

## КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРЫ КАК СВЯЗИ

Кинематические пары являются основными составными элементами механизмов. При помощи кинематических пар отдельные звенья механизма связываются в единую кинематическую систему. Характером соприкосновения своих элементов кинематические пары определяют геометрию относительного движения звеньев механизма. Таким образом кинематические пары превращают механизм в систему звеньев принужденного движения.

Из сказанного следует, какое важное значение имеют кинематические пары для механизмов. Поэтому неудивительно, что изучению вопросов теории кинематических пар уделяется в нашей литературе такое большое внимание.

Начало научной теории кинематических пар было положено гениальным русским ученым—академиком П. Л. Чебышевым. В своей работе (1) при выводе известной структурной формулы механизмов он впервые начал характеризовать кинематические пары по числу условий связи, накладываемых ими на относительное движение звеньев механизма. Этим было положено начало классификации кинематических пар по кинематическому признаку.

Дальнейшее развитие идея классификации кинематических пар получила в работах другого крупного русского ученого—проф. П. О. Сомова. В своих исследованиях (2) он не ограничивался рассмотрением условий связи кинематических пар применительно только к образованию механизмов плоской системы, а распространил эту идею и на случай образования некоторых видов механизмов пространственной системы.

Основоположителем подлинной научной теории кинематических пар является крупнейший русский ученый проф. Х. И. Гохман. В своем замечательном труде (3) он подверг кинематические пары всестороннему исследованию. Следует отметить, что многие его выводы по данному вопросу оказались настолько хорошо научно обоснованными, что остаются

справедливыми и по настоящее время. Без преувеличения можно сказать, что основные его научные идеи составили прочный научный фундамент современной теории кинематических пар.

Особенно сильное развитие теория кинематических пар получила в наше советское время. Вопросами кинематических пар занимались многие советские ученые. Прежде всего, здесь следует отметить работы проф. А. П. Малышева (4), академика И. И. Артоболевского (6 и 7), проф. Х. Ф. Кетова и Н. И. Колчина (5), члена-корреспондента АН СССР проф. В. В. Добровольского (8) и некоторых других. Благодаря их работам вопрос изучения кинематических пар продвинут далеко вперед.

Несмотря на эти большие достижения, все же в настоящее время нельзя сказать, что теория кинематических пар получила исчерпывающее решение. В этой теории есть много нерешенных вопросов, пробелов и спорных положений.

В учении о кинематических парах до сих пор не достигнуто единого научного мнения по ряду основных вопросов построения и классификации пар.

Так, например, проф. А. П. Малышев (4) на основе разработанной им теории образования кинематических пар считает возможным получить абстрактно 324 пары, из которых 99 якобы могут иметь практическое осуществление. Академик И. И. Артоболевский (7) считает возможным получить 14 простых пар, 10 винтовых и множество сложных. При этом, как указывает сам автор, только часть этих пар может быть реализована конструктивно. Проф. В. В. Добровольский (8) утверждает, что теоретически возможно получить всего 60 пар, из которых только некоторая часть (а какая именно, остается неизвестным) может получить реальное конструктивное оформление.

Из приведенного сопоставления существующих теорий кинематических пар уже видно, что здесь имеет место большая разногласия. Отсюда же следует, что отдельные авторы наряду с реальными парами включают в рассмотрение пары фиктивные, которые не могут быть реализованы конструктивно и вносят тем самым в учение о кинематических парах еще большую путаницу.

Ввиду создавшегося положения Министерство высшего образования СССР в течение довольно длительного периода времени в программах по теории механизмов и машин вынуждено было рекомендовать изучать кинематические пары на выбор по Малышеву, Артоболевскому или Добровольскому. Правда, в более поздних программах таких прямых указаний уже нет, но по сложившейся традиции изучение кинематических пар в вузах до сих пор продолжается согласно прежним рекомендациям.

Такое положение в теории кинематических пар является явно ненормальным. Существующая разногласия приводит к большой путанице в терминологии и в понятиях.

Но все же благодаря исследованиям советских ученых в течение нескольких десятилетий накоплен богатый материал по изучению кинематических пар. Поэтому в настоящее время имеются условия для создания строгой научной теории кинематических пар, такой теории, которая явилась бы действительным отражением реального мира.

Наши исследования (9) показали, что уже сейчас можно установить границы практического существования кинематических пар и отделить таким образом мир реальных вещей от мира «вещей в себе». Имеются также условия для установления естественных законов построения кинематических пар. Ниже приводится краткое изложение результатов наших последних исследований в этом направлении.

Основные кинематические свойства кинематических пар, как известно, могут быть характеризованы, с одной стороны, числом степеней свободы относительного движения их элементов, а с другой—числом условий связи, накладываемых ими на движение звеньев, причем величины эти являются взаимно зависимыми. В общем случае зависимость эта может быть выражена формулой

$$S = k + i, \quad (1)$$

где:  $S$  — число параметров свободного движения тела в составе механизма,

$k$  — число условий связи, накладываемых кинематическими парами,

$i$  — число степеней свободы относительного движения элементов кинематических пар.

По кинематическому признаку пары обычно делятся на классы. Класс пар определяется либо по числу степеней свободы относительного движения их элементов, либо по числу условий связи, накладываемых ими на движение звеньев. Условимся определять класс кинематических пар по числу степеней свободы относительного движения их элементов. Это удобно в том отношении, что класс кинематических пар остается постоянным при всех случаях, тогда как в противном случае, в зависимости от изменения числа параметров свободного движения тела, как следует из уравнения (1), класс пар будет меняться. Так, например, поступательная пара в пространственной системе с шестью параметрами движения будет накладывать пять условий связи, в плоской системе с тремя параметрами движения — два условия связи, в цилиндрической системе с двумя параметрами движения — всего одно условие связи. Таким образом, одна и та же поступательная пара по числу условий связи должна быть отнесена соот-

ветственно в каждом из этих случаев к пятому, второму и первому классам. Аналогичное явление имеет место и в отношении других пар.

Условимся также делить пары на простые (независимые) и производные (зависимые). Простыми будем называть такие, в которых все простейшие возможные движения их элементов являются независимыми друг от друга, а производными—такие, в которых отдельные простейшие возможные движения являются взаимно зависимыми.

Всякое свободное тело в пространстве, как известно, обладает шестью параметрами движения или степенями свободы. Такое движение тела всегда можно представить состоящим из шести простейших возможных движений: трех поступательных и трех вращательных вдоль и около трех взаимно перпендикулярных осей. Но так как два элемента взаимно соприкасающихся звеньев, входящих в одну кинематическую пару, находятся в постоянном соприкосновении, то их относительное движение ограничено. Поэтому число степеней свободы относительного движения элементов кинематических пар не может быть выше пяти. В противном случае кинематическая пара как связь перестает существовать. В то же время число параметров относительного движения элементов кинематических пар не может быть меньше единицы, так как в противном случае получается жесткое соединение звеньев и пара как таковая также перестает существовать.

Таким образом, число параметров относительного движения элементов кинематических пар в общем случае может меняться лишь в пределах от 1 до 5.

При этом практика показывает, что нельзя подобрать такие геометрические формы элементов кинематических пар, которые допускали бы наличие одновременно трех поступательных движений, направленных вдоль трех координатных осей. Следовательно, и такое сочетание возможных движений в элементах кинематических пар, как нереальное, исключается.

Все остальные возможные сочетания простейших поступательных и вращательных движений в элементах кинематических пар, в указанных выше пределах, являются реально осуществимыми.

По проведенному анализу составлена таблица 1, где указаны возможные случаи образования независимых кинематических пар с различным сочетанием простейших поступательных и вращательных движений их элементов. Приведена также классификация пар с подразделением их на классы и виды. Класс кинематических пар, как видим из таблицы, определяется по числу степеней свободы относительного дви-

жения их элементов, а вид—в порядке последовательного их расположения.

Таблица 1

Число возможных вращательных движений	Число возможных поступательных движений		
	0	1	2
	класс и вид кинематических пар		
0	—	I <sub>1</sub>	—
1	I <sub>2</sub>	II <sub>1</sub>	III <sub>1</sub>
2	II <sub>2</sub>	III <sub>2</sub>	IV <sub>1</sub>
3	III <sub>3</sub>	IV <sub>2</sub>	V <sub>1</sub>

Из таблицы следует, что простые кинематические пары с независимыми возможными движениями элементов могут быть всего 10 основных видов, которые в общем случае делятся на пять классов.

Далее нами были подробно изучены условия конструктивного построения кинематических пар каждого вида, предусмотренного таблицей 1. Были рассмотрены условия распределения простейших возможных движений элементов кинематических пар относительно координатных осей, расположения координатных осей, вдоль и около которых происходят простейшие движения, и характер соприкосновения элементов. При этом обнаружилось, что первые два из указанных здесь условий могут существенным образом повлиять на изменение кинематики относительного движения элементов кинематических пар, а третье—приводит лишь к конструктивным изменениям, не затрагивая кинематику относительного движения элементов пар по существу.

Было установлено, что только в парах двух видов из десяти, предусмотренных таблицей 1, можно получить по два разных варианта распределения простейших возможных движений элементов кинематических пар относительно координатных осей, а в остальных восьми случаях—только по одному варианту распределения.

Исследования показали, что координатные оси, вдоль и около которых происходят простейшие возможные движения элементов кинематических пар, в общем случае могут пересекаться или же не пересекаться. В зависимости от этого

можно получить разные конструктивные варианты кинематических пар с характерными отличиями кинематики относительных движений как элементов. Было установлено, что в парах пяти видов из десяти, предусмотренных таблицей 1, можно получить по два разных варианта расположения координатных осей, вдоль и около которых происходят простейшие возможные движения элементов. При этом один из этих случаев совпадает с одним из известных уже нам случаев распределения простейших возможных движений элементов пар относительно координатных осей.

Таким образом, в результате исследования было установлено, что в общем случае только в парах шести видов из десяти возможно получение по два разных конструктивных варианта кинематических пар, отличающихся друг от друга кинематикой относительных движений элементов. Пары этих видов мы условились делить на подвиды. Следовательно, можно констатировать, что в общем случае возможно образование всего лишь 16 видов и подвидов простых кинематических пар.

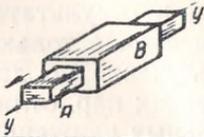
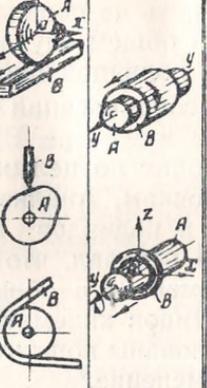
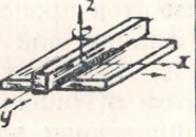
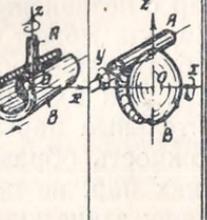
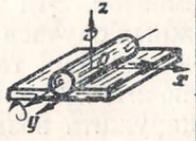
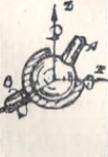
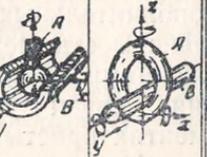
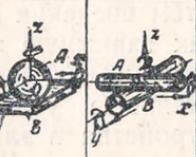
По характеру соприкосновения элементов, как известно, пары делятся на низшие и высшие. В низших парах соприкосновение элементов происходит по целым поверхностям, а в высших— по линиям или точкам. Анализ образования всех указанных здесь 16 видов и подвидов простых кинематических пар в этом отношении показал, что в зависимости от характера соприкосновения элементов в общем случае возможно построение 25 основных типов кинематических пар. При этом все они могут быть реализованы конструктивно и многие из них имеют практическое применение.

Результаты указанного анализа сведены в таблицу 2. Здесь приведены схемы основных типов, видов и подвидов простых кинематических пар с независимыми возможными движениями элементов. Эта таблица может служить как для перечня возможных случаев образования основных типов простых кинематических пар, так и для их классификации. Она позволяет включить дополнительные пары, если в дальнейшем удастся обнаружить возможность образования нового типа или подвиды кинематических пар, не предусмотренных здесь.

Производные кинематические пары получают из простых путем введения дополнительных условий связи, устанавливающих взаимную зависимость между отдельными простейшими возможными движениями элементов. В общем случае дополнительные условия связи устанавливаются посредством устройства в элементах простых пар соответствующих выступов и впадин. Конструктивно эти устройства обычно принимают форму пазов и соответствующих пальцев. При этом профили пазов в общем случае могут быть совершенно произвольными. Практически профили пазов должны удовлетво-

рять заданным законам зависимости отдельных возможных движений элементов кинематических пар.

Таблица 2

Число возможных вращательных движений	Число возможных поступательных движений			
	0	1	2	
0	—		—	
1				
2				
3				

Простейшим примером производной пары является винтовая пара, где поступательное движение элементов вдоль оси

цилиндра связано с вращением около той же оси уравнением

$$F(h, \varphi) = 0, \quad (2)$$

где:  $h$ —поступательное перемещение элементов вдоль оси цилиндра,  $\varphi$ —угол поворота элементов около той же оси.

Такая пара получается из простой пары второго класса первого вида второго подвида путем устройства в ее элементах бесконечного паза по винтовой линии и соответствующего бесконечного гребня или пальца. При этом введение дополнительного условия связи приводит к уменьшению числа степеней свободы относительного движения элементов, а следовательно, и к понижению класса кинематической пары. Так, например, первоначальная пара в этом случае относится к парам второго класса, а преобразованная затем винтовая пара—будет уже парой первого класса.

Исследования показали, что устройство соответствующих выступов и впадин в элементах простых кинематических пар с целью создания дополнительных условий связи между относительными возможными движениями их элементов в различных случаях приводит к разным результатам.

В простых парах первого класса элементы обладают всего одним простейшим возможным движением. Следовательно, здесь ни о каких дополнительных условиях связи между относительными возможными движениями элементов не может быть речи. Пары более высоких классов в общем случае допускают устройство в своих элементах дополнительных выступов и вырезов, устанавливающих взаимную зависимость между отдельными простейшими возможными движениями.

Исследования показали, что устройство выступов и вырезов в элементах простых пар второго и третьего классов в общем случае, в зависимости от выбора вида или подвида пар, может привести к одному из следующих конечных результатов:

- а) к образованию собственных производных пар первого или второго класса,
- б) к образованию сложных систем звеньев, входящих в две самостоятельные простые кинематические пары,
- в) к образованию жестких соединений элементов пар,
- г) к преобразованию пары низшего класса в обычную простую пару пятого класса.

Таким образом, оригинальными здесь являются лишь собственные производные пары. В этом случае можно получить производные пары с двумя или тремя взаимно зависимыми возможными движениями элементов. Первые из них мы условились называть просто производными парами, а вторые, с несколькими взаимозависимыми возможными движениями,— производными парами высших порядков, или сложными производными парами.

При этом оказалось, что на основе преобразования простых пар второго и третьего классов можно получить: производные пары первого класса с двумя зависимыми возможными движениями элементов—двух основных видов; производные пары второго класса с двумя зависимыми и одним независимым возможными движениями элементов — трех основных видов, и сложную производную пару первого класса с тремя взаимно зависимыми возможными движениями элементов — одного вида.

Устройство соответствующих выступов и вырезов в элементах простых кинематических пар четвертого и пятого классов в зависимости от выбора их вида и подвида в общем случае может привести к одному из следующих конечных результатов:

а) к образованию сложных производных пар разных видов,

б) к образованию простых производных пар второго класса с двумя зависимыми и одним независимым возможными движениями элементов,

в) к преобразованию пар в обычные пары пятого класса с независимыми возможными движениями элементов.

Таким образом, оригинальными в этом случае являются лишь сложные производные пары, а остальные построения были известны ранее. Анализ показал, что путем преобразования простых пар четвертого и пятого классов указанным способом можно получить всего лишь одну сложную производную пару первого класса, с четырьмя взаимно зависимыми возможными движениями элементов, и одну сложную производную пару второго класса, с четырьмя взаимозависимыми и одним независимым возможными движениями элементов.

Следует отметить, что при преобразовании простых пар высших классов указанным способом в отдельных случаях полностью исключаются некоторые из возможных движений элементов первоначальной пары, в результате чего получаются простые производные пары второго класса с двумя зависимыми и одним независимым возможными движениями элементов ранее известных видов.

Обнаружить возможность образования других видов производных кинематических пар, кроме указанных выше, нам пока не удалось. Результаты исследования сведены в таблицы.

В таблице 3 приведены схемы производных пар с двумя зависимыми возможными движениями элементов. Из нее видно, что простые производные пары могут быть только первых классов, которые распадаются на пять основных видов: два вида первого и три вида второго классов. Там же указано, какие из простейших возможных движений элементов являются

взаимно зависимыми. Производные пары других типов этих же видов, имеющих иное соприкосновение элементов, в таблице не приводятся.

Таблица 3

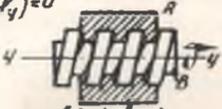
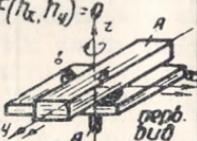
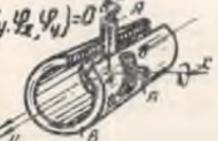
Класс кинематич. пар	Схемы пар и условия связи между отдельными возможными движениями их элементов		
I	Элементы обладают 2 зависим. возможн. движ.		
	$F(\eta_x, \varphi_y) = 0$  первый вид	$F(\varphi_x, \varphi_y) = 0$  второй вид	
II	Элементы обладают двумя зависимыми и одной независимой возможными движениями.		
	$F(\eta_x, \eta_y) = 0$  перв. вид	$F(\eta_x, \varphi_y) = 0$  второй вид	$F(\varphi_x, \varphi_y) = 0$  третий вид

Таблица 4

Класс кинематич. пар	Схемы пар и условия связи между отдельными возможными движениями их элементов	
I	Элементы обладают 3-мя зависим. возможн. движ.	Элементы обладают 4-мя зависим. возможн. движ.
I	$F(\eta_x, \varphi_x, \varphi_y) = 0$ 	$F(\varphi_x, \eta_x, \eta_y, \varphi_y) = 0$ 
II	Элементы обладают одной независимой и четырьмя зависимыми возможными движениями	
II	$F(\eta_x, \eta_y, \varphi_x, \varphi_y) = 0$ 	

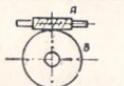
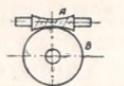
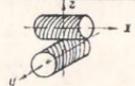
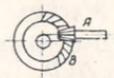
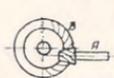
В таблице 4 даны схемы сложных производных пар с указанием условий взаимосвязи между отдельными простейшими возможными движениями их элементов. Из таблицы следует, что сложные производные пары также могут быть первого и второго классов. Причем пары первого класса могут быть двух видов: с тремя и с четырьмя взаимно зависимыми движениями элементов, а пары второго класса—только одного вида с четырьмя зависимыми и одним независимым простейшими возможными движениями элементов.

И, наконец, в таблице 5 показаны схемы основных типов пар пятого класса, полученных путем преобразования указанным способом основных видов независимых пар и имеющих наибольшее распространение в практике современного машиностроения.

Кроме рассмотренного выше способа преобразования пар (устройства соответствующих выступов и вырезов в их элементах), есть еще один прием преобразования простых кинематических пар. Прием этот заключается во введении между элементами простых пар дополнительных звеньев, исполненных в виде шариков или роликов. Цель подобных преобразований заключается в изменении характера относительных перемещений соприкасающихся поверхностей и замены таким образом трения скольжения трением качения. Эти преобразования в конечном счете приводят к уменьшению вредных сопротивлений в машинах и механизмах.

В общем случае такое преобразование допускают как низшие, так и высшие кинематические пары. Например, в результате таких преобразований некоторых видов низших пар получают известные в технике так называемые шариковые и роликовые подшипники, имеющие исключительно широкое применение в практике современного машиностроения.

Таблица 5

Наименование механизмов с парами V класса	Схемы механизмов
Червячная передача с цилиндрическим червяком	
Червячная передача с глобоидальным червяком	
Зубчатая передача с винтовыми зубчатыми колесами	
Коническая зубчатая передача с перекрещивающимися осями осей	
Коническая зубчатая передача со спиральными зубьями	
Зубчатая передача с гиперболоидальными зубчатыми колесами	

Преобразование высших кинематических пар указанным способом производится в практике также довольно часто. Вместо роликов в этом случае обычно применяются цевочные втулки, которые также способствуют уменьшению сопротивления в кинематических парах.

При последнем способе преобразования кинематика относительного движения первоначальных элементов кинематических пар остается без изменения. Поэтому и после преобразования класс кинематических пар в этом случае не меняется.

Преобразованные таким образом кинематические пары, как уже отмечено, имеют широкое применение в практике. Схемы таких пар являются общеизвестными, поэтому здесь нет необходимости их приводить.

Следующим важным свойством кинематических пар является характер замыкания их элементов. По характеру замыкания элементов пары могут быть разделены на следующие группы:

- а) с геометрическим замыканием элементов,
- б) с кинематическим замыканием элементов,
- в) с силовым замыканием элементов,
- г) пары чисто силовые.

К парам с геометрическим замыканием относятся такие, в которых постоянство соприкосновения элементов обусловлено их геометрической формой. В таких парах элемент одного звена как бы охватывает элемент другого звена. Геометрическое замыкание могут иметь только низшие пары.

При кинематическом замыкании постоянство взаимного соприкосновения элементов обеспечивается не столько протяженностью самих элементов, сколько их взаимным расположением. Такое замыкание имеют обычно только высшие пары. Замыкание элементов в этом случае обеспечивается конструктивно либо наличием повторяющихся поверхностей соприкосновения, либо путем создания специально для этого дополнительных поверхностей соприкосновения. Первый из указанных здесь случаев кинематического замыкания элементов имеют, например, зубчатые передачи, где элементы, образованные поверхностями зубьев, последовательно повторяются, а второй случай—кулачковые механизмы и некоторые другие виды передач, где для замыкания специально спроектированы дополнительные поверхности соприкосновения.

Силовое замыкание элементов могут иметь как низшие, так и высшие кинематические пары. В низших кинематических парах необходимость применения силового замыкания возникает в случае ограниченности размеров поверхностей соприкосновения, когда элемент одного звена геометрически не охватывает элемент другого звена. В высших парах силовое замыкание применяется в случае отсутствия дополнительных или повторяющихся поверхностей соприкосновения. В ка-

честве замыкающей силы в том и другом случаях могут быть применены силы тяжести, силы нажатия пружин и т. д.

Чисто силовые пары, обеспечивающие соответствующие кинематические связи между отдельными звеньями, встречаются во многих современных механизмах, в особенности в механизмах с силовыми звеньями. Силовые пары обычно работают как высшие пары. Кинематические связи таких пар в общем случае выражаются аналитическими уравнениями статики или динамики, физики или химии. В качестве сил, обеспечивающих необходимую связь между звеньями, могут быть использованы как чисто механические силы (тяжести, инерции), так и силы электромагнитные, светового воздействия, фотоэффекта, химических реакций и т. д.

В заключение отметим, что приведенным здесь анализом охвачены все кинематические пары, имеющие практическое применение и могущие быть построенными. Указаны условия практического существования кинематических пар и установлены закономерности их последовательного построения. Поэтому приведенная здесь теория является естественной теорией реальных кинематических пар.

Следует также отметить, что в ходе анализа обнаружилась возможность образования многих новых видов и типов кинематических пар, непредусматриваемых существующими теориями. В результате этого установленный нами мир реальных кинематических пар не укладывается в рамки существующих систем классификации. С другой стороны, предложенная нами теория кинематических пар не нуждается в дополнении для стройности разного рода фиктивными парами, что имело место во всех существующих теориях. Все сказанное позволяет надеяться, что приведенный анализ явится основанием строгой научной теории кинематических пар.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Чебышев П. Л., О параллелограммах. Сбор. соч., т. II, 1907.
2. Сомов П. О., О степенях свободы кинематической цепи, 1887.
3. Гохман Х. И., Кинематика машин. Одесса, 1890.
4. Малышев А. П., Кинематика механизмов. Гизлегпром, 1933.
5. Кетов Х. Ф. и Колчин Н. И., Теория механизмов и машин. Машгиз, 1939.
6. Артоболевский И. И., Теория пространственных механизмов. ОНТИ, 1937.
7. Артоболевский И. И., Теория механизмов и машин. Огиз, 1940.
8. Добровольский В. В., Система механизмов. Машгиз, 1943.
9. Тайнов А. И., Учение о кинематических парах. МЛТИ. 1950.