Кандидат технических наук С. Е. БАРШАЙ

ОБРАТНАЯ ЗАСЕЧКА НЕСКОЛЬКИХ ТОЧЕК ПО ТРЕМ ТВЕРДЫМ ПУНКТАМ

Для определения координат точки на местности с большим успехом, как известно, может быть применена обратная засечка, т. е. решение так называемой „задачи Потенота".

Этот способ выгодно отличается от многих других минимальным объемом полевых работ, которые сводятся к измерению нескольких углов на искомой точке между направлениями на твердые (данные) пункты.

Весьма целесообразно применение обратной засечки при привязке аэрофотоснимков, при сгущении съемочного обоснования, для привязки ведомственных съемок к общегосударственной сети и т. п.

Однако до сих пор обратная засечка применяется недостаточно широко. Это объясняется главным образом тем, что вычисления, связанные с определением координат искомой точки, более громоздки и сложнее, чем при других способах передачи координат.

Анализируя существующие многочисленные способы решения этой задачи с точки зрения простоты и быстроты, мы пришли к заключению, что объем вычислительных работ можно значительно сократить выбором подходящей схемы решения. Особенно значительная экономия времени получается при определении нескольких точек по одним и тем же трем данным.

Будем исходить из предложенного Ансерметом способа решения этой задачи и используем преобразования, приведенные И. Малы в его работе „Улучшение решения обратной засечки по Ансермету".*

Пусть в определяемой точке измерены углы α, β и γ между направлениями на три твердых пункта B, C и A, об-

* Geodeticky a kartagraficky obzor, № 8, 1956, Praha.

разующих жесткий треугольник ABC. Через α, β и γ нужно обозначить углы между пунктами C и B, A и C, B и A, соответственно, причем сумма их должна равняться 360°

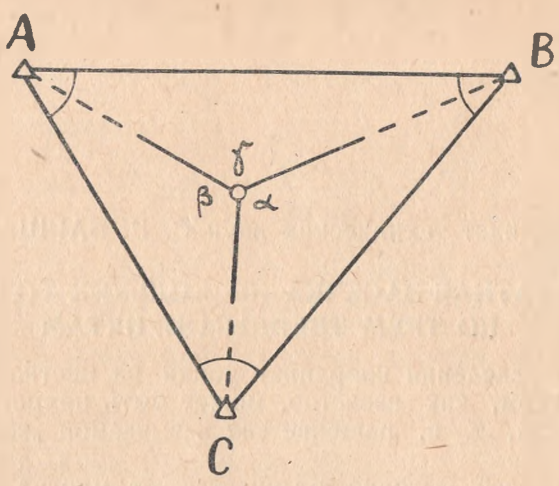

Рис. 1.

(рис. 1). Углы этого треугольника можно вычислить по координатам его вершин (твердых точек) по формулам:

$$\operatorname{ctg} A = \frac{(x_A - x_C)(x_B - x_A) + (y_A - y_C)(y_B - y_A)}{(x_A - x_C)(y_B - y_A) - (x_B - x_A)(y_A - y_C)};$$

$$\operatorname{ctg} B = \frac{(x_B - x_C)(x_B - x_A) + (y_B - y_C)(y_B - y_A)}{(x_B - x_C)(y_B - y_A) - (x_B - x_A)(v_B - y_C)};$$

$$\operatorname{ctg} C = \frac{(x_A - x_C)(x_B - x_C) + (y_A - y_C)(y_B - y_C)}{(x_A - x_C)(y_B - y_C) - (x_B - x_C)(y_A - y_C)}.$$

Дальнейшие вычисления производятся по весьма простым формулам:

$$R_A = \operatorname{ctg} A - \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$R_B = \operatorname{ctg} B - \operatorname{ctg} \beta;$$

$$R_C = \operatorname{ctg} C - \operatorname{ctg} \gamma;$$

$$P_A = \frac{1}{R_A};$$

$$P_B = \frac{1}{R_B};$$

$$P_C = \frac{1}{R_C};$$

$$x = \frac{P_A x_A + P_B x_B + P_C x_C}{P_A + P_B + P_C};$$

$$y = \frac{P_A y_A + P_B y_B + P_C y_C}{P_A + P_B + P_C}.$$

Очевидно, самая трудоемкая часть вычислений—это определение котангенсов углов A, B и C. Оно занимает около 70% времени.

Если по этим же жестким пунктам A, B и C будут определяться еще точки, то вычисленные при определении координат первой точки котангенсы углов A, B и C останутся без изменения. Затем нужно выбрать из таблиц котангенсы углов α, β и γ, вычислить значения P, $[P]$, а по ним сразу найти координаты искомой точки. Чем больше количество точек, определяемых по одним и тем же жестким пунктам, тем эффективнее становится этот способ. Но даже для определения координат одной точки эту схему вычисления следует считать уже приемлемой, так как объем вычислительных работ здесь невелик и сами вычисления просты.

Формуляр составим так, чтобы первые колонки содержали постоянную часть, а переменную часть дадим отдельно для каждой определяемой точки.

На формуляре должны быть помещены схематический чертеж размещения пунктов, а также рабочие формулы в сокращенной записи. Последние позволяют производить все действия без напряжения и с меньшим количеством ошибок.

Рабочие формулы в сокращенной записи:

$$\operatorname{ctg} A = \frac{x_7 \cdot x_9 + y_7 \cdot y_9}{k};$$

$$\operatorname{ctg} B = \frac{x_8 \cdot x_9 + y_8 \cdot y_9}{k};$$

$$\operatorname{ctg} C = \frac{x_7 \cdot x_8 + y_7 \cdot y_8}{k};$$

$$k = x_8 \cdot y_9 - x_9 y_8 = x_7 \cdot y_8 - x_8 \cdot y_7 = x_7 y_9 - x_9 y_7 \qquad (!);$$

$$R_A = 11 - 17\ ;$$

$$R_B = 12 - 18\ ;$$

$$R_C = 13 - 19\ ;$$

$$P_i = \frac{1}{R_i}\ ;$$

$$x = \frac{[Px]}{[P]}\ ;$$

$$y = \frac{[Py]}{[P]}\ .$$

Индексы при x и y в первых четырех формулах и числа в правых частях последующих трех указывают на номер строки (не порядковый, а приведенный в столбике „номера действий“), где следует выбирать нужные числа. Например, $x_7 \cdot y_9$ означает, что нужно перемножить числа, стоящие в колонке x в седьмой и девятой строчках, т. е. $(x_A - x_C) \times (x_B - x_A)$, $11 - 17$ означает $\operatorname{ctg} A - \operatorname{ctg} \alpha$ и т. д.

Остальные действия пояснений не требуют. В приведенном примере вычисления приведены с большей точностью, чем это нужно для опознаков. Первые цифры, общие для всех абсцисс и ординат, опущены.

Слабым местом при определении координат обратной засечкой является отсутствие надежных контролей. Контролем правильности вычислений постоянной части формуляра (действия 1 — 13) служит то, что сумма углов A, B и C, найденных по их котангенсам, равна 180°.

Правильность вычислений второй части (действия 14 — 28) необходимо проверять повторным решением ее вторым исполнителем.

Если на определяемой точке измерен дополнительно угол на какой-нибудь четвертый твердый пункт, то вычисленное по координатам соответствующих пунктов значение его должно равняться измеренному. В нашем примере на ОП № 34 дополнительно измерен угол δ между пунктами Новоселки и Рудня — 77°58′06″ (рис. 2).

Координаты пункта Рудня

$$x = 14315{,}90\ ;$$

$$y = 7902{,}25\ .$$

Вычисленное значение угла оказалось равным 77°58′10″. Сходимость углов является хорошим контролем правильности определения координат точки.

ПРИМЕР. Определение координат точек обратной засечкой

№№ действий	Обознач.	Действия		№№ действий	Обознач.	Наименование определяемых пунктов: ОП № 31	ОП № 34	ОП № 35
1	A	п. II кл. Мохов		14	α	91°30′10″	150°55′10″	191°22′43″
2	B	п. III кл. Новоселки		15	β	66°19′50″	89°19′15″	97°35′05″
3	C	п. III кл. Новый		16	γ	202°10′00″	119°45′35″	71°02′12″
11	ctg$A$,A	0,186060	51°20′11″	17	ctg α	—0,026234	—1,798080	+4,969020
12	ctg$B$,B	0,863068	49°12′13″	18	ctg β	+0,438333	+0,011854	—0,133157
13	ctg$C$,C	0,800119	79°27′36″	19	ctg γ	+2,454510	—0,571772	+0,343612
			180°00′00″ (!)					
		x	y					
7	$A—C$	— 584,65	—3619,83	20	R_A	+0,212294	+1,984140	—4,782960
8	$B—C$	+3196,25	—3529,73	21	R_B	+0,424735	+0,851214	+0,996225
9	$B—A$	+3780,90	+ 90,10	22	R_C	—1,654391	—1,371891	+0,456507
4	A	10130,15	4430,25	23	P_A	+4,710448	+0,503997	—0,209076
5	B	13911,05	4520,35	24	P_B	+2,354409	+1,174792	+1,003789
6	C	10714,80	8050,08	25	P_C	—0,604452	+0,728921	+2,190546
10	K	+13633538,28		26	$[P]$	+0,460405	+2,407710	+2,985259
				27	x	11453,34	12151,96	11830,48
				28	y	4124,40	5570,10	7116,73
					x_D		14315,90	
					y_D		7902,25	
					tg(Q_D)		+1,077733	
					tg(Q_B)		—0,596757	
					(Q_D)		47°08′33″	
					(Q_B)		329°10′23″	
					δ		77°58′10″(!)	

В практике применения обратной засечки часто бывают ошибки из-за того, что неправильно определены названия исходных пунктов, служивших для обратной засечки. Во избежание таких недоразумений следует в поле, помимо угловых измерений, определять азимуты на твердые пункты,

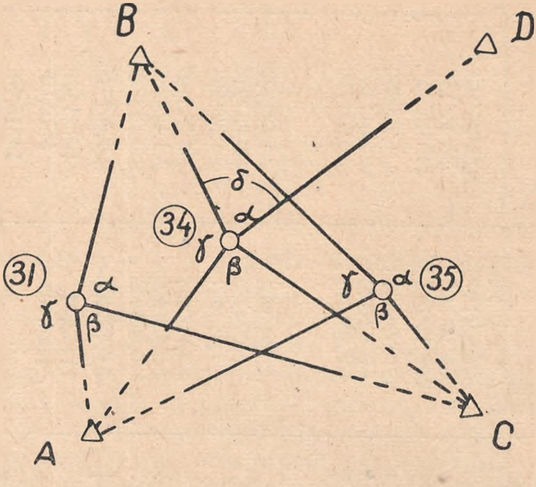

Рис. 2.

хотя бы магнитные. Кроме того, нужно нанести искомую точку на карту или схему по способу Болотова, проверить глазомерно с местностью и сравнить азимуты на твердые пункты.

Требования, предъявляемые к взаимному расположению данных пунктов и искомой точки, остаются в силе и при применении описанной выше схемы-решения.
