атомами и другими причинами. Приблизительно все эти причины можно учесть, если предположить, что на колеблющийся электрон действует дополнительная сила сопротивления, пропорциональная его скорости:

$$F = -r \frac{dz}{dt}, \quad (5.11)$$

где  $r$  – коэффициент сопротивления.

Дифференциальное уравнение для электрона в данном случае имеет вид:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -r \frac{dz}{dt} - m\omega_0^2 z - eE_0 \cos \omega t. \quad (5.12)$$

Решение уточненного уравнения приобретает вид:

$$n = 1 + \frac{n_0 e^2}{2m\epsilon_0} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega)^2 + 4\beta^2 \omega^2}, \quad (5.13)$$

где  $\beta = \frac{r}{2m}$  – коэффициент затухания.

Поскольку  $\beta \ll \omega$ , то влияние затухания на зависимость  $n$  от  $\omega$  наблюдается только для  $\omega$  вблизи  $\omega_0$ .

### 5.3. Поглощение света веществом

Из опытов известно, что по мере распространения световой волны в веществе ее интенсивность постепенно уменьшается. Это явление называется *поглощением света в веществе*. Оно связано с преобразованием энергии электромагнитного поля волны в другие виды энергии (в частности, нагревание вещества).

Изменение интенсивности света на пути  $dl$  пропорционально величине этого пути и величине самой интенсивности:

$$dI = -kI dl, \quad (5.14)$$

где  $k$  – коэффициент поглощения, зависящий от свойств вещества. Из

формулы (5.13) следует, что  $\frac{dI}{I} = -k dl$  и  $\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^l k dl$ . Тогда

$$\ln \frac{I}{I_0} = -kl; \quad \frac{I}{I_0} = e^{-kl} \quad \text{и} \quad I = I_0 e^{-kl}, \quad (5.15)$$

где  $I$  – интенсивность вышедшего света;  $I_0$  – интенсивность падающего света;  $e$  – основание натурального логарифма.

Соотношение (5.15) носит название *закона Бугера*. При  $k = \frac{1}{l}$  интенсивность вышедшего света в  $e$  раз меньше падающего. Таким образом, физический смысл коэффициента поглощения: это единица, деленная на то расстояние, при прохождении которого интенсивность света уменьшается в  $e$  раз.

Коэффициент поглощения  $k$  для данного вещества зависит от длины волны света:  $k = k(\lambda)$ . Эта характеристика называется **спектром поглощения**. Для атомных систем спектр поглощения представляет собой отдельные линии (т. е. свет поглощается на длинах волн  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ).

Твердые тела, жидкости и газы при высоких давлениях дают широкие полосы поглощения.

Избирательным поглощением объясняется окраска в проходящем свете, наблюдаемая для многих растворов и твердых тел. На этом принципе работают светофильтры.

Как показали опыты, коэффициент поглощения не зависит от интенсивности падающего света  $I_0$ . Это полностью подтверждается классической осцилляторной моделью атомов или молекул. Однако это утверждение выполняется не во всех случаях и однозначно объясняется на основе квантовой теории. В настоящее время зависимость коэффициента поглощения от интенсивности падающего света широко используется для оптических *фототронных* затворов при работе лазеров в моноимпульсном режиме.

В 1940 г. В. Фабрикант показал, что можно осуществить неравновесное состояние вещества, при котором доля возбужденных молекул будет столь велика, что коэффициент поглощения  $k$  станет отрицательной величиной. В данном случае интенсивность выходящего из вещества луча больше интенсивности падающего света. Это состояние реализуется в квантовых усилителях и лазерах любых типов.

## 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 6.1. Тепловое излучение и его характеристики

Всякое излучение тела сопровождается потерей энергии. Для того чтобы излучение могло происходить длительное время, убыль энергии тела необходимо восполнять. В зависимости от характера свечения восполнение энергии осуществляется различными процессами.

Известны процессы излучения, сопровождающие химические превращения внутри тела, – так называемая *хемилюминесценция*. Сюда относится, например, свечение гниющего дерева или свечение фосфора, медленно окисляющегося на воздухе. Свечение можно возбудить путем электрического воздействия на излучающую систему. Наиболее распространенным свечением такого рода (*электролюминесценция*) является свечение газов или паров под действием проходящего через них электрического разряда, который может иметь разнообразные формы: тлеющий разряд, электрическая дуга, искра. Во всех этих случаях энергия, необходимая для излучения, сообщается атомам (молекулам) газа путем бомбардировки электронами, разгоняемыми электрическим полем разряда. Бомбардировка электронами также может вызвать свечение твердых тел, например минералов (*катодолюминесценция*).

Свечение тел, обусловленное их нагреванием, называется *тепловым (температурным)* излучением. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии хаотического движения атомов и молекул вещества, т. е. за счет его внутренней энергии, и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение имеет сплошной спектр частот, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Опыт показывает, что тепловое излучение – практически единственный вид излучения, который может быть *равновесным*. Предположим, что излучающее тело, находящееся при некоторой температуре  $T$ , окружено идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой. В оболочке создадим вакуум. Отраженное оболочкой излучение, упав на тело, поглотится им (частично или полностью). Следовательно, будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением. Если распределение

энергии между телом и излучением останется неизменным во времени для каждой длины волны, то состояние системы «тело – излучение» станет равновесным. При этом тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать, а плотность энергии излучения будет однозначно определяться температурой тела. В случае теплового излучения равновесное состояние устанавливается автоматически. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает больше энергии, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то его температура начинает понижаться (или повышаться). В результате количество излучаемой телом энергии будет уменьшаться (или возрастать) до тех пор, пока, наконец, не установится равновесие. Таким образом, нарушение равновесия в системе «тело – излучение» вызывает возникновение процессов, восстанавливающих равновесие.

Следует отметить любопытный факт. Излучение, находящееся в термодинамическом равновесии с телом, заключает в себе энергию, на много порядков меньшую, чем энергия хаотического движения частиц самого тела.

Все виды излучения, кроме теплового, не могут быть равновесными. Рассмотрим для примера хемилюминесценцию. Пока протекает обуславливающая излучение химическая реакция, излучающее тело все больше и больше удаляется от первоначального состояния. Поглощение телом излучения не изменит направление реакции, а, наоборот, приведет к более быстрому (вследствие нагревания) протеканию реакции в первоначальном направлении. Равновесие установится лишь тогда, когда будет израсходован весь запас реагирующих веществ и свечение, обусловленное химическими процессами, заменится тепловым излучением.

Для характеристики теплового излучения используются следующие величины.

*Интегральный поток*  $\Phi$ , световой энергии, т. е. поток, относящийся ко всем длинам волн (частотам), испускаемых телом по всем направлениям. Эта величина измеряется в ваттах.

*Энергетическая светимость тела*  $R_T$  – величина, численно равная потоку энергии, испускаемой единицей поверхности излучаемого тела по всем направлениям (в пределах телесного угла  $2\pi$ ) и отнесенной ко всему интервалу длин волн (частот) от 0 до  $\infty$ . Величина  $R_T$  зависит от температуры и является *интегральной* характеристикой излучения.

Согласно определению

$$R_T = \frac{d\Phi_{\text{э}}}{dS}. \quad (6.1)$$

Единицей энергетической светимости является  $1 \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

Для спектральной характеристики теплового излучения вводят **испускательную способность**  $r_{\lambda,T}$  тела (ее часто называют также **спектральной плотностью энергетической светимости** тела) – величину энергии, излучаемой единицей площади поверхности тела в единицу времени и отнесенной к единичному интервалу длин волн (частот) вблизи длины волны  $\lambda$  (частоты  $\nu$ ). Данная характеристика зависит как от температуры, так и от длины волны (частоты). Согласно определению

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_{\lambda}}{d\lambda}. \quad (6.2)$$

Единицей испускательной способности тела является  $1 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{м}) = 1 \text{ Вт}/\text{м}^3$ .

Наравне с длиной волны  $\lambda$  излучение характеризуют частотой  $\nu$ . Поэтому по аналогии с формулой (6.2) можно записать:

$$r_{\nu,T} = \frac{dR_{\nu}}{d\nu}. \quad (6.3)$$

Если  $d\lambda$  и  $d\nu$  относятся к одному и тому же участку спектра, то величины  $dR_{\nu}$  и  $dR_{\lambda}$  одинаковы. Тогда из выражений (6.2) и (6.3) будем иметь:

$$r_{\lambda,T} d\lambda = r_{\nu,T} d\nu.$$

Отсюда

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{d\lambda}{d\nu}. \quad (6.4)$$

Поскольку  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  ( $c$  – скорость света в вакууме), то, дифференцируя это выражение, получим:

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c}. \quad (6.5)$$

Знак минус в формуле (6.5) не имеет существенного значения, он лишь указывает на то, что с возрастанием одной величины,  $\nu$  или  $\lambda$ ,

другая величина убывает. Опуская знак минус, с учетом последнего выражения формулу (6.4) запишем в виде:

$$r_{\nu,T} = r_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c}. \quad (6.6)$$

С помощью формулы (6.6) можно перейти от  $r_{\lambda,T}$  к  $r_{\nu,T}$  и наоборот.

Зная испускательную способность  $r_{\lambda,T}$  (или  $r_{\nu,T}$ ) в каждом спектральном участке, можно вычислить энергетическую светимость  $R_T$  тела:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu. \quad (6.7)$$

Все тела в той или иной степени поглощают энергию падающих на них электромагнитных волн. Пусть на элементарную площадку тело подаст поток  $d\Phi_\lambda$  световой энергии, относящийся к малому интервалу длин волн  $d\lambda$  вблизи некоторой определенной длины волны  $\lambda$ . Часть этого потока рассеется и отразится от тела (для прозрачных тел частично пройдет сквозь тело), а часть поглотится. Обозначим поглощенный поток, отнесенный к тому же интервалу длин волн  $d\lambda$ , через  $d\Phi'_\lambda$ . Величина

$$A_{\lambda,T} = \frac{d\Phi'_\lambda}{d\Phi_\lambda} \quad (6.8)$$

показывает, какая доля от общего потока, вблизи данной длины волны  $\lambda$ , поглотилась, она называется **поглощательной способностью** тела. В шкале частот поглощательная способность тела может быть представлена в виде:

$$A_{\nu,T} = \frac{d\Phi'_\nu}{d\Phi_\nu}. \quad (6.9)$$

Рассматриваемая характеристика в общем случае является функцией длины волны (частоты) и температуры, а также зависит от химического состава тела и состояния его поверхности.

К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики. Поэтому тепловое излучение должно подчиняться некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики.

## 6.2. Закон Кирхгофа

Опыт показывает, что между испускательной способностью  $r_{\nu,T}$  и поглощательной способностью  $A_{\nu,T}$  тел имеется определенная связь.

Предположим, что внутри замкнутой оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре  $T$ , расположены несколько тел (рис. 6.1). В полости внутри оболочки создан вакуум, так что тела могут обмениваться энергией между собой и оболочкой только путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что такая система тел через некоторое время придет в состояние теплового равновесия, т. е. все тела примут одну и ту же температуру  $T$ , равную температуре оболочки. В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью  $r_{v,T}$ , теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей испускательной способностью. Отсюда следует, что это тело может находиться при постоянной температуре  $T$ , одинаковой с температурой других тел, только в том случае, если оно и больше поглощает. Таким образом, чем больше испускательная способность тела  $r_{v,T}$ , тем больше и его поглощательная способность  $A_{v,T}$ .

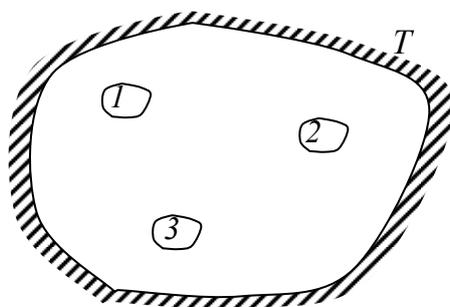


Рис. 6.1

Г. Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условие равновесного излучения в изолированной в тепловом отношении системе тел, установил закон (*закон Кирхгофа*, 1859 г.), который гласит: отношение лучеиспускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же (универсальной) функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\frac{r_{v,T}}{A_{v,T}} = f(\nu, T). \quad (6.10)$$

Подчеркнем, что сами величины  $r_{v,T}$  и  $A_{v,T}$  могут сильно отличаться при переходе от одного тела к другому. Отношение же их оказывается одинаковым для всех тел.

Г. Кирхгоф назвал тела, для которых лучепоглощательная способность  $A_{v,T} = 1$  для всех частот и температур, **абсолютно черными**

или *абсолютно поглощающими* телами. Обозначив испускательную способность абсолютно черного тела через  $e_{\nu,T}$ , а его поглощательную способность – через  $\alpha_{\nu,T}$ , закон Кирхгофа можно записать в виде:

$$\frac{r_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = \frac{e_{\nu,T}}{\alpha_{\nu,T}} = f(\nu, T). \quad (6.11)$$

так как  $\alpha_{\nu,T} = 1$ .

Таким образом, универсальная функция Кирхгофа  $f(\nu, T)$  есть не что иное, как испускательная способность абсолютно черного тела.

Следует подчеркнуть, что поглощательная способность тела не может быть больше единицы. Поэтому лучеиспускающая способность  $r_{\nu,T}$  любого тела не может превосходить лучеиспускающую способность  $e_{\nu,T}$  абсолютно черного тела при тех же значениях температуры  $T$  и частоты  $\nu$ .

Обозначим энергетическую светимость абсолютно черного тела через  $\xi_T$ . Тогда согласно формуле (6.7)

$$\xi_T = \int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} e_{\lambda,T} d\lambda. \quad (6.12)$$

В природе не существует тел, совпадающих по своим свойствам с абсолютно черным телом. Тела, покрытые слоем сажи или платиновой черни, имеют поглощательную способность  $A_{\nu,T}$ , близкую к единице лишь в ограниченном интервале длин волн; в далекой инфракрасной области их поглощательная способность заметно меньше единицы. Однако можно создать устройство, сколь угодно близкое по своим свойствам к абсолютно черному телу. Такое устройство представляет собой почти замкнутую полость, снабженную малым отверстием (рис. 6.2), диаметр которого не больше 0,1 поперечника полости. Излучение, проникающее через отверстие, попадает на стенки полости, частично поглощается ими, частично рассеивается или отражается и вновь попадает на стенки. Вследствие малых размеров отверстия луч многократно претерпевает отражения и рассеяния, прежде чем он выйдет из отверстия наружу. При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате чего практически все излучение любой частоты поглощается такой полостью. Очевидно, что отверстие тем ближе по своим свойствам к абсолютно черному телу, чем больше отношение площади поверхности полости к площади отверстия.

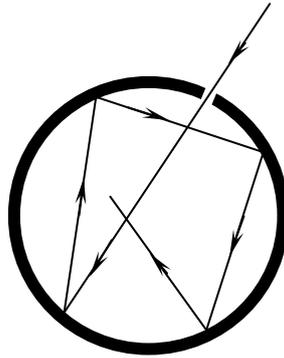


Рис. 6.2

Рассмотренная модель абсолютно черного тела позволяет легко понять, почему открытые окна домов снаружи кажутся зияюще черными, хотя внутри комнат дома достаточно светло из-за отражения дневного света от стен.

### 6.3. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела

Различные конструкции моделей абсолютно черного тела позволяют экспериментальным путем изучать свойства равновесного излучения в широком интервале температур, в частности исследовать распределение энергии в спектре этого излучения. Для практического осуществления любой модели черного тела необходимо обеспечить возможность равномерного нагревания стенок полости и выход излучения через малое отверстие. Для исследования излучения при высоких температурах используют модель следующей конструкции. Цилиндр из платиновой жести, через который пропускают электрический ток, служит для равномерного нагревания внутреннего фарфорового цилиндра с малым отверстием, температура которого измеряется термопарой. Фарфоровый цилиндр и является излучателем. На рис. 6.3 представлена схема установки для изучения излучательной способности абсолютно черного тела.

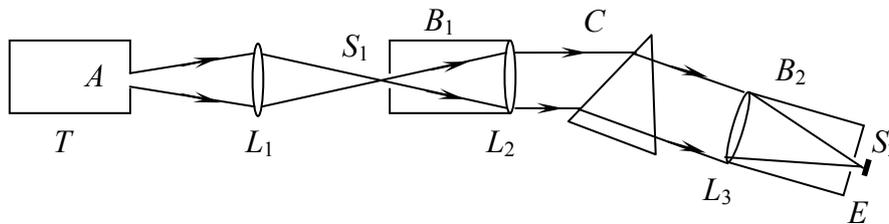


Рис. 6.3

Излучение, выходящее из отверстия  $A$  модели черного тела, собирается линзой  $L_1$  и направляется внутрь спектрометра через щель  $S_1$  коллиматора  $B_1$ . Линза  $L_2$  коллиматора  $B_1$  превращает расходящийся световой поток в пучок параллельных лучей, падающих на призму  $C$  (вместо призмы может быть использована дифракционная решетка), которая отклоняет пучки различных длин волн на разные углы. С помощью линзы  $L_3$ , расположенной в трубке  $B_2$ , отдельный пучок света фокусируется на щель  $S_2$ , размеры которой и определяют ширину спектрального интервала светового потока, падающего на болометр\*  $E$ , измеряющий мощность излучения, проходящего через щель  $S_2$ . Эта мощность пропорциональна произведению  $e_{\lambda,T}d\lambda$ . Поэтому сравнение мощности излучения, падающего на болометр, для различных участков спектра, например  $\Delta\lambda_1$  и  $\Delta\lambda_2$ , дает возможность определить отношение испускательных способностей черного тела для этих участков спектра, а именно:

$$\frac{e_{\lambda_1 T}}{e_{\lambda_2 T}} = \frac{\Delta\Phi_1}{\Delta\Phi_2} \cdot \frac{\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda_1}.$$

На рис. 6.4 представлены графики, выражающие результаты соответствующих измерений. Разные кривые относятся к различным значениям температуры абсолютно черного тела. По оси абсцисс отложены значения длины волны  $\lambda$ , а по оси ординат – испускательная способность  $e_{\lambda,T}$ .

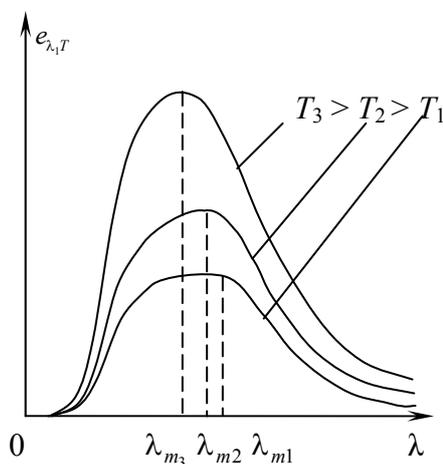


Рис. 6.4

\*Болометр представляет собой систему очень тонких (~50 нм) платиновых лент, соединенных последовательно и укрепленных в рамке. Ленты покрывают сажей или платиновой чернью. Рамку закрепляют в вакуумированном сосуде. По сопротивлению болометра судят о мощности излучения.

Кривые, приведенные на рис. 6.4, позволяют сделать ряд выводов.

1. Спектр излучения абсолютно черного тела имеет сплошной (непрерывный) характер, т. е. в спектре этого излучения представлен непрерывный ряд длин волн (частот).

2. При каждом значении температуры существует отчетливо выраженный максимум испускательной способности. С повышением температуры максимум испускательной способности смещается в сторону более коротких длин волн.

3. Испускательная способность абсолютно черного тела уменьшается в сторону коротких волн более резко, чем в сторону длинных волн.

4. Площадь, ограниченная кривой зависимости  $e_{\lambda,T}$  от  $\lambda$  и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости  $\xi_T$  абсолютно черного тела.

Кроме изложенного при помощи моделей черного тела были экспериментально изучены законы излучения, точно определены константы этих законов, выполнена опытная проверка теоретически полученных формул.

## 6.4. Законы излучения абсолютно черного тела

После установления закона Кирхгофа стало очевидным, что первоочередная задача теории теплового излучения состоит в нахождении вида функции Кирхгофа, т. е. в выяснении вида зависимости лучеиспускательной способности  $\alpha_{\nu,T}$  абсолютно черного тела от его температуры  $T$  и частоты  $\nu$  излучения. Указанная задача вылилась в проблему физической науки, решение которой потребовало четырех десятилетий и усилий многих ученых (Й. Стефан, Л. Больцман, В. А. Михельсон, Б. Б. Голицын, Д. Рэлей, Д. Джинс, Г. А. Лоренц и др.). Окончательное теоретическое решение проблемы удалось найти только в 1900 г. М. Планку. Необходимо подчеркнуть, что оно было найдено путем изменения основных положений физики и создания теории квантов, заложившей принципиально новую базу физической науки.

Однако на первом этапе была решена более простая задача. Й. Стефан (1879 г.), опираясь на собственные измерения, а также анализируя результаты измерений других исследователей, пришел к заключению, что суммарная энергия, испускаемая с  $1 \text{ м}^2$  в течение 1 с, пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры излучателя. Й. Стефан сформулировал свой закон для излучения любого тела, однако последующие измерения показали ошибочность

его выводов. В 1884 г. Л. Больцман, применив термодинамический метод к исследованию равновесного теплового излучения внутри замкнутой полости, теоретически показал, что *интегральная лучеиспускательная способность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры*:

$$\xi_T = \sigma T^4. \quad (6.13)$$

Этот закон получил название *закона Стефана – Больцмана*. Тщательные измерения подтвердили справедливость указанного закона и позволили определить постоянную  $\sigma$  этого закона. По современным измерениям  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ .

Абсолютно черное тело является косинусным излучателем. Поэтому между энергетической светимостью  $\xi_T$  и яркостью  $B_\nu$  черного тела имеет место следующее соотношение:

$$B_\nu = \frac{\xi_T}{\pi}.$$

С учетом этого закон Стефана – Больцмана можно записать в виде:

$$B_\nu = \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (6.14)$$

где  $\sigma$  имеет прежнее значение.

Первые теоретические исследования вида функции Кирхгофа были предприняты в конце 80-х гг. XIX в. русскими учеными В. А. Михельсоном и Б. Б. Голицыным. В 1893 г. немецкий ученый В. Вин, используя термодинамику и электромагнитную теорию света, получил следующее выражение для функции Кирхгофа:

$$e_{\nu,T} = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right). \quad (6.15)$$

Здесь  $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$  – функция, раскрыть вид которой на основе термодинамических положений оказалось невозможным. Несмотря на этот недостаток, формула Вина сыграла важную роль.

Во-первых, она свела отыскание функции двух переменных  $\nu$  и  $T$  к отысканию функции одной переменной  $\nu/T$ , а это дало возможность по заданной кривой распределения энергии в спектре для какой-нибудь одной температуры рассчитать кривую для любой другой;

чтобы получить кривую  $e_{\nu,T}$ , достаточно ординату каждой точки кривой  $e_{\nu,T}$  умножить на отношение  $T_1^3/T^3$ .

Во-вторых, поскольку формула Вина выведена на основе положений термодинамики, она, безусловно, верна. Поэтому любая другая формула, полученная при помощи каких-либо специальных предположений о механизме излучения, обязательно должна удовлетворять требованиям, выраженным в этой формуле, т. е. содержать куб частоты и функцию отношения  $\nu/T$ .

Наконец, несмотря на присутствие неявной функции  $f(\nu/T)$ , формула Вина позволила получить ряд важных результатов. Например, используя формулу (6.15), можно рассчитать энергетическую светимость  $\xi_T$  абсолютно черного тела:

$$\xi_T = \int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu = \int_0^{\infty} \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu = T^4 \int_0^{\infty} \left(\frac{\nu}{T}\right)^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\left(\frac{\nu}{T}\right) = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = \int_0^{\infty} x^3 f(x) dx$  – постоянный коэффициент (через  $x$  обозначено отношение  $\nu/T$ ).

Из формулы Вина можно найти зависимость от температуры  $T$  длины волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующей максимальному значению лучеиспускательной способности  $e_{\nu,T}$  абсолютно черного тела. Для определения положения этого максимума в шкале  $\lambda$  используем соотношение  $e_{\nu,T} = \frac{\lambda^2}{c} e_{\lambda,T}$  (см. формулу (6.5)) и запишем формулу Вина в виде:

$$e_{\lambda,T} = \frac{c^4}{\lambda^5} f\left(\frac{c}{\lambda T}\right). \quad (6.16)$$

Отыскивая максимум функции  $e_{\lambda,T}$ , можно установить, что длина волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующая максимальному значению лучеиспускательной способности  $e_{\lambda,T}$  абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}. \quad (6.17)$$

Формула (6.17) выражает закон смещения Вина, который показывает, что положение максимума функции  $e_{\lambda,T}$  по мере возрастания температуры смещается в область коротких длин волн. Этот закон

полностью подтверждается результатами экспериментов, которые дают возможность определить и *постоянную Вина*:  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ . Из соотношения (6.17) видно, что при практически достижимых температурах длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности абсолютно черного тела, лежит в инфракрасной области. При температуре в 3000 К максимум излучательной способности лежит еще за пределами видимой области спектра, вблизи  $\lambda = 0,96 \text{ мкм}$ . Только при температуре в 5000 К максимум попадает в желто-зеленую часть спектра ( $\lambda_{\text{max}} = 0,577 \text{ мкм}$ ).

Из формул (6.16) и (6.17) следует, что максимальная лучеиспускательная способность  $e_{\lambda,T}$  абсолютно черного тела пропорциональна пятой степени его абсолютной температуры:

$$(e_{\lambda,T})_{\text{max}} = c'T^5. \quad (6.18)$$

Измерения для постоянной  $c'$  дают следующее численное значение:

$$c' = 1,301 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5}.$$

Несмотря на то, что законы Стефана – Больцмана и Вина играют важную роль в теории теплового излучения, они являются частными законами, так как не дают общей картины распределения энергии по частотам (длинам волн) при различных температурах.

## 6.5. Формула Рэля – Джинса

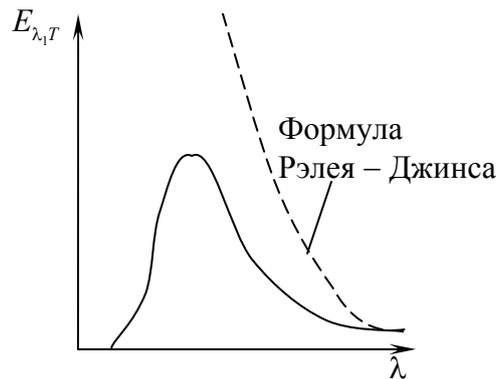
Д. Рэлей и Д. Джинс в конце XIX в. попытались определить вид функции  $f(\lambda, T)$ , исходя из требований статистической физики о равномерном распределении энергии по степеням свободы. Представим себе замкнутый вакуумированный сосуд с идеально отражающими стенками, нагретыми до температуры  $T$ . Так как стенки сосуда при любой температуре излучают электромагнитные волны, то внутри сосуда будет существовать электромагнитное поле. Это электромагнитное поле можно разложить на систему стоячих волн различной частоты и различного направления. При равновесии между стенками сосуда и электромагнитным полем на каждую стоячую волну будет приходиться средняя энергия, равная  $kT$  ( $k$  – постоянная Больцмана). При этом подобно тому как средняя энергия гармонического осциллятора складывается из кинетической энергии, равной  $1/2kT$ , и средней потенциальной энергии, также равной  $1/2kT$ , в случае электромагнитного поля

стоячих волн полная средняя энергия  $kT$  складывается из средних энергий электрического и магнитного полей в отдельности, равных  $1/2kT$  каждая. Число собственных колебаний, установившихся внутри рассматриваемого сосуда объемом  $V$  с абсолютно отражающими стенками, равно числу собственных колебаний, которое способно совершать сплошная среда того же объема  $V$ . Это число собственных колебаний было подсчитано Д. Рэлеем и Д. Джинсом, в результате чего ими была получена формула для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела следующего вида:

$$e_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (6.19)$$

Выражение (6.19) и носит название *формулы Рэля – Джинса*.

Формула (6.19) хорошо согласуется с данными опытов лишь в области малых частот излучения  $\nu$  (при больших длинах волн) и резко расходится с опытом для малых длин волн (в области высоких частот). На рис. 6.5 сплошной линией изображена экспериментальная кривая, пунктиром – кривая, построенная по формуле Рэля – Джинса.



Интегральная излучательная способность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела в соответствии с формулой Рэля – Джинса при любой температуре обращается в бесконечность:

$$\xi_T = \int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty! \quad (6.20)$$

Этот результат, получивший название *ультрафиолетовой катастрофы*, также находится в противоречии с опытом. Из формулы (6.20) следует, что равновесие между телом и излучением могло бы наступить только при бесконечной плотности излучения. Другими словами,

элементарные излучатели тела (молекулы и атомы) должны были бы излучать энергию до тех пор, пока температура тела не упала бы до абсолютного нуля. Между тем опыт показывает, что равновесие между излучением и телом возможно при любой температуре и что при этом равновесии, как раз наоборот, плотность энергии излучения очень мала по сравнению с плотностью энергии, заключенной в самом теле.

Таким образом, проблема, поставленная Г. Кирхгофом, в рамках классической физики так и не была решена. Причина неудач оказалась лежащей чрезвычайно глубоко. Законы классической электродинамики, на основе которых выполнялись все исследования, оказались лишь приближенно правильными и давали неверный результат при рассмотрении элементарных процессов, обуславливающих тепловые излучения.

## 6.6. Формула Планка

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для испускательной способности абсолютно черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой М. Планком *квантовой гипотезе*, электромагнитное излучение испускается и поглощается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения:

$$\xi = h\nu = h \frac{c}{\lambda}. \quad (6.21)$$

Коэффициент пропорциональности  $h$  получил впоследствии название постоянной Планка. Определенное из опытов значение  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж · с. В механике есть имеющая размерность «энергия × время» величина, называемая *действием*. Поэтому постоянную Планка иногда называют *квантом действия*. Заметим, что единица  $h$  совпадает с единицей момента импульса  $\left(1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}\right)$ .

Если излучение испускается порциями  $h\nu$ , то его энергия  $\xi_n$  может принимать дискретные значения, кратные целому числу элементарных порций энергии:

$$\xi_n = nh\nu \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (6.22)$$

Используя статистические методы и представления о квантовом характере теплового излучения, М. Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$f(\nu, T) = e_{\lambda, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)}, \quad (6.23)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре излучения абсолютно черного тела во всем интервале частот от 0 до  $\infty$  и при различных температурах.

Покажем, что в области малых частот (длин волн) или высоких температур, т. е. при  $h\nu \ll kT$  (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения  $kT$ ), формула Планка совпадает с формулой Рэля – Джинса. Для этого разложим  $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$  в ряд, ограничившись двумя первыми членами:

$$\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2!}\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 + \dots \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}.$$

Подставляя полученное выражение в формулу Планка (6.23), найдем, что

$$e_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{h\nu/kT} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT,$$

т. е. получим формулу Рэля – Джинса.

Используя формулу Планка, можно ввести уравнение закона Стефана – Больцмана. Энергетическая светимость абсолютно черного тела

$$\xi_T = \int_0^{\infty} e_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu.$$

Введем безразмерную переменную  $x = \frac{h\nu}{kT} dx = \frac{h d\nu}{kT}$  и  $d\nu = \frac{kT}{h} dx$ .

Тогда

$$\xi_T = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4,$$

где

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi^5}{15c^2} \frac{k^4}{h^3},$$

так как

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{k^4}{15} = 6,4939.$$

Таким образом, постоянная Планка

$$h = \pi k^3 \sqrt{\frac{2\pi^2 k}{15c^2 \sigma}}. \quad (6.24)$$

Заметим, что из соотношения (6.24) М. Планк впервые определил величину постоянной  $h$ .

Из приведенного вывода закона Стефана – Больцмана следует, что формула Планка устраняет «ультрафиолетовую катастрофу». Причина этого состоит в следующем. Известно, что формула Рэля – Джинса основана на теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы: на каждую степень свободы приходится одна и та же средняя энергия  $\bar{\xi} = kT$ . Из сопоставления формул Рэля – Джинса и Планка (см. выражения (6.19) и (6.23)) следует, что согласно формуле Планка средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы, не одинакова для различных волн с различными частотами, а именно:

$$\bar{\xi} = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (6.25)$$

Таким образом, видим, что в этом случае  $\bar{\xi}$  быстро убывает по мере возрастания частоты  $\nu$ , чем и объясняется сходимость интеграла  $\int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu$ .

Для практических применений формулы Планка ее выражают в длинах волн. При переходе  $e_{\nu,T}$  к  $e_{\lambda,T}$  надо учесть, что испускательная способность абсолютно черного тела  $e_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} e_{\nu,T}$  и  $\nu = \frac{c}{\lambda}$ . В таком случае формула Планка примет вид:

$$e_{\lambda,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^4} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1}. \quad (6.26)$$

Для вывода закона смещения Вина следует продифференцировать функцию (6.26) по  $\lambda$  и приравнять к нулю эту производную:  $\frac{\partial e_{\lambda,T}}{\partial \lambda} = 0$ .

Решив получившееся уравнение, окончательно можно получить:

$$T\lambda_{\max} = \frac{hc}{4,965k} = b. \quad (6.27)$$

Подстановка числовых значений  $h$ ,  $c$  и  $k$  дает для постоянной  $b$  закона смещения Вина величину, совпадающую с экспериментальным значением.

Таким образом, формула Планка не только дает превосходное согласие с результатами самых тщательных экспериментальных исследований, но и содержит в себе частные законы излучения абсолютно черного тела, а также позволяет вычислять постоянные, входящие в уравнения этих законов. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теории теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным благодаря революционной квантовой гипотезе М. Планка, заложившей основы новейшей физики.

## 6.7. Излучение нечерных тел

По закону Кирхгофа для нечерного тела испускательная способность равна:

$$E_{\nu,T} = e_{\nu,T} A_{\nu,T}, \quad (6.28)$$

где  $A_{\nu,T}$  – поглощательная способность рассматриваемого тела;  $e_{\nu,T}$  – испускательная способность абсолютно черного тела при той же температуре, отнесенная к тому же интервалу частот (длин волн). Для всех нечерных тел  $A_{\nu,T} < 1$ , и поэтому испускательная способность всех нечерных тел меньше, чем испускательная способность абсолютно черного тела при той же температуре. Таким образом, черное тело имеет при данной температуре  $T$  максимальную испускательную способность. Из формулы (6.28) следует, что тело, которое при данной

температуре не поглощает излучения в каком-либо интервале частот от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$  ( $A_{\nu,T} = 0$ ), не может при температуре  $T$  и излучать в этом же интервале частот ( $E_{\nu,T} = e_{\nu,T}A_{\nu,T} = 0$ ). В то же время, если поглощательная способность тела  $A_{\nu,T}$  близка к единице, то это еще не означает, что испускательная способность тела велика. Так, тело, покрытое слоем красной краски, при комнатной температуре сильно поглощает зеленое излучение. Однако оно не излучает этот свет, так как при комнатной температуре абсолютно черное тело его тоже практически не излучает:

$$E_{\nu,T} = A_{\nu,T}e_{\nu,T} \approx 0.$$

Если для некоторого тела  $A_{\nu,T}$  меньше единицы и постоянно для всех частот (длин волн);  $A_{\nu,T}^{\text{сер}} = A_T$ , то такое тело называется *серым*. В природе не существует тел, в точности совпадающих по своим свойствам с серыми телами, но для ограниченной области частот (длин волн) тела могут быть близкими к серым. Практически серым является пламя углеводородов, например ацетилена. Для серого тела распределение энергии излучения совпадает с распределением в спектре абсолютно черного тела, взятого при той же температуре, только мощность излучения с единицы поверхности меньше. Энергетическая светимость серого тела равна:

$$R_T^{\text{сер}} = A_T \int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu = f(\nu, T) = A_T \xi_T, \quad (6.29)$$

где  $\xi_T = \int_0^{\infty} e_{\nu,T} d\nu$  – энергетическая светимость абсолютно черного тела, зависящая только от температуры.

Для всех реальных тел, не являющихся черными и серыми, поглощательная способность  $A_{\nu,T}$  зависит от длины волны, температуры, а также от состояния поляризации лучей и угла их падения. Кривая распределения энергии в спектре таких тел отличается от кривой Планка. Существенно, что поглощательная и испускательная способности этих тел обнаруживают селективный (избирательный) характер. Например, для вольфрама поглощательная способность больше для коротких длин волн и меньше для больших длин волн. В соответствии с этим светимость вольфрама для коротких длин волн отличается от светимости абсолютно черного тела меньше, чем для больших длин волн.

К нечерным телам закон Стефана – Больцмана (см. формулу (6.13)) не применим. Однако энергетическая светимость нечерного тела может быть рассчитана по формуле

$$R_T = \alpha \sigma T^4, \quad (6.30)$$

если известны температура тела и безразмерный коэффициент, называемый *степенью черноты* этого тела ( $\sigma$  – постоянная Стефана – Больцмана). Степень черноты тела не может быть меньше нуля и больше единицы. Для абсолютно черного тела  $\alpha = 1$ . Эта величина зависит от природы тела, состояния его поверхности, от температуры. Приведем некоторые конкретные примеры.

Особенно мало значение  $\alpha$  для серебра (при 1500 К коэффициент  $\alpha = 0,04$ ; при той же температуре для окиси железа этот коэффициент равен 0,89), обладающего, как известно, большей отражательной способностью. Значения  $\alpha$  сильно зависят от состояния поверхности тел: шероховатые, матовые поверхности поглощают гораздо лучше, чем полированные, гладкие поверхности тех же веществ.

Имеет место сильная зависимость степени черноты тела и от температуры. Так, например, для вольфрама при  $T = 1500$  К коэффициент  $\alpha = 0,15$ , а при повышении температуры металла до 3500 К этот коэффициент принимает значение, равное 0,34.

## 6.8. Оптическая пирометрия

Для измерения температуры раскаленных тел, а также самосветящихся тел, удаленных от наблюдателя (например, звезд), нельзя пользоваться обычными методами, основанными на применении электрических термометров сопротивлений и термопар. В этих случаях о температуре тела можно судить только по его излучению. Методы определения температуры, основанные на законах излучения абсолютно черного тела, носят название методов *оптической пирометрии*. Приборы для измерения температуры нагретых тел по интенсивности их теплового излучения в оптическом диапазоне спектра называются *пирометрами*. В зависимости от того, на каком из законов излучения основано измерение температуры, методы оптической пирометрии имеют свои специфические особенности.

**Радиационный метод.** Этот метод основан на измерении энергетической светимости (интегральной испускательной способности) черного тела. Согласно закону Стефана – Больцмана

$$\xi_T = \sigma T^4.$$

Из приведенной формулы следует, что температура  $T$  тела может быть определена путем измерения его энергетической светимости  $\xi_T$ . Для измерения величины  $\xi_T$  используются приборы, носящие название *радиационных пирометров*. На рис. 6.6 приведена схема такого пирометра. Изображение участка  $AB$  светящейся поверхности  $S$  удаленного тела проецируется с помощью объектива  $L$  на крестообразную пластинку  $S'$ , изготовленную из платиновой фольги с зачерненной поверхностью. В пластинке заложены горячие спаи батареи последовательно соединенных термопар. Холодные спаи термопар выведены во внешнюю часть прибора и находятся при постоянной низкой температуре. Для правильной работы радиационного пирометра необходимо, чтобы приемник  $S'$  был полностью покрыт изображением участка  $AB$  светящегося тела. В этом случае температура нагрева пластинки  $S'$  и термо-ЭДС в цепи батареи термопар, измеряемая гальванометром  $G$ , зависят только от интегральной излучательной способности  $R_T$  исследуемого тела.

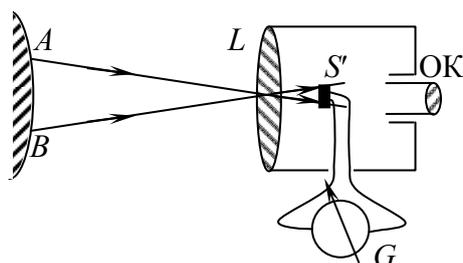


Рис. 6.6

Шкала гальванометра градуируется по излучению абсолютно черного тела в градусах Цельсия (или в кельвинах). Поэтому для произвольного излучателя пирометр позволяет определить так называемую *радиационную температуру*  $T_p$ , т. е. такую температуру абсолютно черного тела, при которой его интегральная лучеиспускающая способность  $\xi_T$  равна интегральной лучеиспускающей способности  $R_T$  исследуемого тела. Учитывая степень черноты  $\alpha$  исследуемого тела, будем иметь:

$$R_T = 2\sigma T^4 = \sigma T_p^4, \quad \text{или} \quad T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{\alpha}}.$$

Поскольку  $\alpha \leq 1$ , то  $T \geq T_p$ . Значения  $\alpha$  определены для многих технически важных материалов. Для чистых металлов они невели-

ки (от 0,1 до 0,3), для окислов металлов и для угля значительны (доходят до 0,9).

**Яркостная температура. Пирометр с исчезающей нитью.** Наиболее распространенный метод оптического определения температуры нагретого тела основывается на сопоставлении энергии излучения узкого спектрального интервала  $\Delta\lambda$  исследуемого и абсолютно черного тела. Это сравнение наиболее просто осуществляется при помощи пирометра с исчезающей нитью, устроенного следующим образом. В фокусе объектива  $O$  (рис. 6.7) помещена электрическая лампа  $L$ , имеющая дугообразную нить накала. С помощью объектива  $O$  изображение светящейся поверхности исследуемого тела совмещается с плоскостью нити накала лампы  $L$ . Нить и изображение тела рассматриваются через окуляр  $OK$  и светофильтр  $\Phi$ , пропускающий красный свет длиной волны в вакууме  $\lambda = 660$  нм. Яркость накала нити можно регулировать путем изменения идущего по ней тока с помощью реостата  $R$ . При измерениях сила тока  $I$  в цепи нити подбирается таким образом, чтобы нить не была видна на фоне изображения поверхности исследуемого тела, т. е. чтобы лучеиспускательные способности  $E_{\lambda,T}$  нити и поверхности были одинаковыми. Миллиамперметр предварительно градуируется в градусах Цельсия (или в кельвинах) по излучению абсолютно черного тела. Если исследуемое тело не является черным, то измеряемая с помощью пирометра с исчезающей нитью температура отличается от истинной. Эту температуру принято называть **яркостной**. Яркостная температура  $T_y$  всегда меньше истинной температуры  $T$ , т. е.  $T > T_y$ .

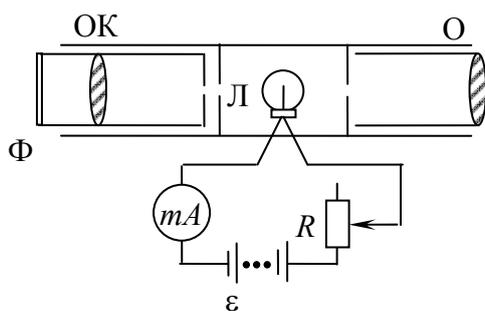


Рис. 6.7

Если известно отношение яркости изучаемого тела для  $\lambda = 660$  нм к яркости черного тела при той же температуре, то можно по значению  $T_y$  найти и истинную температуру  $T$ . Указанное отношение определено для многих технически важных материалов; оно несколько зависит от  $T$ .

**Цветовая температура.** Известно, что кривая распределения энергии абсолютно черного тела по длинам волн определяется единственным параметром – температурой. Поэтому по виду кривой можно непосредственно определить температуру  $T$ . Для этого достаточно найти длину волны  $\lambda_{\max}$ , на которую приходится максимум распределения, тогда по уравнению закона смещения Вина:

$$T = \frac{b}{\lambda_{\max}},$$

где  $b$  – постоянная Вина.

Так, для Солнца с учетом поправок на поглощение в земной атмосфере найдено  $\lambda_{\max} = 470$  нм, что соответствует температуре 6150 К, если считать Солнце черным телом. Указанные величины имеют характер средних, так как для центра солнечного диска  $\lambda_{\max}$  получается несколько меньше, чем для краев. Заметим, однако, что отождествление Солнца с черным телом может быть сделано только довольно приблизительно.

Для серых тел (пламя ацетилена, уголь, окислы ряда металлов и др.) распределение энергии в спектре такое же, как и в спектре абсолютно черного тела, имеющего ту же температуру. Поэтому для серых тел справедлив закон смещения Вина, и, зная  $\lambda_{\max}$ , можно определить температуру этих тел, которая называется **цветовой температурой**. Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной. Для тел, обладающих явно выраженной селективностью испускания, понятие цветовой температуры теряет смысл.

## 6.9. Источники света

Свечение раскаленных тел используется для создания источников света, первые из которых – лампы накаливания и дуговые лампы – были соответственно изобретены русскими учеными А. Н. Лодыгиным в 1873 г. и П. Н. Яблочковым в 1876 г. Важнейшими характеристиками источника света является спектральный состав его излучения и *световая отдача*, равная отношению светового потока к мощности электрического тока, потребляемой источником света. Световая отдача измеряется в люменах на ватт (лм/Вт).

Из ранее изложенного ясно, что использование раскаленного тела в качестве источника света тем более выгодно, чем выше температура

этого тела. По закону Стефана – Больцмана суммарная интенсивность для черного тела возрастает пропорционально четвертой степени температуры. Но интенсивность коротковолновых участков спектра растет гораздо быстрее. Так, интенсивность желтых лучей возрастает в два раза при повышении температуры черного тела от 1800 до 1875 К, т. е. всего на 4%. Если бы излучателем служило черное тело, то, пользуясь формулой Планка, для каждой температуры можно было бы рассчитать эту часть полезной для освещения энергии и вычислить световую отдачу такого источника. Если принять во внимание, что максимум чувствительности человеческого глаза лежит около 550 нм в желто-зеленой части спектра, то черное тело окажется наиболее выгодным источником при температуре около 5200 К. Излучение черного тела при этой температуре в светотехнике принято называть «белым светом». Солнечное излучение вблизи поверхности Земли, т. е. несколько измененное вследствие поглощения в земной атмосфере, имеет цветовую температуру близкую к этому значению, что и послужило основанием для такого условного обозначения.

При дальнейшем повышении температуры черного тела излучение, приходящееся на полезную для освещения часть спектра, конечно, растет, но доля его общей излучаемой энергии падает, так что дальнейшее повышение температуры неэкономично.

Излучение нечерных тел, например раскаленных металлов, всегда меньше излучения черных тел. Но световая отдача для накаливаемого металла при данной температуре может быть выше, чем для черного тела при той же температуре.

В настоящее время применяются лампы с вольфрамовой нитью. Применение вольфрама для изготовления нитей обусловлено двумя причинами. Во-первых, его тугоплавкостью (температура плавления вольфрама составляет 3655 К) и большой стойкостью по отношению к распылению при высоких температурах нагрева. Во-вторых, селективностью его теплового излучения: доля энергии, приходящейся на видимое излучение, у вольфрама значительно больше, чем у черного тела. Было установлено, что повышение температуры нити в пустотной лампе сверх 2500 К ведет к ее быстрому разрушению. С другой стороны, при указанной температуре максимум излучения лежит еще в инфракрасной области спектра. Выход из создавшейся ситуации был предложен И. Лэнгмюром в 1913 г.: следует наполнять баллоны ламп нейтральным газом, например азотом, а еще лучше аргоном. Наличие газа (его давление составляет примерно половину атмосферного) сильно замедляет процесс распыления нити, что позволяет увеличи-

вать ее температуру до 3000 К и выше без заметного сокращения срока службы (около 1000 ч). При этом существенно повышается световая отдача и улучшается спектральный состав излучения. Однако к.п.д. газонаполненных ламп оказался ниже к.п.д. пустотных из-за дополнительных потерь энергии вследствие значительного теплообмена между нагретой нитью и газом, циркулирующим в колбе лампы. Для уменьшения этого эффекта и повышения к.п.д. газонаполненных ламп нить накала, состоящая из прямолинейных участков, заменяется на нить, имеющую вид спирали с небольшим шагом, отдельные витки которой обогревают друг друга. Вблизи такой спирали образуется неподвижный слой газа, так что теплообмен между нитью и газом осуществляется только за счет теплопроводности.

Энергетический к.п.д. современных ламп накаливания не превосходит 5%, а светоотдача их несколько выше – 20 лм/Вт.

В электрической дуге светит главным образом кратер, образующийся на положительном угольном электроде. Его температура может достигать 4000 К и выше. Кроме кратера источниками света являются другой электрод и раскаленные пары, образующиеся между электродами. Для увеличения светоотдачи в угли вводят элементы с большой испускательной способностью (редкие земли), и тогда яркость паров между электродами сильно повышается, тем не менее, светоотдача дуг не превышает 25 лм/Вт.

Высокий к.п.д. можно получить при свечении, вызванном электрическим разрядом через пары при низких давлениях. В этом случае процесс носит неравновесный характер и рассмотренные ранее законы не выполняются. Здесь возможно почти полное превращение подводимой электрической энергии в энергию видимого света. Практически для ламп, содержащих пары натрия, к.п.д. может достигать 70%. Однако лампы этого типа дают сильно окрашенный свет, чрезвычайно неприятный для зрения.

Люминесцентными источниками света являются также ртутные лампы, разнообразные по своему устройству и применению. Для получения излучения, близкого по своему составу к дневному свету, используются лампы, представляющие собой разрядную трубку, заполненную смесью аргона с парами ртути при низком давлении. Пары ртути при прохождении электрического тока испускают интенсивные спектральные линии, лежащие в ультрафиолетовой области спектра. На внутреннюю поверхность разрядной трубки наносят тонкий слой порошка, способного люминесцировать под действием ультрафиолетового излучения. Состав порошка подбирается таким, чтобы давае-

мый им свет был близок по своему составу к белому. Данные лампы дневного света широко используются для освещения в промышленности и в быту. Лампы дневного света обладают к.п.д., в три раза большим, чем обычные лампы накаливания, светоотдача их составляет 40–50 лм/Вт.

Другой тип разрядных ламп – это лампы, в которых электрический разряд происходит через пары ртути при высоком давлении (до 10 МПа). К.п.д. этих ламп высок, но излучаемый ими свет имеет зеленоватую окраску.

## 7. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

### 7.1. Фотон и его характеристики

Согласно современным представлениям свет испускается, поглощается и распространяется отдельными порциями – квантами, получившими название *фотонов*. Фотон – квант электромагнитного поля. Эта элементарная частица является переносчиком электромагнитного взаимодействия, которое характерно для всех элементарных частиц, за исключением нейтрино и антинейтрино. Фотон – стабильная частица, не обладающая массой. Вследствие этого покоящихся фотонов не существует. Этим фотон существенно отличается от таких элементарных частиц, как, например, электроны, протоны, нейтроны, которые имеют конечную массу и могут находиться в состоянии покоя. Однако их скорость не может быть равной скорости  $c$  распространения света в вакууме. Фотон же в любой среде движется со скоростью  $v = c$ . Данное утверждение не противоречит тому, что фазовая и групповая скорости света в веществе отличны от  $c$ . Причина этого состоит в том, что распространение света в веществе сопровождается процессами «переизлучения» – фотоны поглощаются и вновь испускаются частицами среды. При этом «переизлучение» фотонов частицами среды происходит не синхронно с поглощением этими частицами падающих на них фотонов.

Энергия фотона

$$\xi_f = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda}, \quad (7.1)$$

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка;  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с;

$\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота ( $\nu$  – частота излучения,  $\lambda$  – длина волны).

Помимо энергии, фотон обладает также и импульсом  $\vec{p}_f$ . Установим связь между импульсом и энергией фотона. Для этого воспользуемся релятивистским уравнением, инвариантным относительно преобразований Лоренца, связывающим полную энергию  $E$  частицы, ее энергию покоя  $E_0$  и импульс  $p$ . Это уравнение имеет вид:

$$E^2 - E_0^2 = p^2 c^2. \quad (7.2)$$

Энергия покоя фотона равна нулю, т. е.  $E_0 = 0$ . В данном случае  $E = \xi_f$ , а  $p = p_f$ , тогда из уравнения (7.2) с учетом формулы (7.1) получим:

$$p_f = \frac{\xi_f}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}. \quad (7.3)$$

Учтем, что  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi\frac{c}{\lambda}$ , и формулу (7.3) запишем в виде:

$$p_f = \hbar\frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k, \quad (7.3')$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число.

Импульс фотона – величина векторная. Направление вектора  $\vec{p}_f$  совпадает с направлением распространения света, характеризуемым волновым вектором  $\vec{k}$ , который численно равен волновому числу. Следовательно,

$$\vec{p}_f = \hbar\vec{k}. \quad (7.4)$$

Таким образом, фотон, подобно любой движущейся частице или телу, обладает энергией и импульсом. Важно отметить, что эти характеристики фотона связаны с волновыми характеристиками световой волны – частотой колебаний и длиной волны. Отмеченный факт указывает на квантово-(корпускулярно-)волновую двойственность природы света.

Фотон обладает собственным моментом импульса – спином, равным  $\hbar$ .

## 7.2. Фотоэффект

**Фотоэлектрическим эффектом** (или **фотоэффектом**) называется явление вырывания электронов под действием света из твердых и жидких тел. Это явление часто называют **фотоэлектронной эмиссией**. Излучение (ультрафиолетовое, рентгеновское,  $\gamma$ -лучи) вызывает ионизацию атомов (молекул) газа. Указанный вид ионизации называется **фотоионизацией**.

В 1887 г. Г. Герц обнаружил, что при освещении отрицательного электрода искрового разрядника ультрафиолетовыми лучами разряд

происходит при меньшем напряжении между электродами. Открытое явление было детально изучено в классических работах русского физика А. Г. Столетова, который разработал методику исследования фотоэффекта (актиноэлектричества) и установил ряд важных его особенностей.

Принципиальная схема установки для изучения фотоэффекта приведена на рис. 7.1. В баллоне, из которого откачан воздух, расположены два плоских электрода: анод А и катод К. Поверхность катода, изготовленного из исследуемого материала (металла), освещается монохроматическим светом, проникающим в баллон через кварцевое окошко Кв (кварц пропускает не только видимый свет, но и ультрафиолет). Источником энергии служит батарея Б. Разность потенциалов между электродами можно плавно изменять с помощью делителя напряжения  $R$  и измерять вольтметром  $V$ . Сила тока (называемого *фототоком*), возникающего в цепи, измеряется гальванометром Г. Двойной переключатель ПК служит для изменения полярности электродов.

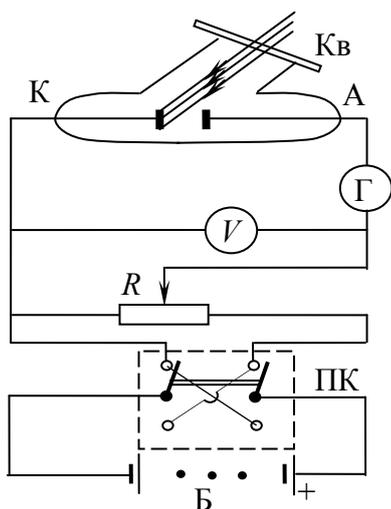


Рис. 7.1

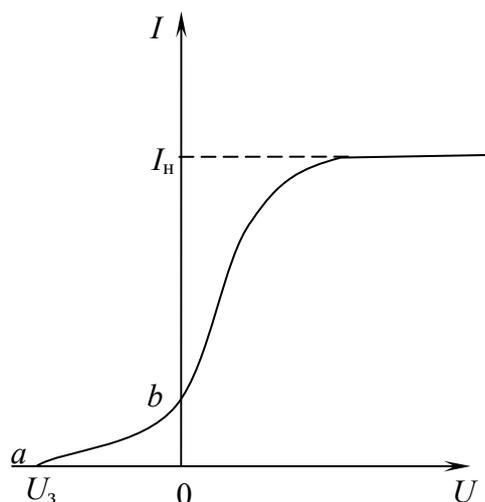


Рис. 7.2

Опытом установлены следующие особенности рассматриваемого явления.

1. Фотоэффект вызывают преимущественно ультрафиолетовые лучи (А. Г. Столетов).

2. Для каждого вещества (металла) существует минимальная частота  $\nu_k$  (максимальная длина волны  $\lambda_k$ ), называемая *красной границей* фотоэффекта, при которой фотоэффект еще возможен (А. Г. Столетов). Величина  $\nu_k$  зависит от химической природы вещества катода и состояния его поверхности.

3. График зависимости силы фототока от напряжения (вольтамперная характеристика) при неизменном световом потоке  $\Phi$  приведен на рис. 7.2. Из графика следует, что по мере увеличения напряжения при некотором значении  $U$  фототок достигает максимального значения  $I_{\text{н}}$ , называемого *фототоком насыщения*. Сила тока  $I_{\text{н}}$  насыщения определяется числом  $n$  электронов, испускаемых катодом под действием света за 1 с:

$$I_{\text{н}} = en.$$

Сила тока насыщения является мерой фотоэлектрического действия света. Из закона Столетова следует, что *сила тока насыщения пропорциональна падающему на фотокатод световому потоку*:

$$I_{\text{н}} = \gamma\Phi, \quad (7.5)$$

где  $\gamma$  – спектральная чувствительность катода (измеряется в мкА/лм).

Этот закон проверен и строго выполняется в широком интервале интенсивности света.

Согласно опытным данным, у ряда металлов, особенно щелочных, для которых красная граница лежит в видимой и даже в инфракрасной области спектра и которые, следовательно, чувствительны к широкому интервалу длин волн, сила тока насыщения имеет резко выраженный максимум для определенного спектрального участка и быстро спадает по обе его стороны (*селективный фотоэффект*). Это явление сильно зависит от направления поляризации света и угла падения. Если электрический вектор  $\vec{E}$  параллелен плоскости падения, то эффект резко усиливается, особенно при больших углах падения. Наоборот, при повороте плоскости поляризации на  $90^\circ$  селективный эффект исчезает.

Пологий характер участка  $ab$  графика (см. рис. 7.2) указывает на распределение фотоэлектронов по скоростям, а значит и по значениям их кинетической энергии; очевидно, что электроны, выбиваемые из поверхности катода, обладают большей скоростью, чем электроны, выбиваемые из его глубины (известно, что световая волна проникает в металл на глубину, соизмеримую с длиной волны), так как последние до выхода из катода теряют часть своей энергии из-за случайных неупругих столкновений с другими частицами вещества. Когда напряжение между электродами равно нулю, сила тока в цепи обуславливается теми электронами, которые при этом попадают на анод.

Из участка  $ab$  следует, что по мере увеличения отрицательного напряжения между электродами от 0 до  $-U_z$  сила тока уменьшается. Это

значит, что часть электронов при вылете обладает кинетической энергией, которая меньше работы для преодоления сил тормозящего поля.

Подобрав такую разность потенциалов  $U_3$ , при которой сила тока становится равной нулю, мы задерживаем все электроны, включая и самые быстрые. Таким образом,  $v_m$  – максимальная скорость электронов, вырываемых светом из поверхности катода, – определяется из соотношения

$$\frac{1}{2}mv_m^2 = eU_3, \quad (7.6)$$

где  $e$  и  $m$  – абсолютная величина заряда и масса электрона. Из формулы (7.6) следует, что разность потенциалов  $U_3$  служит мерой максимальной кинетической энергии фотоэлектронов: она равна  $eU_3$ .

4. Особый интерес представляет зависимость скорости  $v$  фотоэлектронов от частоты света  $\nu$ . Опыт непосредственно дает зависимость задерживающей разности потенциалов  $U_3$  от частоты; зависимость скорости  $v$  от частоты  $\nu$  можно найти на основании соотношения (7.6) между  $v$  и  $U_3$ . Многочисленные измерения показали, что  $U_3$ , а значит и максимальная кинетическая энергия электронов  $K_m$ , является линейной функцией от частоты  $\nu$  (рис. 7.3). Наконец, опыты подтвердили и утверждения Столетова, что между началом освещения и моментом возникновения фотоэффекта не проходит много времени. А. Г. Столетов установил этот факт с точностью до  $10^{-3}$  с. Согласно современным измерениям, промежуток времени между началом освещения катода и появлением фотона не превышает  $10^{-9}$  с.

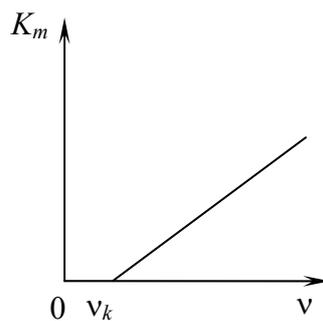


Рис. 7.3

Установленные экспериментально особенности рассматриваемого явления не укладываются в рамки классических представлений. Например, согласно волновой природе света скорость фотоэлектронов должна возрастать с амплитудой напряженности электрического поля волны, а следовательно, и с интенсивностью излучения.

Рассмотренные выше особенности внешнего фотоэффекта могут быть объяснены на основе квантовой теории. В результате поглощения фотона электрон приобретает энергию  $\xi_f = h\nu$ . Эта энергия в общем случае расходуется по трем каналам: на работу выхода  $A$  электрона из металла, сообщение электрону кинетической энергии  $K$  и частичное превращение во внутреннюю энергию  $\Delta q$  металла, т. е. согласно закону сохранения энергии имеем:

$$h\nu = A + K + \Delta q.$$

Если последний канал не реализуется ( $\Delta q = 0$ ), то кинетическая энергия фотоэлектрона принимает максимальное значение  $\frac{m\nu_m^2}{2}$ . В таком случае

$$h\nu = A + \frac{m\nu_m^2}{2}. \quad (7.7)$$

Уравнение (7.7) называется *уравнением Эйнштейна* для внешнего фотоэффекта.

Это уравнение позволяет объяснить все особенности внешнего фотоэффекта для металлов. В самом деле, из формулы (7.7) следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона зависит не от интенсивности, а от частоты света и работы выхода  $A$ . Фотоэффект возможен только в том случае, когда энергия фотона  $h\nu$  больше или по крайней мере равна  $A$ . Следовательно, частота  $\nu_k$ , соответствующая красной границе фотоэффекта, равна:

$$\nu_k = \frac{A}{h}. \quad (7.8)$$

Она зависит только от величины работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества катода и состояния его поверхности. Находит логическое истолкование и закон Столетова. Общее число  $n$  электронов, вылетающих из фотокатода в единицу времени, пропорционально числу  $n'$  фотонов, падающих за то же время на поверхность катода, т. е. пропорционально интенсивности света.

Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при взаимодействии фотона с электроном происходит почти мгновенно.

### 7.3. Фотоэлементы и их применение

Фотоэффект широко используется в науке и технике для регистрации и измерения световых потоков (фотометрия, спектрометрия в широкой области спектра, спектральный анализ вещества, измерение очень слабых световых потоков и пр.), для преобразования световых сигналов в электрические (контроль и управление производственными процессами, разнообразные системы связи и т. д.). Приборы, действие которых основано на явлении фотоэлектрического эффекта, называются *фотоэлементами*. Простейший, *вакуумный фотоэлемент* представляет собой вакуумированный стеклянный баллон, часть внутренней поверхности которого покрыта слоем металла, играющего роль фотокатода. В качестве анода используются металлическое кольцо или редкая сетка, также находящиеся внутри баллона. Выбор оптимального типа фотоэлементов для решения каждой конкретной задачи основывается на знании их технических характеристик. Для вакуумных фотоэлементов необходимо знание следующих параметров: рабочая область спектра, спектральная и интегральная чувствительность, квантовый выход (отношение числа фотоэлектронов к числу падающих на катод фотонов), инертность, величина тока насыщения. Для регистрации видимого и инфракрасного излучений используют элементы с кислородно-цезиевым катодом, для регистрации коротковолнового видимого света и ультрафиолетового излучения применяют фотоэлементы с сурьмяно-цезиевым катодом. Интегральная чувствительность вакуумных фотоэлементов составляет 20–100 мкА/лм.

Фототок насыщения и интегральную чувствительность можно значительно увеличить путем заполнения баллона фотоэлемента инертным газом (обычно аргоном или неоном при давлении  $\approx 1,3\text{--}13,0$  Па). Фототок в таком элементе, называемом *газонаполненным*, увеличивается из-за ударной ионизации молекул газа фотоэлектронами. Интегральная чувствительность газонаполненных фотоэлементов составляет  $\approx 1$  мА/лм, но эти элементы менее стабильны, чем вакуумные.

Для усиления фототока применяются фотоумножители (ФЭУ), в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии. Общий коэффициент усиления ФЭУ составляет  $10^7\text{--}10^8$ , а интегральная чувствительность их может достигать 10 А/лм. К недостаткам ФЭУ следует отнести необходимость применения источника высоковольтного (1,0–1,5 кВ) и стабилизированного питания, несколько худшую стабильность чувствительности и большие шумы.

Существенным преимуществом всех приемников излучения, использующих внешний фотоэффект, является то обстоятельство, что их фототок не изменяется при изменении нагрузки. Это означает, что при малых значениях фототока можно использовать сколь угодно большое сопротивление нагрузки и тем самым достичь значения падения напряжения на нем, необходимого для регистрации и усиления. Если же заменить сопротивление на емкость, то, измеряя напряжение на этой емкости, можно определить усредненную величину светового потока на заданный интервал времени.

#### 7.4. Давление света

Впервые экспериментально световое давление на твердые тела было обнаружено и измерено русским ученым П. Н. Лебедевым в 1899–1900 гг. В своих опытах он руководствовался теорией электромагнитного поля Д. Максвелла. Согласно этой теории, свет как частный случай электромагнитных волн, падая на поверхность тела, оказывает на него давление. Величина  $p$  этого давления в случае плоской волны по расчетам Д. Максвелла прямо пропорциональна объемной плотности  $\omega$  энергии электромагнитного поля волны:

$$p = \omega(1 + \rho), \quad (7.9)$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения поверхности тела (т. е. отношение интенсивности волны, отражаемой телом, к интенсивности падающей волны;  $0 \leq \rho \leq 1$ ).

Опыты П. Н. Лебедева блестяще подтвердили выводы Максвелла. Лебедев экспериментально решил и другую, несравненно более трудную задачу, обнаружив и измерив давление света на газы (1909 г.). Опыты П. Н. Лебедева завоевали ему мировую известность и вошли в историю физики как классический пример тончайшего физического эксперимента.

С точки зрения квантовой теории, давление света на отражающую или поглощающую поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при взаимодействии с поверхностью передает ей свой импульс.

Рассчитаем с точки зрения квантовой теории световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения частотой  $\nu$ , падающего перпендикулярно поверхности (рис. 7.4).

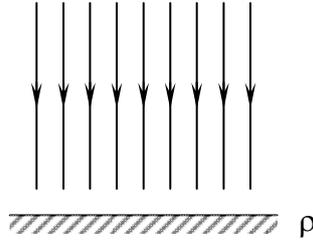


Рис. 7.4

Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает  $N_0$  фотонов, то при коэффициенте отражения  $\rho$  число отраженных фотонов составит  $\rho N_0$ , а поглощенных –  $(1 - \rho)N_0$ . Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p_f = \frac{h\nu}{c}$ , а каждый отраженный –  $2p_f = 2\frac{h\nu}{c}$  (так как при отражении импульс фотона изменяется от  $\frac{h\nu}{c}$  до  $-\frac{h\nu}{c}$ , т. е. на  $2\frac{h\nu}{c}$ ). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с  $N_0$  фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) = \frac{h\nu N_0}{c} (1 + \rho).$$

Здесь  $h\nu N_0 = I$  – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности за единицу времени, т. е. интенсивность света. Величина  $\omega = \frac{I}{c}$  есть объемная плотность энергии падающего излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = \frac{I}{c} (1 + \rho) = \omega (1 + \rho). \quad (7.10)$$

Формула (7.10), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением (7.9), полученным из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется и волновой и квантовой теорией.

Если световой поток падает на поверхность тела под некоторым углом, то давление света в этом случае рассчитывается по формуле:

$$p = \frac{I}{c} (1 + \rho) \cos^2 i = \omega (1 + \rho) \cos^2 i, \quad (7.11)$$

где  $i$  – угол падения.

В случае изотропного излучения можно считать, что все направления движения фотонов равновероятны, т. е. фотоны движутся подобно молекулам идеального одноатомного газа. Как показывают расчеты, давление изотропного монохроматического излучения на поверхность тела выражается формулой:

$$p = \frac{\omega}{3}, \quad (7.12)$$

где  $\omega$  – объемная плотность энергии излучения.

## 7.5. Тормозное рентгеновское излучение

В 1895 г. В. Рентгеном были открыты неизвестные до этого времени лучи, которые он назвал  $x$ -лучами (но больше они известны под названием рентгеновских лучей).

Для обнаружения и исследования рентгеновских лучей используют различные их действия. Эти лучи в сильной степени действуют на фотопластинку, обладают высокой способностью ионизировать газы, вызывают флуоресцентное свечение люминофоров. Для измерения интенсивности рентгеновских лучей используют в основном их фотохимическое и ионизирующее действия. Лучи Рентгена представляют собой электромагнитные волны с длиной волны порядка от  $10^{-3}$  до 80 нм. Волновая электромагнитная природа рентгеновских лучей была твердо установлена опытами по их дифракции и интерференции.

Для генерации лучей Рентгена широко используют рентгеновские трубки Кулиджа. Такая трубка (рис. 7.5) представляет собой вакуумированный баллон (стеклянный или металлический) с электродами. Нагреваемый ток катод К служит источником свободных электронов, испускаемых вследствие термоэлектронной эмиссии. Мишенью является анод А со срезом, который называют также антикатодом. Его изготавливают из тяжелых металлов (W, Cu, Pt и т. д.). Ускорение электронов осуществляют высоким напряжением, создаваемым между катодом и антикатодом. Почти вся энергия электронов выделяется на антикатоде в виде тепла (в излучение превращается 3–8% энергии). Поэтому антикатод интенсивно охлаждают. С этой целью в теле антикатада делают каналы, по которым циркулирует охлаждающая жидкость (вода или масло).

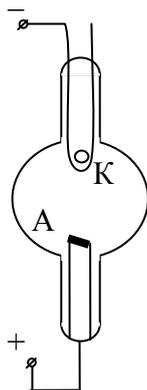


Рис. 7.5

Электроны, ускоренные до высоких значений кинетической энергии, при взаимодействии с веществом антикатода испытывают резкое торможение, что приводит к резкому изменению напряженности магнитного поля, существующего вокруг каждого движущегося электрона. По теории Максвелла это вызывает возникновение вихревого электрического поля. В результате этих процессов и возбуждаются электромагнитные волны. С точки зрения классической электродинамики, мощность электромагнитного излучения пропорциональна квадрату заряда электрона и квадрату его ускорения:

$$p \sim e^2 a^2.$$

Если предположить, что ускорение  $a$  электрона остается постоянным в течение всего времени торможения  $\tau$ , то за время торможения электрон излучит энергию

$$E = p_\tau \sim e^2 a^2 \tau = \frac{e^2 v_0^2}{\tau},$$

где  $v_0$  – начальная скорость электрона.

Полученный результат показывает, что заметное излучение может наблюдаться лишь при резком торможении быстрых электронов. При разности потенциалов между электродами трубки Кулиджа в 50 кВ электрон приобретает скорость, равную  $0,4c$ . В индукционном ускорителе (бетатроне) электроны могут быть ускорены до энергий в 50 МэВ и выше. При торможении таких электронов генерируются рентгеновские лучи очень малой длины волны (порядка  $10^{-14}$  м), обладающие большой проникающей способностью.

Согласно классической электродинамике, при торможении электронов должны возникать волны всех длин – от нуля до бесконечности.

Длина волны, на которую приходится максимум интенсивности излучения, должна уменьшаться по мере увеличения скорости электронов, т. е. напряжения  $U$  между катодом и анодом. На рис. 7.6 приведены кривые распределения интенсивности  $I$  тормозного рентгеновского излучения по длинам волн, полученные при различных значениях  $U$ . Как видно из рисунка, выводы теории в основном подтверждаются на опыте. Однако есть одно принципиальное отступление от требований классической электродинамики. Оно заключается в том, что сплошной рентгеновский спектр ограничен со стороны коротких длин волн некоторой границей  $\lambda_{\min}$ , называемой *коротковолновой границей сплошного спектра*. Существование границы сплошного рентгеновского спектра можно объяснить лишь на основе квантовой теории.

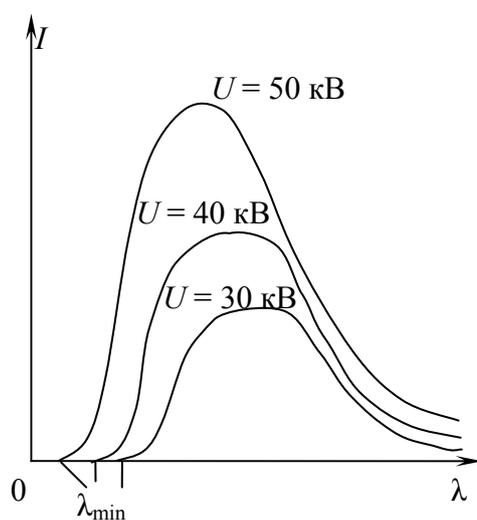


Рис. 7.6

В соответствии с законом сохранения энергии, кинетическая энергия электрона в общем случае расходуется по двум каналам: на излучение кванта энергии  $\xi_f$  и частичное превращение во внутреннюю энергию  $\Delta q$  антикатаода, т. е.

$$eU = \frac{mv^2}{2} = \xi_f + \Delta q. \quad (7.13)$$

Так как условия взаимодействия различных электронов с веществом антикатаода разные, то распределение энергии электронов по указанным каналам будет произвольным, что объясняет наблюдение сплошного спектра тормозного излучения. Если второй канал не реализуется ( $\Delta q = 0$ ), то кинетическая энергия электрона полностью превращается в энергию фотона. Очевидно, что в этом случае частота

рентгеновских лучей будет максимальной, а соответствующая ей длина волны – минимальной, т. е.

$$eU = \frac{m\nu^2}{2} = h\nu_{\max} = h \frac{c}{\lambda_{\min}}. \quad (7.14)$$

Таким образом, коротковолновая граница сплошного рентгеновского спектра определяется только ускоряющим напряжением  $U$  и не зависит от природы вещества антикатада.

Формула (7.14) полностью соответствует экспериментальным данным и лежит в основе одного из наиболее точных методов измерения постоянной Планка  $h$ .

## 7.6. Рассеяние рентгеновских лучей. Эффект Комптона

Согласно волновой теории, механизм рассеяния излучения состоит в «раскачивании» электронов вещества электромагнитным полем падающей волны. Поэтому естественно ожидать, что частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой падающего излучения. Между тем уже результаты предварительных исследований (до открытия спектроскопии рентгеновских лучей) рассеяния рентгеновских и особенно  $\gamma$ -лучей показали, что в составе рассеянного излучения регистрируются более длинные волны, обладающие меньшей проникающей способностью.

В 1922–1923 гг. А. Комптон, воспользовавшись рентгеновским спектрографом, тщательно изучил это явление и разработал его теорию. Схема установки для изучения рассеяния рентгеновских лучей приведена на рис. 7.7.

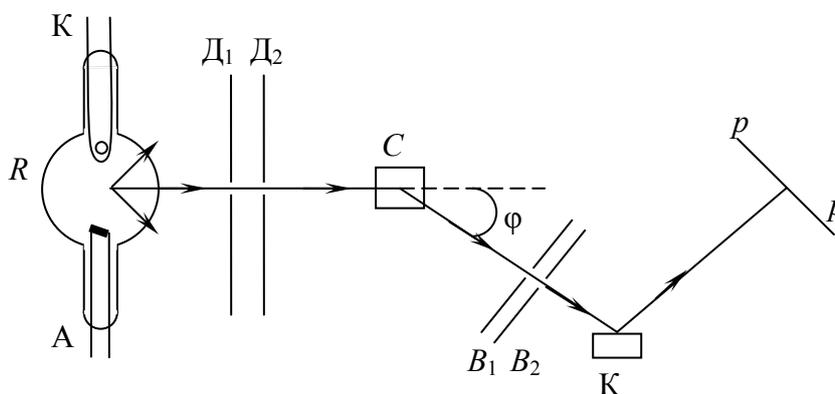


Рис. 7.7

Узкий пучок монохроматических рентгеновских лучей, выходящих из трубки Кулиджа  $R$ , формируется диафрагмами  $D_1$  и  $D_2$  и рассеивается пластинкой  $C$  из исследуемого вещества. Рассеянное излучение, пройдя через ряд щелей  $B_1$  и  $B_2$ , попадает на кристалл  $K$  рентгеновского спектрографа. Кристалл  $K$  спектрографа вместе с системой щелей может поворачиваться вокруг вертикальной оси, что дает возможность измерять длину волны излучения, рассеянного на различные углы. Спектральное распределение интенсивности измерялось с помощью ионизационной камеры ИК.

**Эффектом Комптона** называют рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и  $\gamma$ -излучения) на свободных (или слабосвязанных) электронах вещества, сопровождающееся увеличением длины волны. Если длина волны первичного излучения  $\lambda$ , то в рассеянном излучении наряду с  $\lambda$  обнаруживается и большая длина волны  $\lambda' > \lambda$ . Опытным путем А. Комптон были установлены следующие особенности рассматриваемого явления.

1. Изменение длины волны  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от природы рассеивающего вещества и от длины волны рассеиваемых рентгеновских лучей, а зависит только от угла рассеяния  $\varphi$ , т. е.  $\Delta\lambda = f(\varphi)$ . Эксперимент дает следующую формулу этой зависимости:

$$\Delta\lambda = b(1 - \cos \varphi), \quad (7.15)$$

где  $b = 2,424 \cdot 10^{-12}$  м – постоянная, найденная на основе опытных данных и показывающая величину изменения длины волны при рассеянии под прямым углом. С увеличением угла рассеяния  $\varphi$  величина  $\Delta\lambda$  возрастает, достигая максимального значения при  $\varphi = \pi$ .

2. При одинаковых углах рассеяния величина смещения  $\Delta\lambda$  одна и та же для всех рассеивающих веществ.

3. В случае веществ с малым атомным весом (например, литий, бериллий, бор, углерод и др.) по мере увеличения угла рассеяния интенсивность рассеянного излучения возрастает, а интенсивность первичного излучения уменьшается.

4. С увеличением атомного веса элемента (начиная с хрома) все большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны.

Для объяснения полученных опытных данных А. Комптон предположил, что рассеяние рентгеновских лучей сводится к упругому взаимодействию фотонов этого излучения с практически свободными электронами. Свободными можно считать те электроны, энергия связи которых в атомах вещества значительно меньше той энергии, которую фотон может передать электрону при соударении.

Рассмотрим упругое соударение фотона, обладающего энергией  $\xi_f = h\nu$  и импульсом  $p_f = \frac{h\nu}{c}$ , с покоящимся свободным электроном, энергия покоя которого  $E_0 = mc^2$  (рис. 7.8).

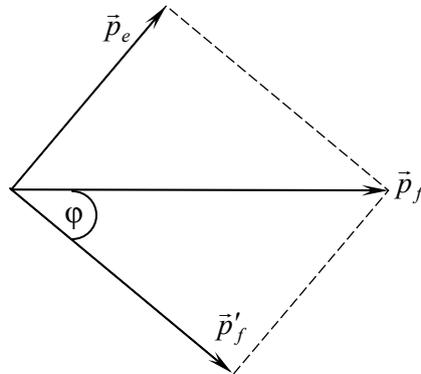


Рис. 7.8

Фотон при взаимодействии с электроном передает ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). Уменьшение энергии фотона обуславливает увеличение длины волны рассеянного излучения. Пусть импульс и энергия рассеянного фотона соответственно равны:  $p'_f = \frac{h\nu'}{c}$  и  $\xi'_f = h\nu'$ . Электрон, ранее покоящийся, приобретает импульс  $p_e = m\nu$  и полную энергию  $E = c\sqrt{p^2 + mc^2}$  и приходит в движение – испытывает отдачу. При каждом акте взаимодействия этих элементарных частиц выполняются законы сохранения энергии и импульса. Согласно закону сохранения энергии

$$\xi_f + E_0 = \xi'_f + E \text{ или } h\nu + E_0 = h\nu' + c\sqrt{p^2 + mc^2}, \quad (7.16)$$

а согласно закону сохранения импульса

$$\vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}'_f,$$

или в соответствии с рис. 7.8 и на основании теоремы косинусов имеем:

$$(m\nu)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\varphi. \quad (7.17)$$

Решая совместно уравнения (7.16) и (7.17), получим:

$$v - v' = \frac{h}{mc^2} vv'(1 - \cos \varphi).$$

Умножив правую и левую части полученного равенства на выражение  $\frac{c}{vv'}$ , придем к уравнению вида:

$$\frac{c}{v} - \frac{c}{v'} = \frac{h}{mc}(1 - \cos \varphi).$$

Поскольку  $\frac{c}{v} = \lambda$ ,  $\frac{c}{v'} = \lambda'$  и  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ , то найдем:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \varphi) = 2 \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\varphi}{2}. \quad (7.18)$$

Величина  $\frac{h}{mc}$ , имеющая размерность длины, есть комбинация трех универсальных постоянных; она называется **комптоновской длиной волны**  $\lambda_c$ :

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 2,99 \cdot 10^8} = 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Результаты измерений А. Комптона и последующих измерений находятся в полном согласии с формулой (7.18) с учетом значения  $\lambda_c$  для электрона. Это свидетельствует о том, что исходные предположения, положенные А. Комптоном в основу теории явления, верны, т. е. фотон испытывает упругое столкновение с электроном.

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом в целом. Так как масса атома намного превосходит массу электрона, комптоновское смещение в этом случае ничтожно, и длина волны  $\lambda'$  практически совпадает с длиной волны  $\lambda$ .

## 7.7. Двойственная корпускулярно-волновая природа света

Мы рассмотрели ряд явлений, в которых свет ведет себя как поток частиц (фотонов). Однако не надо забывать, что такие явления, как интерференция, дифракция, поляризация могут быть объяснены только на основе волновых представлений. Таким образом, свет обнару-

живает *корпускулярно-волновой дуализм* (двойственность): в одних явлениях проявляется его волновая природа, и он ведет себя как электромагнитная волна, в других явлениях проявляется корпускулярная природа света, и он ведет себя как поток фотонов. Свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не исключают свойств дискретности, характерных для фотонов. Свет представляет собой диалектическое единство этих противоположных свойств. Однако в их проявлении есть вполне определенная закономерность. С уменьшением длины волны все более отчетливо проявляются квантовые свойства света. Вместе с тем волновые свойства коротковолнового излучения (например, рентгеновского и тем более  $\gamma$ -лучей) проявляются весьма слабо. Наоборот, у длинноволнового излучения квантовые свойства проявляются в малой степени и основную роль играют его волновые свойства. Именно поэтому большая группа оптических явлений (интерференция, дифракция, поляризация и др.) получает свое исчерпывающее объяснение в волновой оптике.

Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать статистический подход к рассмотрению вопроса о распространении света. Например, дифракция света на щели состоит в том, что при прохождении света через щель происходит перераспределение фотонов в пространстве. Так как вероятность попадания фотонов в различные точки экрана неодинакова, то и возникает дифракционная картина. Освещенность точек экрана пропорциональна вероятности попадания фотонов в эти точки. Согласно волновой теории, освещенность пропорциональна квадрату амплитуды световой волны в рассматриваемых точках. Следовательно, квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в эту точку.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ. ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ .....	4
1.1. Основные понятия и законы геометрической оптики.....	4
1.2. Принцип Ферма.....	6
1.3. Преломление на сферической поверхности.....	9
1.4. Формула тонкой линзы.....	11
1.5. Фотометрические величины .....	12
2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА .....	16
2.1. Когерентность и монохроматичность световых волн.....	16
2.2. Методы получения когерентных источников.....	19
2.3. Расчет интерференции в общем случае .....	20
2.4. Интерференция света в тонких пластинах .....	22
2.5. Применение явления интерференции света.....	23
3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА.....	26
3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля .....	26
3.2. Дифракция сферических волн .....	30
3.3. Дифракция плоских волн .....	32
3.4. Дифракция на пространственной решетке. Дифракция рентгеновских лучей .....	35
3.5. Голография .....	37
4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА .....	40
4.1. Естественный и поляризованный свет. Виды поляризации света. Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Малюса .....	40
4.2. Оптическая анизотропия среды.....	42
4.3. Двойное лучепреломление света.....	46
4.4. Получение линейно поляризованного света .....	47
4.5. Искусственная оптическая анизотропия .....	48
4.6. Вращение плоскости поляризации.....	51
5. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА ВЕЩЕСТВОМ... 53	
5.1. Дисперсия света. Виды дисперсии света.....	53
5.2. Классическая теория дисперсии света.....	54
5.3. Поглощение света веществом.....	57

6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ.....	59
6.1. Тепловое излучение и его характеристики .....	59
6.2. Закон Кирхгофа .....	62
6.3. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела .....	65
6.4. Законы излучения абсолютно черного тела .....	67
6.5. Формула Рэлея – Джинса .....	70
6.6. Формула Планка.....	72
6.7. Излучение нечерных тел .....	75
6.8. Оптическая пирометрия .....	77
6.9. Источники света.....	80
7. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ОПТИКИ.....	84
7.1. Фотон и его характеристики .....	84
7.2. Фотоэффект .....	85
7.3. Фотоэлементы и их применение .....	90
7.4. Давление света .....	91
7.5. Тормозное рентгеновское излучение .....	93
7.6. Рассеяние рентгеновских лучей. Эффект Комптона.....	96
7.7. Двойственная корпускулярно-волновая природа света.....	99

Учебное издание

**Олехнович Александр Михайлович**  
**Рудик Константин Иванович**

# **ФИЗИКА**

**В 5-ти частях**

**Часть 5**

## **ОПТИКА**

Тексты лекций

Редактор *О. А. Семенец*  
Компьютерная верстка *О. А. Семенец*  
Корректор *О. А. Семенец*

Издатель:

УО «Белорусский государственный технологический университет».

ЛИ № 02330/0549423 от 08.04.2009.

ЛП № 02330/0150477 от 16.01.2009.

Ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск.