

УДК 621.926

УЧЕТ РАЗМЕРА ИЗМЕЛЬЧАЮЩИХ ТЕЛ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ДВИЖЕНИЕ В РОТОРЕ ЦЕНТРОБЕЖНО-ШАРОВОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Боровский Д.Н., Вайтехович П.Е.

УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск,
Республика Беларусь

ИЗМЕЛЬЧЕНИЕ, ПОМОЛ, МЕЛЬНИЦА, РОТОР, МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ, ЦЕПОЧКА ШАРОВ, УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ, ВЫСОТА ПОДЪЕМА.

В статье рассмотрены проблемы получения тонкодисперсных порошков. Представлена методика расчета движения тел по ротору с учетом дополнительных сил для определения его геометрических размеров. Согласно составленной модели получена максимальная высота подъема тел различного диаметра в зависимости от величины угловой скорости и геометрических размеров ротора.

The problems of production of fine disperse powders are considered. The design procedure of movement of bodies on a rotor taking into account additional forces for definition of its geometrical sizes is presented. According to the model developed the maximum height of lifting of bodies of various diameter depending on size of angular speed and the geometrical sizes of a rotor is received.

Шаровое измельчение, несмотря на свою энергозатратность, остается основным способом тонкого и сверхтонкого измельчения [1-3]. Причем реализуется этот способ в таких металлоемких агрегатах, как барабанная мельница. Снизить затратную часть процесса и интенсифицировать его можно путем изменения механизма движения измельчающих тел (шаров). Это достигается в высокоскоростных шаровых мельницах, к которым относятся центробежно-шаровые [3, 4]. Специфика названных агрегатов заключается в интенсивности циркуляции измельчающих тел в вертикальной плоскости с переходом с одного конструктивного элемента на другой.

Одним из важнейших конструктивных элементов центробежно-шаровой мельницы является вращающийся ротор, выполненный в виде диска сопряженного с цилиндроконической обечайкой. Высота ротора определяется высотой подъема измельчающих тел и материала. В предыдущих работах авторов [5, 6] с использованием позонного метода расчета была определена эта высота на основе анализа движения одиночного тела. Конечно, такая методика несколько идеализирована и пригодна только для предварительных расчетов.

В реальных условиях тела контактируют между собой, в результате чего возникают дополнительные силовые факторы, оказывающие влияние на характер движения.

Перемещение шаров в роторе центробежно-шаровой мельницы в какой-то мере упорядочено. Поэтому для учета взаимного влияния можно рассматривать движение в виде цепочки шаров, рисунок 1.

При такой модели движения на шар, находящийся в произвольной точке ротора, будут действовать дополнительные силы: F_p – сила давления (подпор) других шаров; G – сила тяжести столбика шаров; $F_{тр}$ – сила трения между шарами, находящимися в соседних цепочках. Причем наиболее сложным по воздействию этих дополнительных сил является переходной конический участок.

Для более адекватной оценки влияния сил давления и тяжести шаров каждую из них необходимо было бы определять на плоском днище и вертикальной стенке соответственно, а затем переходить на конический участок. Но этот переходной участок обычно имеет небольшие размеры и по длине образующей конуса размещается не так много шаров.

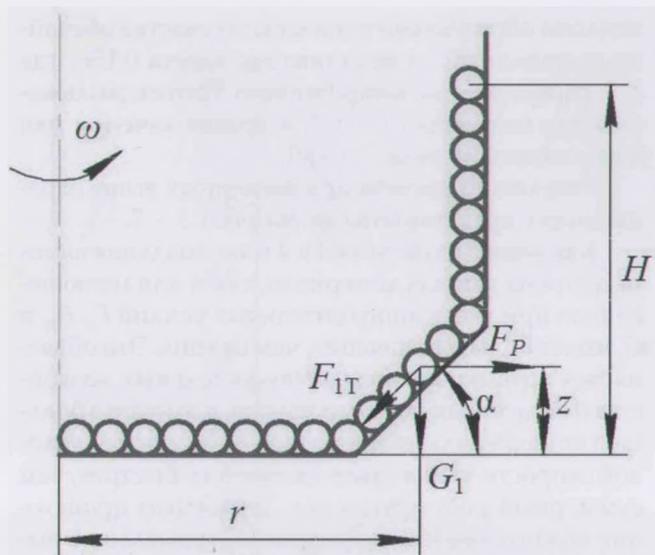


Рис. 1. Движение цепочки шаров

В связи с этим силу давления F_p можно определить как суммарную силу инерционного воздействия всех шаров, размещающихся в горизонтальной плоскости от оси ротора до анализируемого шара с координатой r .

Сила G_1 при этом будет представлять собой вес всех шаров, находящихся в вертикальном столбике высотой $H-z$. При составлении же уравнения движения шара по конической поверхности эти силы необходимо учитывать в виде проекций на направление его перемещения.

Силу давления можно определить методами интегрирования. Для элементарного участка dr на произвольном радиусе r_i

$$dF_{pi} = dm \cdot \omega^2 \cdot r_i \quad (1)$$

Масса элементарного кольца

$$dm = \rho dV = 2\pi \cdot r_i dr \cdot h \cdot j \cdot \rho \quad (2)$$

Высота элементарного кольца $h = 2r_u$.

Коэффициент заполнения цепочки шарами равен отношению объемов шара и куба $j = V_u/V_k = \pi/6 = 0,52$.

С учетом (2) и отмеченного выше формула (1) для силы давления на элементарный участок примет вид

$$dF_{pi} = 4\pi \cdot j \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_u \cdot r_i dr \quad (3)$$

Сила давления на шар, находящийся на любом текущем радиусе ротора

$$dF_p = \frac{1}{n} \int_{r_u}^r dF_{pi} = \frac{4\pi \cdot j \cdot \rho \cdot \omega^2 \cdot r_u (r^3 - r_u^3)}{3n} \quad (4)$$

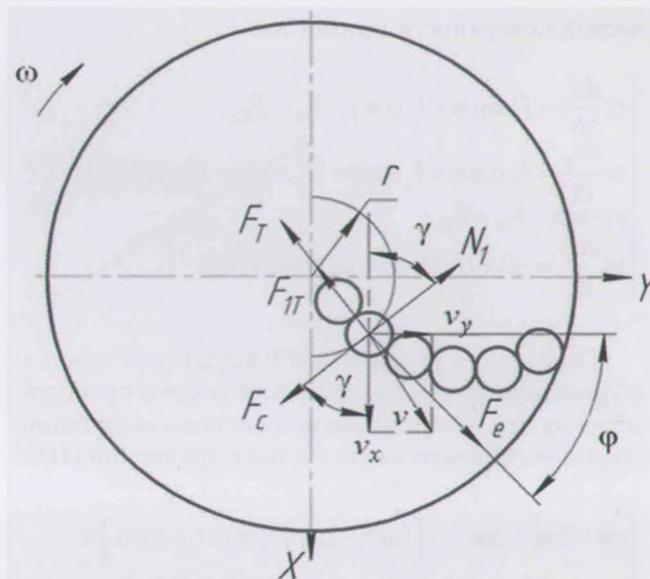


Рис. 2. Расчетная схема для определения силы трения F_{1T}

Количество шаров $n = \pi r / r_u$.

Здесь в качестве нижнего предела интегрирования принят $r_0 = r_u$.

Сила тяжести столбика шаров, который давит на анализируемый шар сверху $G_1 = mgk$, где k равно

$$k = (H-z)/2r_u \quad (5)$$

Тогда сила тяжести

$$G_1 = \frac{mg(H-z)}{2r_u} \quad (6)$$

Относительную величину этих сил, отнесенную к массе шара $m = 4\pi r_u^3 \rho / 3$, можно рассчитать по формулам

$$\bar{F}_p = \frac{j \cdot \omega^2 (r^3 - r_u^3)}{\pi \cdot r \cdot r_u}; \quad (7)$$

$$\bar{G}_1 = \frac{g(H-z)}{2r_u} \quad (8)$$

Сила трения между шарами F_{1T} зависит от давления, обусловленного воздействием инерционных сил и в декартовой системе координат согласно расчетной схеме (рисунок 2) $F_{1T} = f_1 \cdot N_1$.

Спроектировав силы на ось, перпендикулярную вектору относительной скорости, определим реакцию N_1 и дополнительную силу трения

$$F_{1T} = f_1 (F_c - F_e \cdot \cos \varphi \cdot \sin \gamma) \quad (9)$$

С учетом дополнительных силовых факторов уравнения (1) относительного движения по кони-

ческой поверхности примет вид

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = F_c \sin \varphi + F_c \cos \gamma - F_{Tx} - F_{ITx}; \\ m \frac{dv_y}{dt} = F_c \cos \varphi + F_c \sin \gamma + (F_p \cos \alpha - G_1 \sin \alpha) \times \\ \times \cos \alpha - F_{Ty} - F_{ITy}; \\ m \frac{dv_z}{dt} = -G + (F_p \cos \alpha - G_1 \sin \alpha) \sin \alpha - F_{Tz}. \end{cases} \quad (10)$$

Подставив в уравнения (10) выражения для сил и тригонометрических функций углов и преобразовав их для цилиндрической системы координат, получим окончательную систему уравнений (11)

$$\begin{cases} r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} = 2\omega\dot{r} - f \left[(\omega^2 r - 2\omega r\dot{\varphi}) \sin \alpha + g \cos \alpha \right] \times \\ \times \frac{r\dot{\varphi}}{\sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2}} - \\ - f_1 \left(2\omega \sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2} - \omega^2 r \cos \varphi \frac{r\dot{\varphi}}{\sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2}} \right); \\ \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \omega^2 r - 2\omega r\dot{\varphi} - f \left[(\omega^2 r - 2\omega r\dot{\varphi}) \sin \alpha + g \cos \alpha \right] \times \\ \times \frac{\sqrt{\dot{r}^2 + \dot{z}^2}}{\sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2}} \cos \alpha - \\ - f_1 \left(2\omega \sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2} - \omega^2 r \cos \varphi \frac{r\dot{\varphi}}{\sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2}} \right) + \\ + \left[\frac{j \cdot \omega^2 (r^3 - r_u^3)}{\pi \cdot r \cdot r_u} \cos \alpha - \frac{g(H-z)}{2r_u} \sin \alpha \right] \cos \alpha; \\ \ddot{z} = -g - f \left[(\omega^2 r - 2\omega r\dot{\varphi}) \sin \alpha + g \cos \alpha \right] \times \\ \times \frac{\sqrt{\dot{r}^2 + \dot{z}^2}}{\sqrt{r\dot{\varphi}^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2}} \sin \alpha + \\ + \left[\frac{j \cdot \omega^2 (r^3 - r_u^3)}{\pi \cdot r \cdot r_u} \cos \alpha - \frac{g(H-z)}{2r_u} \sin \alpha \right] \sin \alpha. \end{cases} \quad (11)$$

Специфика алгоритма расчета по уравнениям (11) заключается в том, что предварительно необходимо задаваться высотой ротора H и далее определять все остальные параметры.

С использованием данного алгоритма были произведены расчеты для определения максимальной высоты подъема материала h_{max} с диаметром частицы $d_p = 1 - 15$ мм и мелющего тела H_{max} с $d_p = 3 - 15$ мм для ротора диаметром $d_p = 0,1 - 0,75$ м при изменении его угловой скорости ω в пределах 30 - 150 рад/с. В расчетах принималось, что угол

наклона образующей конического участка обечайки составлял 45° , а величина его катета $0,15r_p$, где r_p - радиус ротора; коэффициент трения скольжения для материала $f = 0,3$, и трения качения для измельчающего тела - 0,0001.

Результаты расчета при введенных выше ограничениях представлены на рисунках 3 - 7.

Как видно из рисунка 3 и 4 максимальная высота подъема как для материала, так и для мелющего тела при учете дополнительных усилий F_p , F_{IT} и G_1 имеет большее значение, чем без них. Это объясняется возникновением дополнительных воздействий вызванных другими телами, а именно в большей степени силы подпора, которая с ростом угловой скорости увеличивается намного быстрее, чем суммарный рост других сил. Тем самым происходит значительное возрастание максимальной высоты подъема, в отличие от кривой 2, где учета дополнительных сил нет.

С увеличением диаметра ротора (рисунок 5) происходит рост центробежной силы и силы подпора, что в конечном итоге приводит к возрастанию максимальной высоты подъема. Частицы материала поднимаются на меньшую высоту вследствие их скольжения по поверхности ротора. Следовательно, высоту ротора следует принимать несколько меньше, чем максимальная высота подъема материала, что обеспечит беспрепятственный его вылет из чаши ротора.

Следующие два графика (рисунок 6, 7) дают информацию о том, что при уменьшении размера как частицы материала, так и мелющего тела приводят увеличение максимальной высоты подъема. Таким образом происходит распределение частиц по размерам непосредственно в роторе, что улучшает условия их измельчения и последующей сепарацией.

Адекватность полученной математической модели с учетом дополнительных усилий была экспериментально проверена на натурном образце для двух диаметров ротора 125 и 185 мм и высотой 34 и 55 мм соответственно. Целью проведения опытов было определение угловой скорости, при которой происходит вылет тела или частицы из чаши ротора. Угловая скорость при этом соответствовала максимальной высоте подъема либо мелющего тела, либо материала в зависимости от вида опыта.

Результаты приведены в таблице 1.

Из таблицы видно, что отклонения расчетных и экспериментальных значений максимальной высоты подъема не превышает 9% для ротора $d_p = 125$ мм и 4% для ротора $d_p = 185$ мм. Т.е. можно сделать предположение, что с увеличением диаметра ротора точность расчета увеличивается.

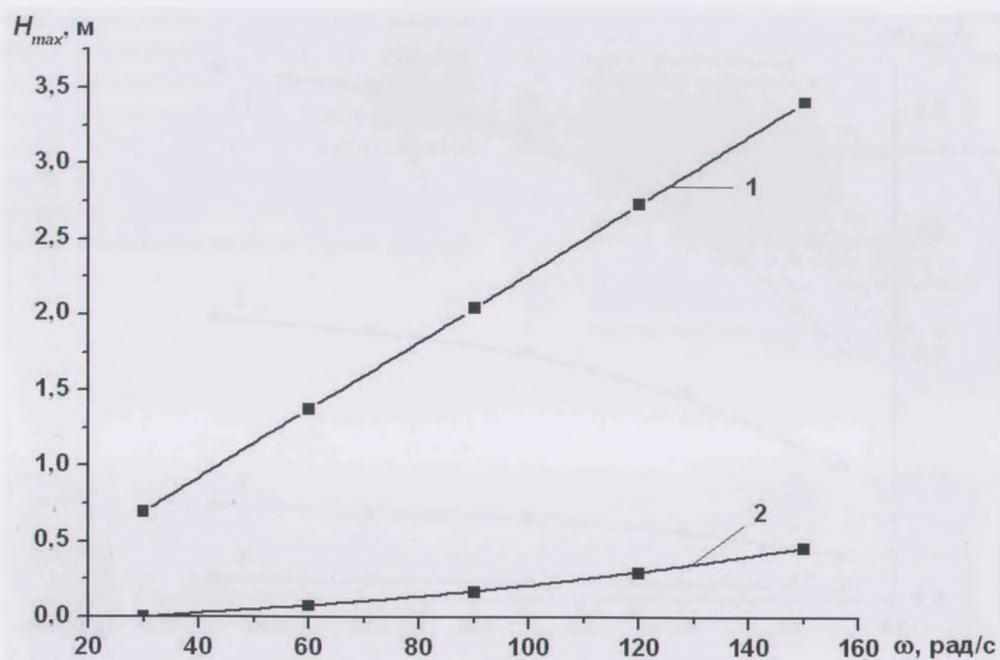


Рис. 3. Максимальная высота подъема мелющего тела $d_s = 15$ мм при $r_p = 0,5$ м
 1 – с учетом дополнительных сил; 2 – без учета дополнительных сил

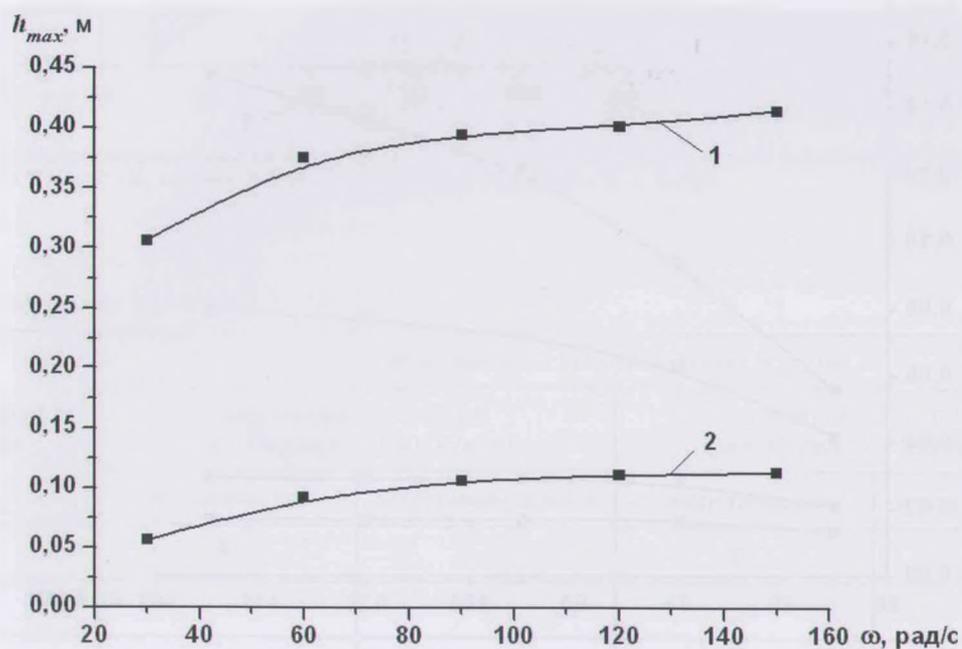


Рис. 4. Максимальная высота подъема материала $d_s = 15$ мм при $r_p = 0,5$ м:
 обозначения см. на рисунке 3

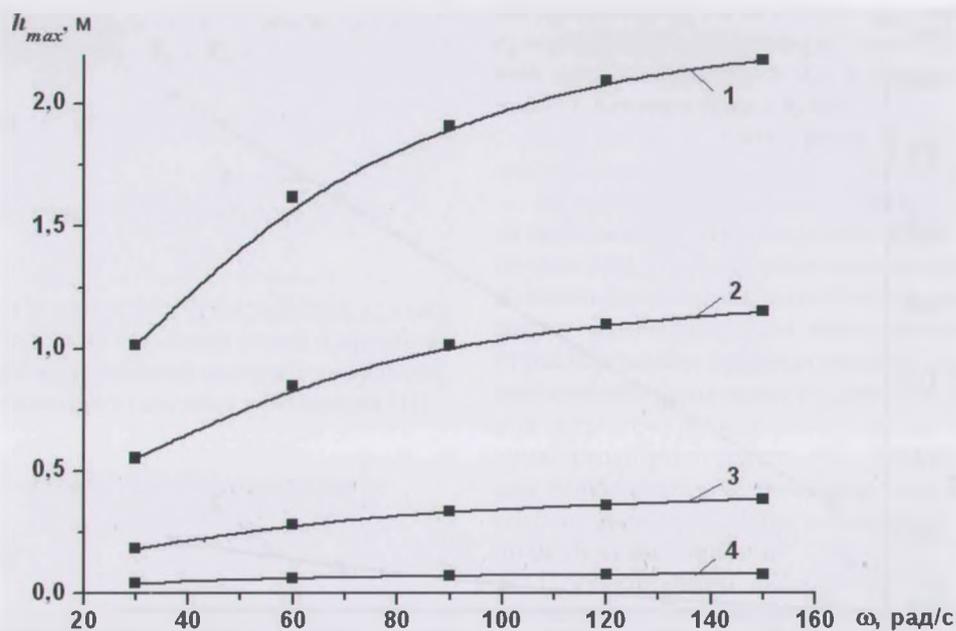


Рис. 5. Максимальная высота подъема материала $d_v = 3$ мм при различных диаметрах ротора
 1 - $d_p = 1,5$ м; 2 - $d_p = 1,0$ м; 3 - $d_p = 0,5$ м; 4 - $d_p = 0,2$ м

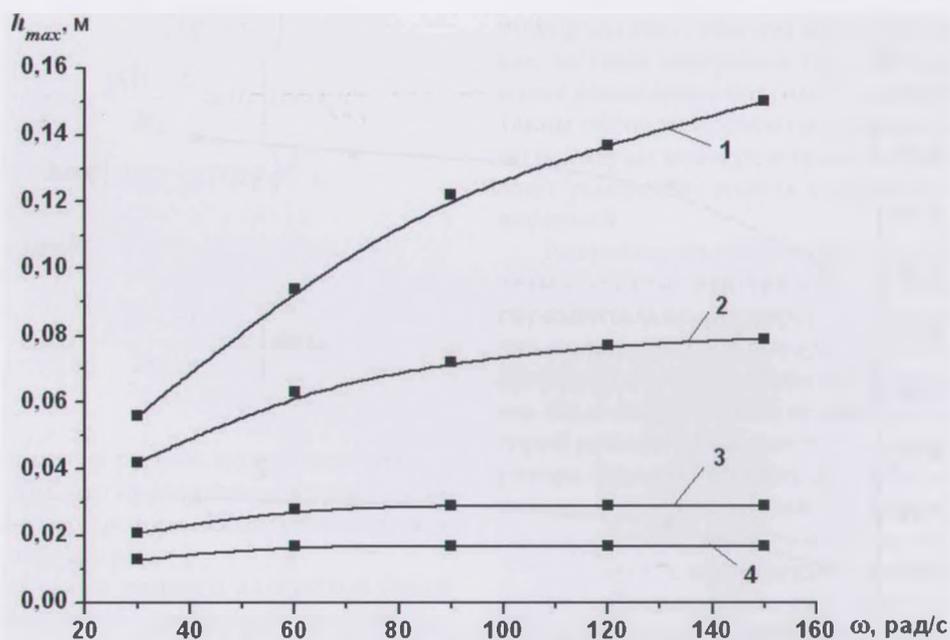


Рис. 6. Максимальная высота подъема материала при различных его диаметрах частицы при $r_p = 0,1$ м
 1 - $d_v = 1$ мм; 2 - $d_v = 3$ мм; 3 - $d_v = 9$ мм; 4 - $d_v = 15$ мм

В заключении можно сделать вывод, что предложенная методика расчета, базирующаяся на комплексном анализе движения частиц материала и мелющих тел по поверхности сложной конфигурации, позволяет определить их высоту подъема в зависимости от угловой скорости и конструктивных параметров мельницы. А по высоте подъема материала можно определить максимально возможную высоту цилиндрической части ротора мельницы.



Условные обозначения

- F_p сила давления (подпор) других шаров, Н;
- G_s сила тяжести столбика шаров, Н;
- $F_{\text{тр}}$ сила трения между шарами, находящимися в соседних цепочках, Н;
- H высота ротора, м;
- z текущая высота тела, м;
- dF_{ρ} сила подпора для элементарного участка на произвольном радиусе;
- dr элементарный участок;
- r произвольный радиус, м;
- dm масса элементарного кольца;
- ω угловая скорость ротора, рад/с;
- ρ плотность материала шаров, кг/м³;
- dV масса элементарного кольца;
- h высота элементарного кольца, м;

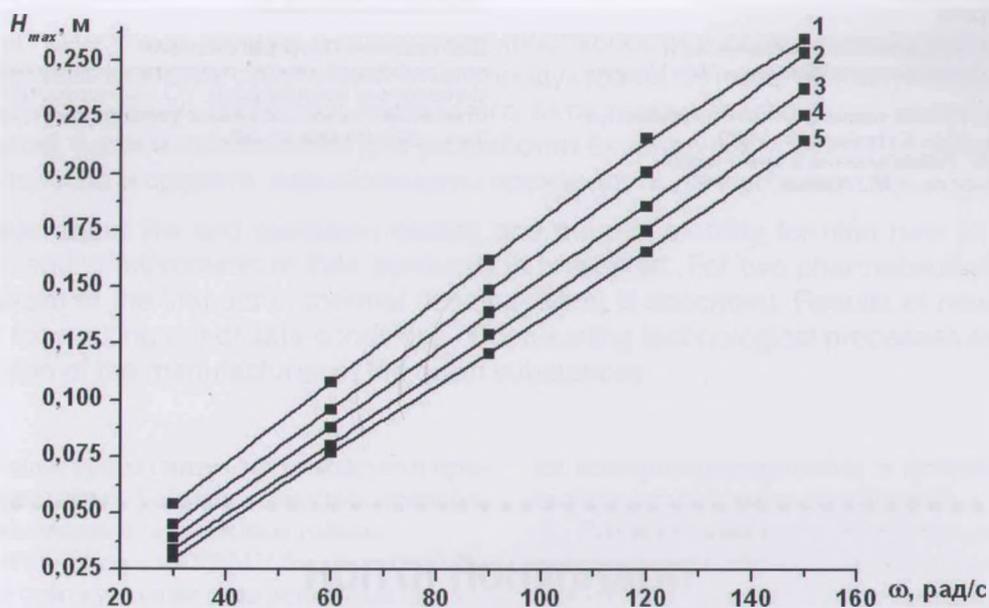


Рис. 7. Максимальная высота подъема мелющего тела при различных его диаметрах при $r_p = 0,1$ м
 1 – $d_t = 3$ мм; 2 – $d_t = 6$ мм; 3 – $d_t = 9$ мм; 4 – $d_t = 12$ мм; 5 – $d_t = 15$ мм

Таблица 1. Результаты адекватности математической модели

Размер мелющего тела, мм	Максимальная высота подъема H_{max} , мм			
	для ротора $d_p = 125$ мм $\omega = 68$ рад/с (~ 650 об/мин)		для ротора $d_p = 185$ мм $\omega = 42$ рад/с (~ 400 об/мин)	
	теоретическая	экспериментальная	теоретическая	экспериментальная
6	-	-	55	55
12	-	-	54	55
15	32	34	-	-
18	31	34	53	55

j	коэффициент заполнения цепочки (столбика) шарами;
V	объем шара, м ³ ;
V_{κ}	объем куба, м ³ ;
r	радиус шара, м;
r_{ω}	текущий радиус ротора, м;
dF_{μ}	сила подпора для элементарного участка;
n	количество шаров на текущем радиусе ротора, шт.;
m	масса шара, кг;
g	ускорение свободного падения, м/с ² ;
k	количество шаров в столбике, шт.;
F_{γ}	относительная сила давления других шаров, м/с ² ;
G_p	относительная сила тяжести столбика шаров, м/с ² ;
f_1	коэффициент трения между соприкасающимися шарами (частицами материала);
N_1	реакция, возникающая от действия других тел, Н;
F_1	кориолисова сила инерции, Н;
F_e	переносная сила инерции, Н.

Библиография

1. Андреев С.Е. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. // М.: Недра, 1980.
2. Ходаков Г.С. Тонкое измельчение строительных материалов. // М.: Стройиздат, 1972.
3. Сиденко П.М. Измельчение в химической промышленности. // М.: Химия, 1977.

4. Zentrifugalnassmahltechnik bis in den Nanobereich mit Pestle-Mill. // Keram. Z. – 2004. – Jhrg. 56, № 5. – S. 320.
5. Вайтехович П.Е., Францкевич В.С., Хвесько Г.М. Определение важнейших параметров центробежно-шаровых мельниц. // Химическое и нефтегазовое машиностроение. – 2007. – № 10. – С. 3–5.
6. Боровский Д.Н., Вайтехович П.Е., Семенов Д.В. Математическое моделирование движения мелющих тел на роторе вертикальной центробежной мельницы. // Труды БГТУ. Сер. III, Химия и технология неорганич. в-в. – 2009. – Вып. XVII. – С. 163–166.

Авторы

Боровский Денис Николаевич

аспирант кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств, УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск
Тел. +375-29-776-00-46
Dzianis23@rambler.ru

Вайтехович Петр Евгеньевич

зав. кафедрой машин и аппаратов химических и силикатных производств, УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск
Тел. +375-29-668-32-56

ПОДПИСНОЙ КУПОН

Прошу оформить подписку на журнал «Химическая промышленность сегодня»

на первое (второе) полугодие 2012 года.

Количество экземпляров _____

ФИО _____

Организация _____

Почтовый адрес _____

Тел./Факс _____

К купону прилагается копия платежного поручения

№ _____ от (дата) _____ на сумму _____

Стоимость подписки с доставкой по России на 2012 г.

(12 номеров) 7080 руб.

(6 номеров) 3540 руб.

Порядок подписки:

Переведите на расчетный счет ООО «Химпром сегодня»

соответствующую сумму.

БАНКОВСКИЕ РЕКВИЗИТЫ

ДЛЯ ОПЛАТЫ ПО

БЕЗНАЛИЧНОМУ РАСЧЕТУ

ООО «Химпром сегодня»

р/сч. 40702810238320101649

Московский банк

Сбербанка России ОАО, г. Москва

ИНН 7707280475

БИК 044525225

К/с 30101810400000000225

Адрес редакции:

Россия, 125047, Москва А-47

Миусская пл., 9,

РХТУ им. Д.И. Менделеева, оф. 336

ООО «Химпром сегодня»

Тел./факс 8-(499) 978-49-47