

А. В. Овсянников, доц., канд. техн. наук (БГУ, г. Минск);
 О. Г. Барашко, доц., канд. техн. наук (БГТУ, г. Минск)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Моделирование траекторий динамических объектов (ДО) и систем, их формирование и исследование поведения являются актуальными задачами, имеющими прикладной характер.

В простейшем случае детерминированная математическая модель ДО может быть дополнена параметрами, отражающими наличие комбинаций внешних и внутренних случайных факторов. В динамике эта модель может быть представлена стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ)

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_t + \mathbf{F}_t(\tilde{\mathbf{x}}_t, \mathbf{v}_t) = \mathbf{G}\mathbf{N}_t, \quad \tilde{\mathbf{x}}_0 = \tilde{\mathbf{x}}(t_0)$$

или

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_t + \mathbf{F}_t(\tilde{\mathbf{x}}_t, \mathbf{v}_t) = \boldsymbol{\xi}_t, & \tilde{\mathbf{x}}_0 = \tilde{\mathbf{x}}(t_0), \\ \dot{\boldsymbol{\xi}}_t + \mathbf{a}_\xi(\boldsymbol{\xi}_t) = \mathbf{G}\mathbf{N}_t, & \boldsymbol{\xi}_0 = \boldsymbol{\xi}(t_0), \end{cases}$$

где $\boldsymbol{\xi}_t$ – многомерный стохастический процесс с заданными статистическими свойствами, $\mathbf{a} = [a_i(x_{ii})]$ – вектор-столбец, содержащий нечетные функции с $a_i(0) = 0$, \mathbf{G} – матрица $n \times n$ постоянных положительных коэффициентов; $\mathbf{B} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ – матрица коэффициентов диффузии; \mathbf{N}_t – вектор-столбец, с элементами являющимися производными по времени от винеровского процесса и представляющими собой белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $E\mathbf{N}_t\mathbf{N}_{t+\tau} = \mathbf{I}\delta(\tau)$, \mathbf{I} – единичная матрица $n \times n$; $E(\cdot)$ – операция усреднения по множеству реализаций.

Известны стохастические расширения детерминированных динамических моделей: стохастические аттракторы [1], стохастические модели в задачах управления ДО [2], в частности, управления подвижными объектами [3], управления запасами [4] и т.д. Например, в радиоавтоматике имеет место энергетическая маскировка информационного сигнала. С другой стороны, энергетическое скрытие информационного сигнала можно рассматривать как задачу гарантированного приема полезного

сигнала в условии существенно малых отношений сигнал-шум.

В описанных выше ситуациях имеет место аддитивное добавление шума с заданными свойствами к используемой детерминированной модели. Однако, такое стохастическое расширение модели ДО, с точки зрения реальных ситуаций не всегда оказывается адекватным.

В этой связи целесообразно использовать подход, предложенный в [5], а именно – моделирование траектории ДО стохастического процесса. Такое моделирование траектории ДО заключается в функциональном преобразовании его траектории на основе стохастического дифференциального уравнения с заданными функциями и характеристиками

$$\dot{\mathbf{x}}_t + \mathbf{u}_t \mathbf{a}(\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t) = \mathbf{G} \mathbf{N}_t, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \\ 0 \leq \mathbf{u}_t \leq \mathbf{u}_{\max}, \quad \mathbf{u}_{\max} = \text{diag}[u_{\max i}].$$

В уравнении \mathbf{u}_t – матричная функция управления, содержащая модулирующие детерминированные неотрицательные функции. В общем случае эта матрица определяет профиль траектории ДО. Функция управления \mathbf{u}_t решает задачу модуляции базовой траектории $\tilde{\mathbf{x}}_t$ стохастическим процессом на достаточно длинном временном интервале и только в некоторой окрестности заданных контрольных точек (областей) фазового пространства обеспечивает выполнение равенства $\mathbf{x}_t^k = \tilde{\mathbf{x}}_t^k$, где $k = \overline{1, K}$ – номер контрольной точки (области).

ЛИТЕРАТУРА

1. Стохастические аттракторы нелинейных динамических систем / Л. Б. Ряшко, И. А. Башкирцева. - Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2010.-252 с.
2. Остром К. Введение в стохастическую теорию управления. – М.: Мир, 1973. – 324с.
3. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. Гл. ред. физ. -мат. лит. , 1987. –712 с.
4. Таха, Хемди А. Введение в исследование операций, 7-е издание.: Пер. с англ. — М.: Издательский дом "Вильямс", 2005. — 912 с.
5. Овсянников А.В., Козел В.М. // Докл. БГУИР. 2016. № 6 (100). №. С. 18–23.