

В. А. Стаблецкий, магистрант;  
 Д. С. Карпович, доц., канд. техн. наук;  
 (БГТУ, г. Минск)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ ИНТЕРВАЛЬНОЙ СХОДИМОСТИ

Коэффициенты в передаточной функции, которые представлены интервальными величинами, характеризуют неопределённость входных данных, эти данные зачастую могут меняться (произошёл механический износ системы управления, изменение внутренних свойств системы управления во время эксплуатации и др.).

Рассмотрим вариант, при котором система уравнений имеет нормальную форму Коши и объект управления описывается уравнением вида:

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t), \quad (1)$$

где  $X(t)$  —  $n$ -мерный вектор состояния,  $A$  —  $n \times n$  - матрица коэффициентов системы.

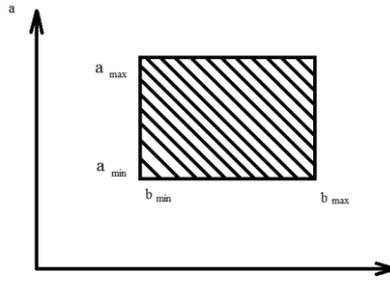
Устойчивость системы может быть исследована с помощью корней характеристического уравнения, также известно, что система является асимптотически устойчивой, если все корни данного уравнения (2) находятся в левой полуплоскости комплексных корней, имеющие отрицательные вещественные составляющие или отрицательные значения.

$$a_n \cdot \lambda^n + a_{n-1} \cdot \lambda^{n-1} + \dots + a_1 \cdot \lambda + a_0 = 0 \quad (2)$$

Устойчивость системы определялась с помощью критерия Гурвица, при котором составлялась матрица из коэффициентов характеристического уравнения.

Оценка устойчивости полинома с интервальными коэффициентами по методике Харитонова основана на построении четырёх полиномов с граничными значениями коэффициентов. При этом наличие только отрицательных корней или вещественных частей комплексных корней каждого из полиномов является необходимым и достаточным условием устойчивости интервальной системы.

$$\begin{cases} a_{\min} < a_{\max} \\ b_{\min} < b_{\max} \end{cases} \quad (3)$$



**Рисунок 1 – графическое представление интервальной сходимости по Харитонову**

Возьмём передаточную функцию вида:

$$W_{об} = \frac{K_p}{T_2 \cdot s^2 + T_1 \cdot s + 1}, \quad (4)$$

где  $K_p = 4,0963$ ,  $T_2 = 310,5114$ ,  $T_1 = 2132,9456$ .

Были получены коэффициенты характеристического уравнения:  
 $a_{\min} = 0,0000134$ ,  $a_{\max} = 589,9774$ ,  $b_{\min} = 0,0000881$ ,  $b_{\max} = 4052,6$ .

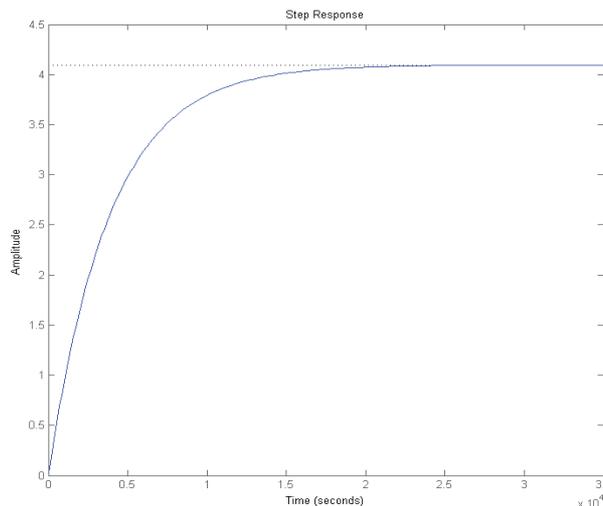
Передаточная функция устойчивой системы имеет вид:

$$W_{об} = \frac{4,0963}{558,9 \cdot s^2 + 3839,3 \cdot s + 1} \quad (5)$$

Матрица Гурвица имеет вид:

$$G = \begin{bmatrix} 3839,3 & 0 \\ 558,9 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

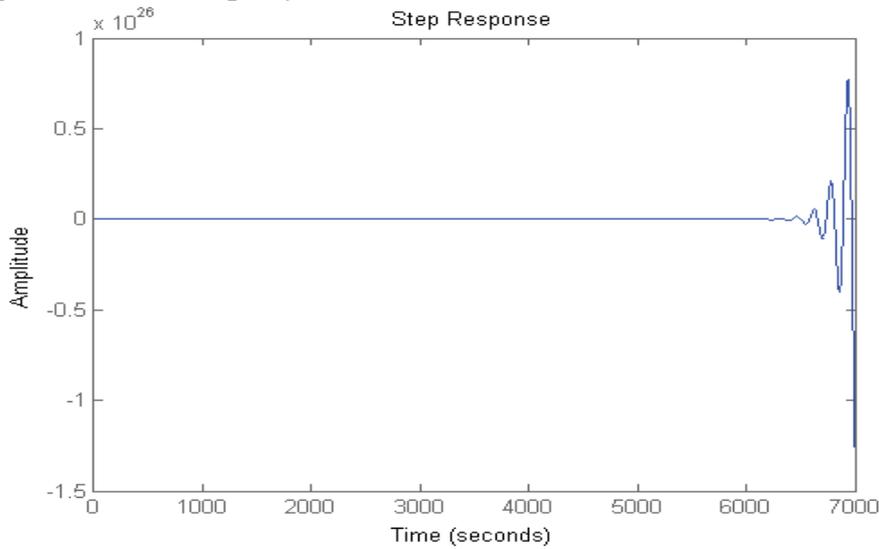
Система по критерию Гурвица устойчива, а график переходного процесса представлен на рисунке 2.



**Рисунок 2 – Переходной процесс с найденными коэффициентами**

Если выйти за пределы допустимых коэффициентов, то система окажется неустойчивой. Если взять коэффициент  $b_{\min} = -9,9$  система

будет неустойчива по критерию Гурвица. График переходного процесса представлен на рисунке 3.



**Рисунок 3 – Переходной процесс с коэффициентом лежащим за пределами допустимых значений**

Интервальную сходимость по Харитонову можно использовать и в пространстве состояний.

Матрицы передаточной функции будут иметь вид:

$$A = \begin{bmatrix} -6,8691 & -0,0515 \\ 0,0625 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} C = [0 \quad 0,4221] \quad (7)$$

Граничные матрицы при которых система всё ещё устойчива имеют вид:

$$A_{\max} = \begin{bmatrix} -0,687 & -0,05 \\ 0,0625 & 0 \end{bmatrix} A_{\min} = \begin{bmatrix} -13,0512 & -0,00979 \\ 0,0625 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Передаточная функция устойчивой системы имеет вид:

$$W_{об} = \frac{6,6988}{507,936 \cdot s^2 + 1457,3 \cdot s + 1} \quad (9)$$

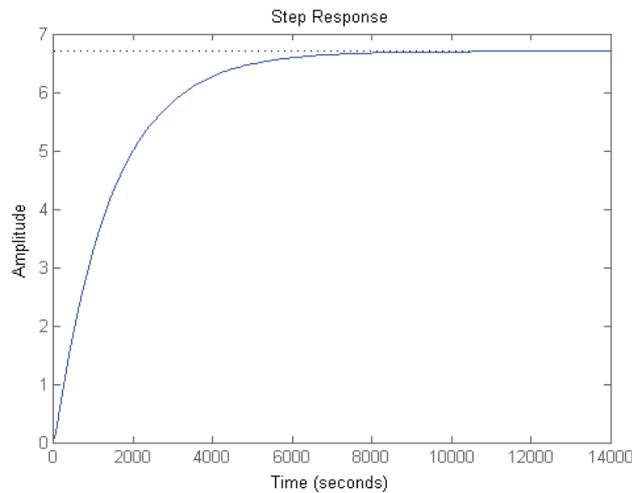
Матрицы передаточной функции будут иметь вид:

$$A = \begin{bmatrix} -2,8691 & -0,0315 \\ 0,0625 & 0 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} C = [0 \quad 0,4221] \quad (10)$$

Матрица Гурвица имеет вид:

$$G = \begin{bmatrix} 1457,3 & 0 \\ 507,936 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

График переходного процесса можно увидеть на рисунке 4.



**Рисунок 4 – График переходного процесса устойчивой системы**

Передаточная функция неустойчивой системы имеет вид:

$$W_{об} = \frac{0,037}{-2,8229 \cdot s^2 + 2132,9 \cdot s + 1} \quad (12)$$

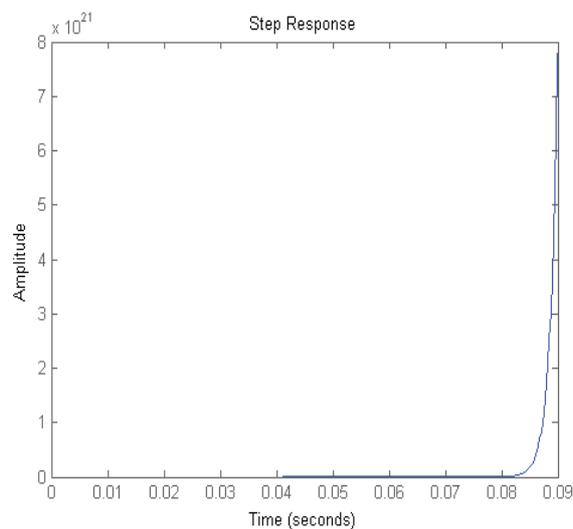
Матрицы передаточной функции будут иметь вид:

$$A = \begin{bmatrix} 755,597 & 5,6680 \\ 0,0625 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0,4221] \quad (13)$$

Матрица Гурвица имеет вид:

$$G = \begin{bmatrix} 2132,9 & 0 \\ -2,8229 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

График переходного процесса можно увидеть на рисунке 4.



**Рисунок 5 – График переходного процесса неустойчивой системы**

Метод интервальной сходимости по Харитонову в частном случае был проверен и подтверждён, а также проверена возможность использования данного метода в пространстве состояний.