
Доцент В. В. ЖУКОВ,
Ассистент И. И. ЛЕОНОВИЧ

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ К РАСЧЕТУ ЛЕЖНЕВОГО ПОКРЫТИЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ЛЕСОВОЗНЫХ ДОРОГ

Неуклонное развитие автомобильного лесовозного транспорта все более остро выдвигает вопрос о создании надежных и экономичных покрытий автомобильных лесовозных дорог.

Вопросу усовершенствования покрытия лесовозных дорог в настоящее время уделяется исключительно серьезное внимание. Над ним работают многие научно-технические коллективы исследовательских институтов, лесотехнических вузов, проектные организации и др.

В то же время в целях улучшения дорожного хозяйства лесозаготовительные предприятия оснащаются дорожно-строительной техникой, позволяющей механизировать строительство и содержание лесовозных дорог.

В лесной промышленности СССР построено и строится большое количество автомобильных лесовозных дорог. Чаще всего они грунтовые, имеющие покрытия из песчаноглинистых смесей. Применяют также на лесовозных дорогах гравированные и гравийные покрытия. За последнее время имеются попытки применения более совершенных покрытий лесовозных дорог, стабилизированных вяжущими материалами (Первомайский ЛПХ Горьковской области, Оленинский ЛПХ ЦНИИМЭ Калининской обл. и др.) и в виде железобетонных плит (Хойнозерская и Ломоватская лесовозные дороги в Архангельской области).

Однако наряду с этим на лесовозных автомобильных дорогах широко применяют деревянно-лежневое покрытие. Применение этого вида покрытий является почти неизбежным и более рациональным при переходе заболоченных мест и особенно при освоении заболоченных лесных массивов, где, как правило, отсутствуют карьерные дорожно-строительные материалы.

В лесной промышленности ежегодно строится около 2 000 км автолежневых дорог, а общая длина их достигает значительной величины.

Широкое распространение деревянных лежневых покрытий на лесовозных дорогах выдвигает задачу по дальнейшему изучению лежневых покрытий с целью создания более совершенных и экономичных конструкций.

Лежневые покрытия на автомобильных лесовозных дорогах должны обеспечивать прохождение автомобилей установленной грузоподъемности при минимальном расходе древесины на его устройство. Это может быть достигнуто путем правильных инженерно-технических расчетов, базирующихся на достижении теории расчета конструкции на упругом основании и опыте эксплуатации деревянно-лежневых покрытий.

К сожалению, до настоящего времени нет разработанной методики расчета лежневых покрытий, а применяемые расчетные схемы и формулы¹ не учитывают несущую способность грунтов и не отображают действительных условий работы этих покрытий, а поэтому не дают нужных результатов.

Хуже того, в леспромхозах лежневые покрытия строятся без расчетов. В результате конструкция лежневого покрытия получается неравнопрочной. В одних случаях конструкция имеет недостаточную прочность, что приводит к преждевременному разрушению ее. В других случаях, наоборот, конструкция имеет большой запас прочности, что приводит к перерасходу лесоматериалов.

Выбор конструкции лежневого покрытия и установление размеров его элементов нужно искать в решении вопроса правильного учета взаимодействия лежневого покрытия в целом и его элементов в отдельности с грунтовым основанием.

Лежневые покрытия по их устройству можно разделить на две принципиальные схемы. Первая, когда лежневая панель уложена непосредственно на грунтовое основание, и вторая, когда лежневая панель уложена на шпалы, которые опираются на грунт или же на продольные лаги, применяемые в заболоченных местах.

В первой схеме лежневая панель и во второй схеме шпалы, опирающиеся на грунт, представляют не что иное, как балки конечной длины, лежащие на сплошном упругом основании. Для расчета их поэтому можно применить метод, предложенный академиком А. Н. Крыловым и дополненный профессорами Н. М. Герсевановым и И. А. Симвулиди.

¹ Леонович И. И. „К вопросу расчета верхнего строения автолежневых дорог“. Сборник трудов БЛГИ имени С. М. Кирова, IV за 1957 г.

В основу этого метода положено дифференциальное уравнение упругой лежни балки, имеющее вид:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = f(x) - p_x, \quad (1)$$

где: EI — жесткость балки;

y — вертикальное перемещение нейтральной оси балки;

$f(x)$ — заданная активная нагрузка;

p_x — распределенная реакция грунта со стороны основания.

При этом заданная активная нагрузка представляется в виде разрывной функции, названной Н. М Герсевановым функциональным прерывателем.

Закон распределения реакции основания на балку принят проф. И. А. Симвулиди в виде целой алгебраической функции третьей степени с четырьмя параметрами:

$$p_x = a_0 + \frac{2 a_1}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{4 a_2}{L^2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{8 a_3}{L^3} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3, \quad (2)$$

где: a_0, a_1, a_2, a_3 — параметры, зависящие от жесткости и длины балки, модуля деформации основания, характера и способа расположения нагрузки;

L — длина балки.

Неизвестные параметры определяются, исходя из следующих четырех дополнительных условий:

I. Равновесия активных и реактивных сил, т. е. $\Sigma y = 0$;

II. Равновесия моментов, т. е. $\Sigma M = 0$;

III. Равенства площадей, образованных прогибами обеих линий деформаций:

$$F_{\text{балки}} = F_{\text{лунки}};$$

IV. Равенства третьих производных обеих функций в середине балки:

$$\left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=\frac{L}{2}} = \left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_{x=\frac{L}{2}}.$$

На основании первого условия равновесия получим уравнение:

$$\int_0^L \left[a_0 + \frac{2 a_1}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{4 a_2}{L^2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \right.$$

$$+ \frac{8a_3}{L^3} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3 \Big] dx = \quad (3)$$

$$= \Sigma \int_{l_{ni}}^L f(z) dz - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) dz + \Sigma P_i,$$

где: $f(z)$ — произвольная, распределенная нагрузка;
 l_{ni} — расстояние от левого конца балки до начала распределенной нагрузки;
 l_{ki} — расстояние от левого конца балки до конца распределенной нагрузки;
 P_i — сосредоточенная сила.

Произведя интегрирование левой части уравнения (3) и обозначая правую часть через AL , получим:

$$a_0 + \frac{a_2}{3} = A. \quad (4)$$

Второе условие равновесия в развернутом виде может быть представлено следующим образом:

$$\int_0^L \left[a_0 + \frac{2a_1}{L} \left(x - \frac{L}{2} \right) + \frac{4a_2}{L^2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 + \frac{8a_3}{L^3} \left(x - \frac{L}{2} \right)^3 \right] x dx = \quad (5)$$

$$= \Sigma \int_{l_{ni}}^L f(x) x dz - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) x dz + \Sigma P_i l_{zi} + \Sigma M_i.$$

Интегрируя левую часть этого уравнения и обозначая правую часть через L^2C , получим

$$\frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{6} + \frac{a_2}{6} + \frac{a_3}{10} = C. \quad (6)$$

Третье условие можно раскрыть, воспользовавшись уравнением упругой линии балки и формулой относительного перемещения поверхности грунта. В результате этого получим:

$$F_{\text{балки}} = \frac{1}{EI} \left\{ -\frac{a_0 L^5}{5!} - \frac{a_2 L^5}{8!} + \Sigma \int_{l_{ni}}^L f(z) \frac{(L-z)^4}{4!} dz - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) \frac{(L-z)^4}{4!} dz + M_i \frac{(L-l_{2i})^3}{3!} + \\
 & + \Sigma P_1 \frac{(x-l_{3i})^4}{4!} + D_3 \frac{L^4}{4!} + \\
 & + D_2 \frac{L^2}{3!} + D_1 \frac{L^2}{2!} + D_0 L \left. \right\}, \quad (7)
 \end{aligned}$$

где: D_0, D_1, D_2, D_3 — постоянные интегрирования;
 M_1 — сосредоточенный внешний момент;
 l_{2i} — расстояние от левого конца балки до
сосредоточенного момента

$$\text{и } F_{\text{лунки}} = (1 - \mu_0^2) \cdot \left(\frac{a_0 L^2}{\pi E_0} + \frac{a_1 L^2}{\pi E_0} + \frac{2 a_3 L^2}{3 \pi E_0} \right), \quad (8)$$

где: μ_0 — коэффициент Пуассона для грунтового основания;
 E_0 — модуль деформации грунта.

Решив совместно уравнения (7) и (8), будем иметь:

$$\begin{aligned}
 & \frac{a_0}{640 \alpha} (640 - 3 \alpha - 1280 \ln 2) - \\
 & - \frac{a_2}{8! \alpha} \left[34 \alpha - 26880 (1 - \ln 2) \right] = B, \quad (9)
 \end{aligned}$$

где: B — коэффициент, зависящий от величины и способа
расположения внешней нагрузки;
 α — показатель гибкости, равный:

$$\alpha = \frac{(1 - \mu^2)}{(1 - \mu_0^2)} \cdot \frac{\pi E_0 b L^3}{EI}; \quad (10)$$

μ — коэффициент Пуассона для древесины;
 b — ширина балки.

Четвертое дополнительное условие приводит к следующим выражениям:

$$\left(\frac{d^3 v}{dx^3} \right)_{x=\frac{l}{2}} = - \left(\frac{32 a_1}{\pi E_0 L^2} - \frac{32 a_3}{\pi E_0 L^2} \right) (1 - \mu_0^2) \quad (11)$$

и

$$\left(\frac{d^3 y}{dx^3} \right)_{x=\frac{l}{2}} = \frac{1}{EI} \left[- \frac{a_0 L}{2} + \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \int_{l_{ni}}^{\frac{l}{2}} f(z) dz - \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -\Sigma \Gamma_0^2 \int_{l_{ki}}^{\frac{1}{2}} f(z) dz + \\
 & + \Gamma_0^2 \Sigma P_i + \frac{a_0 L}{2} + \frac{L}{5!} (10 a_1 + 3 a_3) + K \Bigg\}, \quad (12)
 \end{aligned}$$

где: Γ_0^2 — двусторонний протяженный функциональный прерыватель;

K — коэффициент, зависящий от внешней нагрузки.

Приравнивая правые части уравнений (11 и 12) и вводя некоторые обозначения, получим:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{EI} \left[NL - \frac{L}{120} (10 a_1 + 3 a_3) \right] = \\
 & = -\frac{32}{\pi E_0 L^2} (a_3 - a_1) (1 - \mu_0^2), \quad (13)
 \end{aligned}$$

где: N — вспомогательный коэффициент.

Решая совместно уравнения (4, 6, 9 и 13) относительно неизвестных параметров, находим их выражение:

$$\left. \begin{aligned}
 a_0 &= \frac{(8252 - 34 \alpha) A - 13440 B \alpha}{13440 + 29 \alpha}; \\
 \frac{a_2}{3} &= \frac{(5188 + 63 \alpha) A + 13440 B \alpha}{13440 + 29 \alpha}; \\
 \frac{a_1}{3} &= \frac{(2 C - A) \cdot (1280 - \alpha) - 8 N \alpha}{2048 + \alpha}; \\
 \frac{a_3}{10} &= \frac{(2 C - A) \cdot (384 + \alpha) + 4 N \alpha}{2048 + \alpha};
 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Вспомогательные коэффициенты, входящие в формулы (4), зависят от величины и характера внешней нагрузки и определяются следующим образом:

$$A = \frac{1}{L} \left[\Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) dz - \Sigma \int_{l_{ki}}^E f(z) dz + \Sigma P_i \right]; \quad (15)$$

$$C = \frac{1}{L^2} \left[\Sigma \int_{l_{hi}}^L f(z) z dz - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) z dz + \right. \\ \left. + \Sigma P_1 l_{3i} + \Sigma M_1 \right]; \quad (16)$$

$$K = -\frac{1}{L} \left[\Sigma \int_{l_{hi}}^L f(z) (L-z) dz - \right. \\ \left. - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) (L-z) dz + \Sigma P_1 (L-l_{3i}) + M_1 \right]; \quad (17)$$

$$W = \frac{1}{L^4} \left[\Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \int_{l_{ki}}^{\frac{L}{2}} f(z) \frac{\left(\frac{L}{2} - z\right)^3}{3!} dz - \right. \\ \left. - \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \int_{l_{ki}}^{\frac{L}{2}} f(z) \frac{\left(\frac{L}{2} - z\right)^3}{3!} dz + \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} M_1 \frac{\left(\frac{L}{2} - l_{2i}\right)^2}{2!} + \right. \\ \left. + \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} P_1 \frac{\left(\frac{L}{2} - l_{3i}\right)^3}{3!} \right]; \quad (18)$$

$$B = \frac{1}{L^5} \left[\Sigma \int_{l_{hi}}^L f(z) \frac{(L-z)^4}{4!} dz - \right. \\ \left. - \Sigma \int_{l_{ki}}^L f(z) \frac{(L-z)^4}{4!} dz + \Sigma M_1 \frac{(L-l_{2i})^3}{3!} + \right. \\ \left. + \Sigma P_1 \frac{(L-l_{3i})^4}{4!} + \frac{L^4 K}{48} - WL^5 \right]; \quad (19)$$

$$N = \frac{1}{L} \left[\Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \int_{l_{ni}}^{\frac{L}{2}} f(z) dz - \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \int_{\frac{L}{2}}^{l_{ki}} f(z) dz + \Sigma \Gamma_0^{\frac{L}{2}} P_i + K \right]. \quad (20)$$

При применении приведенных общих формул к частным расчетам отдельных элементов лежневого покрытия, некоторые члены выпадают и процесс расчета значительно упрощается.

Так, принимая в качестве активной силы прицеп—роспуск 2-Р-15 с нагрузкой на ось в 4500 кг и базой 1300 мм для определения реакции грунта на лежни колесопроводов сечением $h \times b = 15 \times 20$ см и длиной $L = 6,5$ м, в формулах (15) ÷ (20) члены, учитывающие распределенную нагрузку и сосредоточенные моменты, можно исключить и тогда получим:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\Sigma P_i}{L}; \\ C &= \frac{\Sigma P_i l_{3i}}{L^2}; \\ K &= -\frac{1}{L} \Sigma P_i (L - l_{3i}); \\ W &= \frac{1}{L^4} \Gamma_0^{\frac{L}{2}} \Sigma P_i \frac{\left(\frac{L}{2} - l_{3i}\right)^3}{6}; \\ B &= \frac{1}{L^5} \left[\Sigma P_i \frac{(L - l_{3i})^4}{24} - \frac{L^3}{48} \Sigma P_i (L - l_{3i}) - WL^5 \right]; \\ N &= \frac{1}{L} \left[\Gamma_0^{\frac{L}{2}} \Sigma P_i + K \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Для случая симметричной нагрузки параметры a_1 и a_3 равны нулю.

Используя последовательно формулы (21), (14) и (2), определяем значение реактивных давлений и по ним строим эпюры изменения их величин по длине балки для различных положений прицепа 2-Р-15 (рис. 1).

Рассматривая приведенные эпюры, видим, что при различных положениях прицепа реактивные давления различны по величине. При первом положении прицепа реактивное давление достигает максимального значения под концом лежня и составляет 40,11 кг/см, при этом удельное давление у конца балки будет равно 2,0 кг/см². В то же время

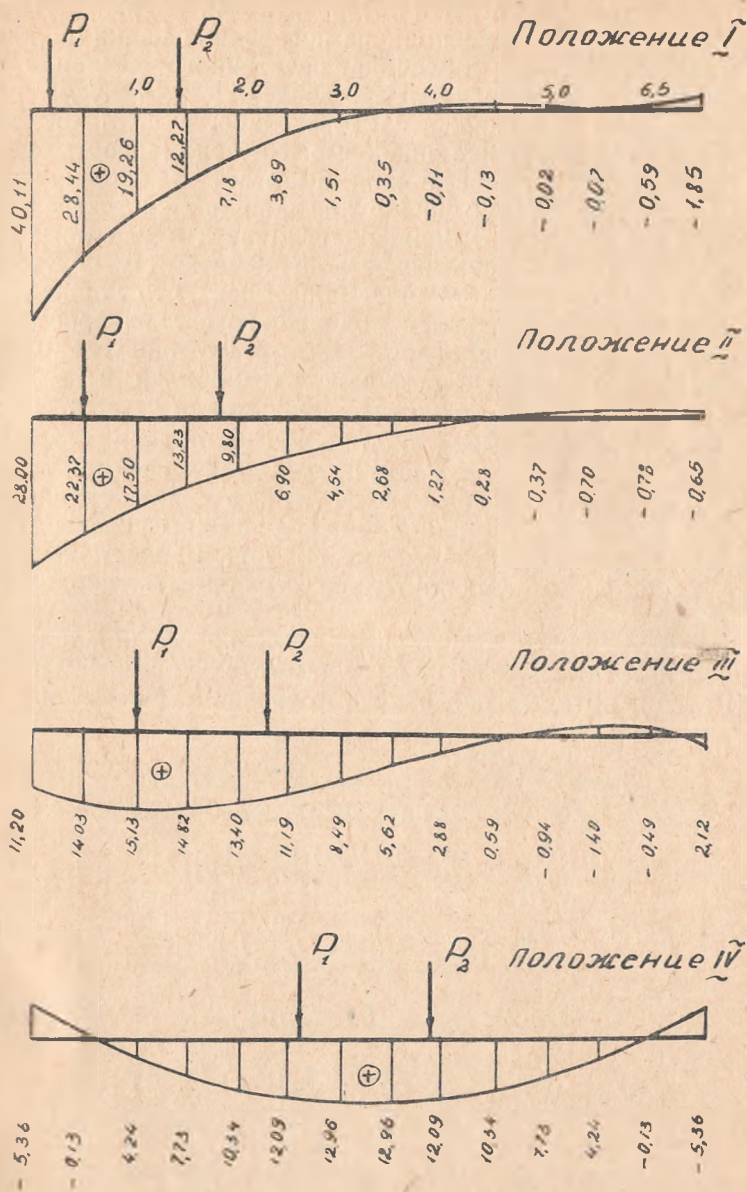


Рис. 1.

на противоположном конце балки (лежня) реактивные давления уменьшаются до нуля. По мере перемещения прицепа к середине (положение II и III) реактивная нагрузка уменьшается и при установке прицепа посередине балки (положение IV) максимальная величина реактивного давления составляет 12,96 кг/см, а удельное давление—0,64 кг/см².

Реактивные давления, а следовательно, и удельное давление под лине лежня неодинаковые. Неравномерность удельного давления по длине лежня вызывает и неодинаковые просадки. Это особенно важно для концов лежня, где реактивные силы достигают большой величины, а удельные давления фактически превышают допускаемые. В подтверждение результатов расчета опыт показывает, что концы лежней под воздействием колес подвижного состава проседают, образуя пороговую неровность, которая отрицательно сказывается на плавности движения автомобилей и вызывает сильное расстройство лежневого покрытия в стыках.

Отсюда следует вывод о том, что на стыках лежневые панели необходимо укладывать на шпалы независимо от грунтовых условий. На слабых же грунтах в целях увеличения опорной поверхности лежневые панели нужно укладывать на шпалах. В заболоченных местах под шпалы, как показывает опыт, необходимо дополнительно укладывать продольные лаги.

Для определения реактивных давлений под шпалой можно воспользоваться формулами вспомогательного коэффициента (15—20), которые после преобразования примут вид:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{2 q_0 b_k}{L} \\
 C &= \frac{q_0}{2 L^2} [(l_{кл}^2 - l_{нл}^2) + (l_{кн}^2 - l_{нн}^2)]; \\
 K &= -\frac{q_0}{2L} [(L - l_{кл})^2 - (L - l_{ка})^2 + \\
 &\quad + (L - l_{нн})^2 - (L - l_{кн})^2]; \\
 W &= \frac{q_0}{24 L^4} \left[\left(\frac{L}{2} - l_{нл} \right)^4 - \left(\frac{L}{2} - l_{кл} \right)^4 \right]; \\
 B &= \frac{q_0}{120 L^5} [(L - l_{нл})^5 - (L - l_{ка})^5 + \\
 &\quad + (L - l_{нн})^5 - (L - l_{кн})^5] + \frac{K}{48 L} - W,
 \end{aligned} \tag{22}$$

где: q_0 — интенсивность равномерно распределенной нагрузки, кг/м;
 b_x — рабочая ширина колесопровода;
 L — длина шпалы;
 $l_{н.л}$ — расстояние от левого конца шпалы до начала равномерно распределенной нагрузки левого колесопровода;
 $l_{к.л}$ — расстояние от левого конца шпалы до конца равномерно распределенной нагрузки;
 $l_{н.п}$, $l_{к.п}$ — аналогичные значения для правого колесопровода.

Определив значение вспомогательных коэффициентов для условий, когда колеса прицепа находятся под шпалой, вычисляем величину параметров a_0 и a_2 по формулам (14) и далее определяем реактивные давления по уравнению:

$$p_x = a_0 + \frac{4 a_2}{L^2} \left(x - \frac{L}{2} \right)^2 \quad (23)$$

На основании полученных данных из формулы (23) построена эпюра реактивных давлений над шпалой (рис. 2). Из эпюры видно, что реактивные давления по длине шпалы не одинаковые. Наибольшего значения они достигают по концам балки и уменьшаются посередине. Однако с изменением показателя гибкости „ a “ картина изменения реактивного давления также будет изменяться.

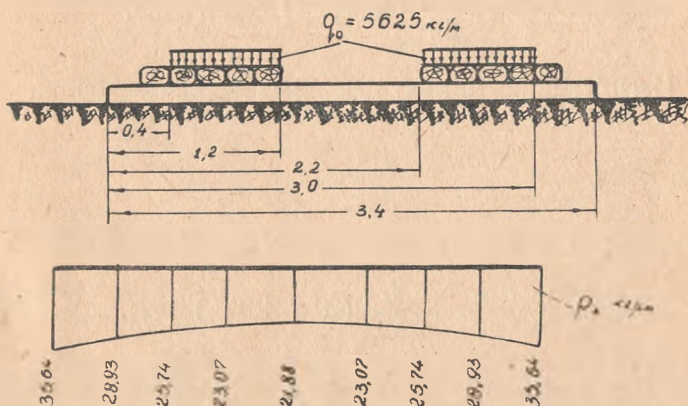


Рис. 2.

Для определения напряжения в элементах лежневого покрытия найдем выражение уравнения изгибающих моментов путем двойного интегрирования дифференциального уравнения упругой линии балки (1).

В итоге получим, что

$$\begin{aligned}
 EI \frac{d^2y}{dx^2} = & -\frac{a_0 x^2}{2} - \frac{2 a_1}{L} \cdot \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^3}{3!} - \\
 & - \frac{8 a_2}{L^2} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^4}{4!} - \frac{48 a_3}{L^3} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^5}{5!} + \\
 & + \Sigma \Gamma_{l_{ni}} \int_{l_{ni}}^x f(z) (x-z) dz - \Sigma \Gamma_{l_{ki}} \int_{l_{ki}}^x f(z) (x-z) dz + \\
 & + \Sigma \Gamma_{l_{2i}} M_i + \Sigma \Gamma_{l_{3i}} P_i (x - l_{3i}) + D_3 x + D_2.
 \end{aligned} \tag{24}$$

Постоянные интегрирования D_2 и D_3 найдем, воспользовавшись дополнительными условиями.

I. Изгибающий момент на левом конце балки равен нулю, т. е.

$$\text{при } x = 0 \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 0.$$

Из этого условия находим:

$$D_2 = -\frac{L^2}{6!} (30 a_1 - 15 a_2 + 9 a_3);$$

II. Изгибающий момент на правом конце балки равен нулю, т. е.

$$\text{при } x = L \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 0.$$

Второе условие дает:

$$D_3 = \frac{a_0 L}{2} + \frac{L}{5!} (10 a_1 + 3 a_3) + K.$$

Для случая действия на покрытие сосредоточенных сил изгибающий момент может быть определен по формуле:

$$\begin{aligned}
 M_{изг.} = & \frac{L^2}{240} (10 a_1 - 5 a_2 + 3 a_3) + \left[\frac{a_0}{2} (x - L) - \right. \\
 & \left. - \frac{L}{120} (10 a_1 + 3 a_3) - K \right] x +
 \end{aligned}$$

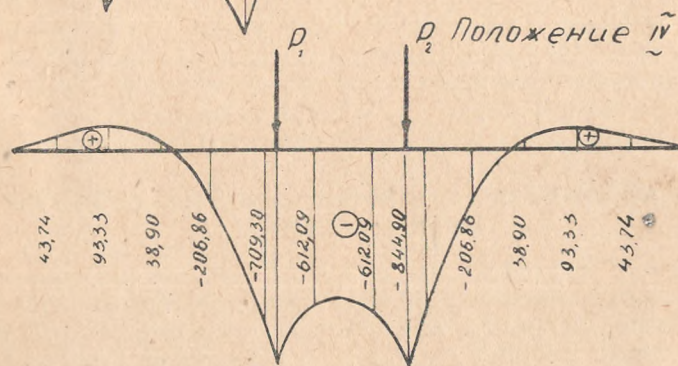
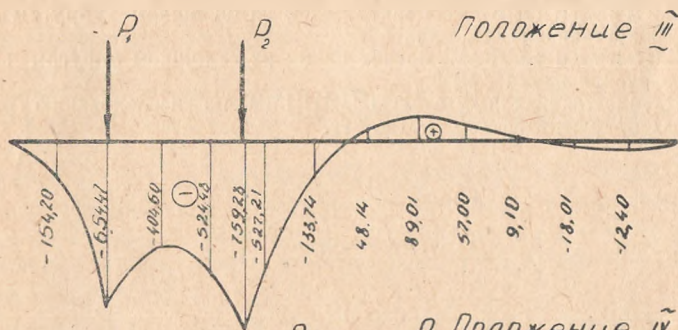
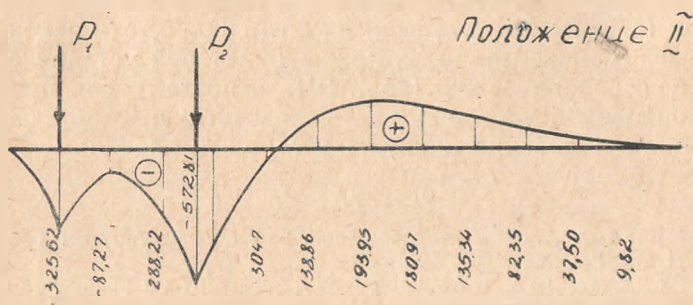
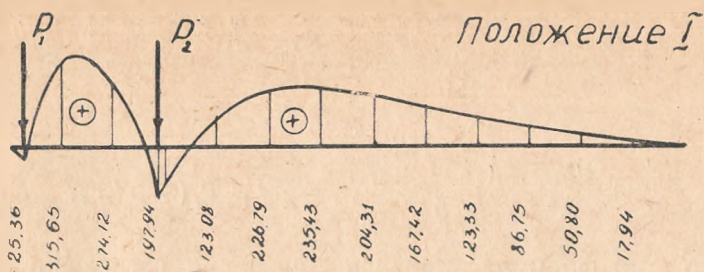


Рис. 3.

$$\begin{aligned}
& + \frac{2 a_1}{L} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^3}{3!} + \frac{8 a_2}{L^2} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^4}{4!} + \quad (25) \\
& + \frac{48 a_3}{L^3} \frac{\left(x - \frac{L}{2}\right)^5}{5!} - \sum \Gamma_{l_{3i}} P_i(x - l_{3i}).
\end{aligned}$$

По этой формуле вычислены значения изгибающих моментов в лежне при различных положениях прицепа. На основании данных расчета построены эпюры изгибающих моментов (рис. 3). Из приведенных эпюр видно, что максимальный изгибающий момент в лежне будет при установке прицепа в середине лежня (пол. IV), а поэтому для проверки колесопроводов на прочность за расчетную схему следует принимать положение прицепа в середине лежня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А. И. О расчете балок, лежащих на упругом основании. Изд. АН СССР, Ленинград, 1931.
2. Герсеванов Н. М. Расчет балок на упругом основании без гипотезы Винклера-Циммерлона, ОНТИ, 1937.
3. Симвулиди И. А. Расчет балок на сплошном упругом основании. „Советская наука“, 1955.
4. Симвулиди И. А. Расчет балок на сплошном упругом основании. „Советская наука“, 1958.
5. Научно-технические отчеты ЦНИИМЭ по исследованию работы лежневых покрытий за 1956 и 1957 гг.