

После выполнения вычислений по диагонализации матриц смешивания в двух последних уравнениях получаем шесть отдельных уравнений второго порядка, которые все решаются в функциях Бесселя

$$F_0 = a_0 \sqrt{x} Z_{j+1}, \quad \bar{F}_1 = a_1 \sqrt{x} Z_j, \quad \bar{F}_2 = a_2 \sqrt{x} Z_{j+2}, \quad \bar{F}_3 = a_3 \sqrt{x} Z_j,$$

$$G_0 = b_0 \sqrt{x} Z_j, \quad \bar{G}_1 = b_1 \sqrt{x} Z_{j+1}, \quad \bar{G}_2 = b_2 \sqrt{x} Z_{j-1}, \quad \bar{G}_3 = b_3 \sqrt{x} Z_{j+1}.$$

Здесь введены пока не фиксированные числовые множители.

Параметры  $a_1, a_2, a_3$  и  $b_1, b_2, b_3$  не могут рассматриваться как независимые друг от друга, поскольку существует условие, связывающее две тройки функций  $F$  и  $G$ :

$$\left( \frac{d}{dr} + \frac{A}{r} \right) F = i(m + \epsilon) G.$$

После необходимых вычислений с использованием свойств функций Бесселя находим условия связи между этими параметрами

$$b_1 = i \sqrt{\frac{\epsilon - m}{\epsilon + m}} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{2j + 1}{j + 1} \frac{\sqrt{4j + 6}}{\sqrt{4j - 2}} a_1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \frac{1}{j + 1} a_2 - \frac{\sqrt{4j + 6}}{\sqrt{4j - 2}} \frac{1}{2(j + 1)} a_3 \right\},$$

$$b_3 = i \sqrt{\frac{\epsilon - m}{\epsilon + m}} \left\{ \frac{1}{4} \frac{2j + 1}{j + 1} \frac{\sqrt{4j + 6}}{\sqrt{4j - 2}} a_1 - \frac{2j + 1}{4(j + 1)} a_2 - \sqrt{2} \frac{\sqrt{4j + 6}}{\sqrt{4j - 2}} \frac{1}{4(j + 1)} a_3 \right\},$$

$$b_2 = i \sqrt{\frac{\epsilon - m}{\epsilon + m}} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} a_1 - a_3 \right\}.$$

Дальнейшая работа свелась к тому, чтобы учесть уравнения связи (2). В итоге остается лишь одно линейное условие связи для трех параметров  $a_i$ :

$$A_1 a_1 + A_2 a_2 + A_3 a_3 = 0, \quad A_1 = \frac{4(j + 1)\epsilon - (j + 3/2)(\epsilon - m)}{\epsilon - m},$$

$$A_2 = \sqrt{(j - 1/2)(j + 3/2)}, \quad A_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} A_3 = \frac{4(j + 1)\epsilon - (2j + 1)(\epsilon - m)}{\epsilon - m},$$

которое можно понимать как условие ортогональности при фиксированном векторе  $A_j$ . Можно различными способами выбирать два независимых решения этого условия  $a_i^{(1)}$  и  $a_i^{(2)}$ , которые определяют два линейно независимых решения уравнений для частицы со спином  $3/2$  при фиксированных квантовых числах  $\{\epsilon, j, m, P\}$ .

#### Литература

1. Редьков В. М. *Поля частиц в римановом пространстве и группа Лоренца*. Мн.: Беларус. наука, 2009.
2. Редьков В. М. *Тетрадный формализм, сферическая симметрия и базис Шредингера*. Мн.: Беларус. наука, 2011.

## ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ ПАРЫ ЛЕСОЗАГОТОВИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

В.В.Игнатенко, Е.А. Леонов

Современная лесозаготовительная система состоит из двух основных машин – харвестера и форвардера. Харвестеры – это машины, выполняющие комплекс операций:

валку деревьев, их очистку от сучьев и раскряжевку хлыстов на нужные сортименты. Форвардеры – машины, осуществляющие сбор и транспортировку сортиментов, заготовленных харвестером, на погрузочный пункт, включая разгрузку, подсортировку и укладку сортиментов в штабеля. В настоящее время имеется достаточно широкий выбор таких машин, отличающихся производительностью и, соответственно, стоимостью. Поэтому очень важно, в зависимости от конкретных природно-производственных условий, выбрать оптимальную систему машин «харвестер–форвардер», при наименьших экономических затратах.

Пусть имеется форвардер с интенсивностью работы  $\mu$  сортиментов в час. Нужно подобрать харвестер, чтобы загрузка форвардера была максимальной. Построим математическую модель данной системы машин. Для этого, рассмотрим граф состояний работы форвардера (рис. 1).

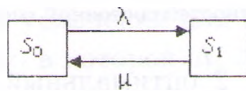


Рис. 1. Граф состояний форвардера.

Форвардер может находиться в следующих состояниях:  $S_0$  – простаивать из-за временного отсутствия заготавливаемых харвестером сортиментов;  $S_1$  – осуществлять сбор и транспортировку сортиментов на погрузочный пункт. Из свободного состояния  $S_0$  в рабочее состояние  $S_1$  форвардер переходит с интенсивностью  $\mu$ , где  $\lambda = 1/t_3$  интенсивность заготовки сортиментов харвестером,  $t_3$  продолжительность цикла обработки сортиментов харвестером. Обратный переход осуществляется с интенсивностью  $\mu = 1/t_T$ , где  $t_T$  – продолжительность цикла сбора, транспортировки, разгрузки и подсортировки сортиментов форвардером. Обозначим  $P_i(t)$  – вероятность того, что в момент времени  $t$  форвардер находится в состоянии  $S_i$ . Тогда модель функционирования системы (дифференциальные уравнения Колмогорова для вероятностей состояний) будет иметь вид

$$\frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1, \quad \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1, \quad P_0 + P_1 = 1. \quad (1)$$

При работе на протяжении длительного промежутка времени месяц, год и т.д. (установившийся режим работы), можно считать, что  $P_0 = \text{const}$ ,  $P_1 = \text{const}$ , – финальные вероятности состояний [1]. В этом случае система дифференциальных уравнений (1) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений

$$0 = -\lambda P_0 + \mu P_1, \quad 0 = \lambda P_0 - \mu P_1, \quad P_0 + P_1 = 1. \quad (2)$$

Решая систему (2) относительно вероятностей состояний  $P_0$  и  $P_1$ , получим следующие выражения для расчета режимов работы системы машин «харвестер–форвардер»:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu}, \quad P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}. \quad (3)$$

Полученные зависимости вероятностей состояний позволяют установить рациональные значения параметров рассматриваемых машин. Поскольку у нас интенсивность форвардера задана, то из зависимостей (3) устанавливается рациональное значение параметра  $\lambda^*$ , по которому в дальнейшем подбирается конкретная марка харвестера. На рис. 2 приведен пример установления рациональной интенсивности  $\lambda$  работы харвестера в зависимости от конкретной интенсивности  $\mu$  работы форвардера.

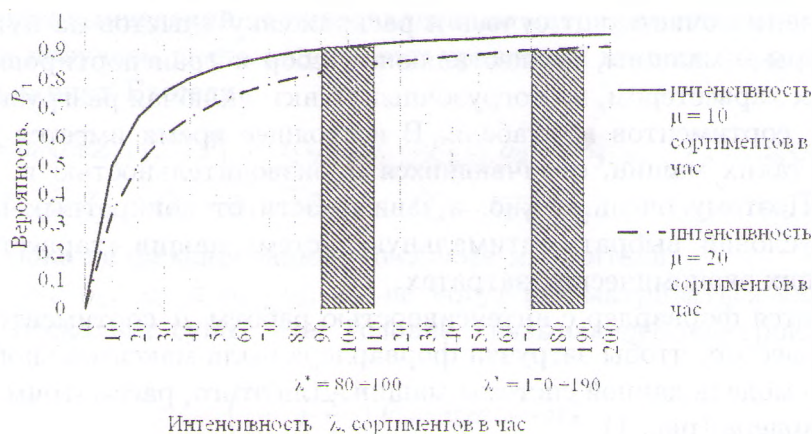


Рис. 2. Зависимости вероятностей состояний системы «харвестер-форвардер».

Принятый на основании рис. 2 оптимальный диапазон значений  $\lambda^*$  позволяет осуществить выбор требуемого харвестера, обеспечивающего рациональную загрузку применяемого форвардера, так как при этом обеспечивается оптимальная величина вероятности его работы  $P_1^*$ . Данная математическая модель может быть использована на производстве, при составлении эффективной системы машин «харвестер-форвардер» в зависимости от конкретных природно-производственных условий, при наименьших экономических затратах. Построение математической модели, ее решение и анализ, полученных решений могут быть использованы при обучении студентов, технических специальностей.

#### Литература

1. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5-4. С. 291-295.

## О РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ РАЗНОСТНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ КОЛМОГОРОВА МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ

Д.Я. Копать

Рассмотрим следующую систему разностно-дифференциальных уравнений (РДУ) относительно функции  $P(\vec{d}, \vec{k}, \vec{l}, t)$ . Данная система уравнений используется в общем случае для вероятностей состояний открытой марковской сети, в которой могут присутствовать положительные и отрицательные заявки и сигналы различных классов, системы обслуживания могут подвергаться поломкам, заявки могут быть «нетерпеливыми», возможны обходы заявок и с иными различными особенностями, можно записать в общем случае в виде [1-3]

$$\frac{dP(\vec{d}, \vec{k}, \vec{l}, t)}{dt} = -\Lambda(\vec{d}, \vec{k}, \vec{l})P(\vec{d}, \vec{k}, \vec{l}, t) + \sum_{i^*, j^*=0}^n \sum_{\alpha, \beta, \gamma, \theta, \eta=0}^{\Psi r} \sum_{m=0}^{+\infty} \Phi_{i^* j^* \alpha m \beta \gamma \theta \eta}(\vec{d}, \vec{k}, \vec{l}) \times \\ \times P(\vec{d} + I_{i^*} - I_{j^*}, \vec{k} + \tilde{I}_{\alpha} + m\tilde{I}_{\beta} - \tilde{I}_{\gamma}, \vec{l} + \tilde{I}_{\theta} - \tilde{I}_{\eta}, t), \quad (1)$$