

Определение энергозатрат на вращение рабочего органа шаровой мельницы с мешалкой

Шаровые мельницы с мешалкой широко используются для сверхтонкого помола [1, 2]. Высокая эффективность измельчения была достигнута в горизонтальной мельнице с мешалкой, динамическим сепаратором и сетчатым фильтром. Максимумы на кривых распределения для таких материалов, как мел, каолин и белая сажа, — в пределах 5...10 мкм, но часть продукта измельчалась до 0,5 мкм [3, 4].

После исследования эффективности измельчения с оценкой влияния технологических и конструктивных параметров необходимо определить затраты энергии на проведение процесса диспергирования. Очевидно, что основная часть энергии затрачивается на движение перемешивающего органа — нескольких дисков на валу. Каждый диск при вращении преодолевает сопротивление среды, состоящей из водной суспензии измельчаемого материала и мелющих тел (шариков диаметрами 1 и 3 мм).

Для определения момента сопротивления найдем распределение скорости среды у поверхности диска. Расчет полной скорости и ее составляющих — это классическая задача о течении вблизи вращающегося диска [5], которая решается с использованием уравнений Навье — Стокса. При условии осевой симметрии эти уравнения вместе с уравнением неразрывности в цилиндрической системе координат упрощаются к виду [6]:

$$\begin{cases} v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\phi^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_r}{r} \right) - \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right); \\ v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} - \frac{v_r v_\phi}{r} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_\phi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\phi}{r} \right) - \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2} \right); \\ v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_c} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где v_r , v_ϕ , v_z — составляющие скоростей соответственно в радиальном, окружном и осевом направлениях, м/с; r — радиус диска, мм; ρ_c — плотность среды, кг/м³; p — давление (скоростной напор), Па; ν — кинематическая вязкость, Па·с.

Граничные условия при решении данной системы уравнений обусловлены прилипанием среды к поверхности диска:

$$\begin{cases} v_r = 0, v_\phi = \omega r, v_z = 0 & \text{при } z = 0; \\ v_r = 0, v_\phi = 0 & \text{при } z = \infty. \end{cases} \quad (2)$$

Для решения системы уравнений ввели безразмерную координату

$$\zeta = z \sqrt{\omega/\nu}, \quad (3)$$

где ω — угловая скорость вращения диска, рад/с; z — осевая координата, м. Выражение под корнем — толщина пограничного слоя $\delta \approx \sqrt{\nu/\omega}$.

Принято, что в вязком осесимметричном течении распределение скоростей и давления определяется по формулам:

$$\begin{cases} v_r = r\omega F(\zeta); \\ v_\phi = r\omega G(\zeta); \\ v_z = \sqrt{\nu\omega} H(\zeta); \\ p = p(z) = \rho_c \nu \omega P(\zeta). \end{cases} \quad (4)$$

Неизвестные функции F , G , H , P зависят от безразмерной координаты ζ .

В результате подстановки выражений (4) в уравнение (1) получим систему обычных дифференциальных уравнений второго порядка (5) с новыми граничными условиями (6):

$$\begin{cases} 2F + H' = 0; \\ F^2 + FH - G^2 - F'' = 0; \\ 2FG + HG' - G'' = 0; \\ P' + HH' - H'' = 0. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} F = 0, G = 1, H = 0, P = 0 & \text{при } \zeta = 0; \\ F = 0, G = 0 & \text{при } \zeta = \infty. \end{cases} \quad (6)$$

Эти уравнения решены методом численного интегрирования с использованием пакета прикладных программ MatLab. Для ряда значений переменной $\zeta = 0... \infty$ рассчитаны значения функций F , G , H , P . Переход к истинным параметрам движения потока осуществляли по формулам (4), причем плотность среды в зоне измельчения рассчитывали как для суспензии по формуле:

$$\rho_c = \rho_{м.ш} c_{м.ш} + \rho_ж c_ж + \rho_ж (1 - c_{м.ш} - c_ж), \quad (7)$$

где $\rho_{м.ш}$, $\rho_ж$ — плотность соответственно мелющих тел, измельчаемого материала и жидкости, кг/м³; $c_{м.ш}$ и $c_ж$ — массовая доля мелющих тел и измельчаемого материала.

Для расчета вязкости суспензии использовали формулу Эйнштейна

$$\mu_c = \mu_ж (1 + 4,5(c_{м.ш} + c_ж)), \quad (8)$$

где $\mu_ж$ — динамическая вязкость жидкости, Н·с/м².

В результате расчета определено изменение составляющих скорости движения суспензии вблизи вращающегося диска. Радиальная составляющая скорости (рис. 1) непосредственно на диске (при осевой координате $z = 0$) равна нулю, при удалении от диска она резко возрастает, и максимум радиальной скорости (для всех изменяемых параметров) достигается примерно на расстоянии $z = 4$ мм. Существенное влияние на максимальное значение радиальной скорости оказывает радиус r диска: при $r = 5$ мм $v_r = 0,5...0,7$ м/с, при $r = 67,5$ мм $v_r = 1,5...2,9$ м/с. В значительно меньшей степени на радиальную составляющую скорости влияет угловая скорость диска, о чем свидетельствует приведенный диапазон ее изменения при разных

радиусах. При удалении от диска радиальная скорость плавно снижается, ослабевает влияние на нее как размеров диска, так и угловой скорости. На расстоянии $z = 20$ мм величина v_r стабилизируется и составляет 0,2 м/с.

Качественную картину изменения радиальной составляющей скорости вблизи диска (на валу радиусом 0,025 м) можно проследить по рис. 2. Отчетливо выделяется пограничный слой, толщина которого у вала составляет около 1,5 мм и далее уменьшается с увеличением радиуса диска. Увеличение угловой скорости от 125,6 рад/с до 157,0 рад/с приводит к уменьшению толщины пограничного слоя и некоторому увеличению радиальной скорости на периферии диска.

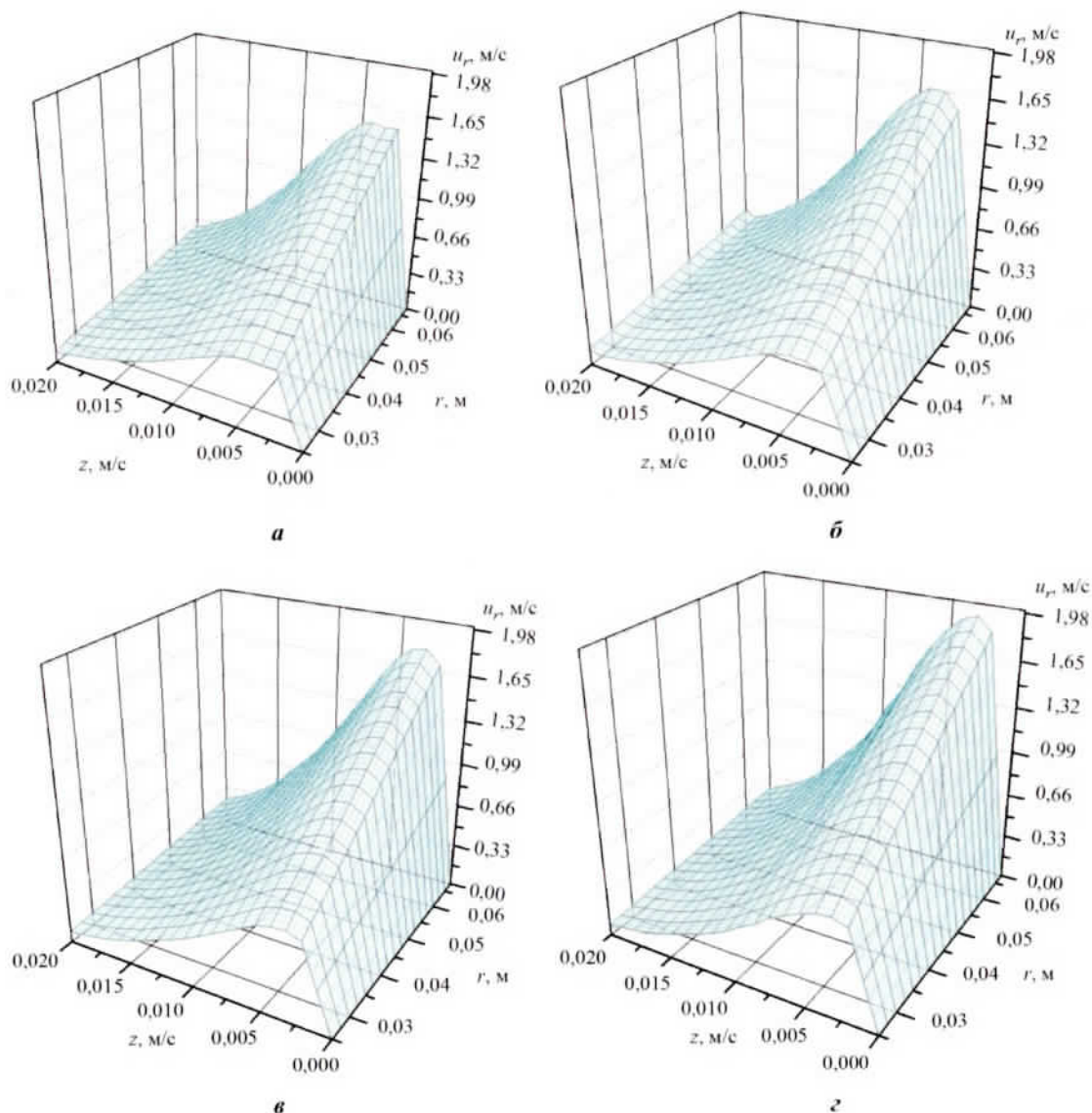


Рис. 1. Поверхностные графические зависимости изменения скоростей в радиальном направлении при ω , с^{-1} :
а — 125,6; **б** — 136,0; **в** — 146,5; **г** — 157,0

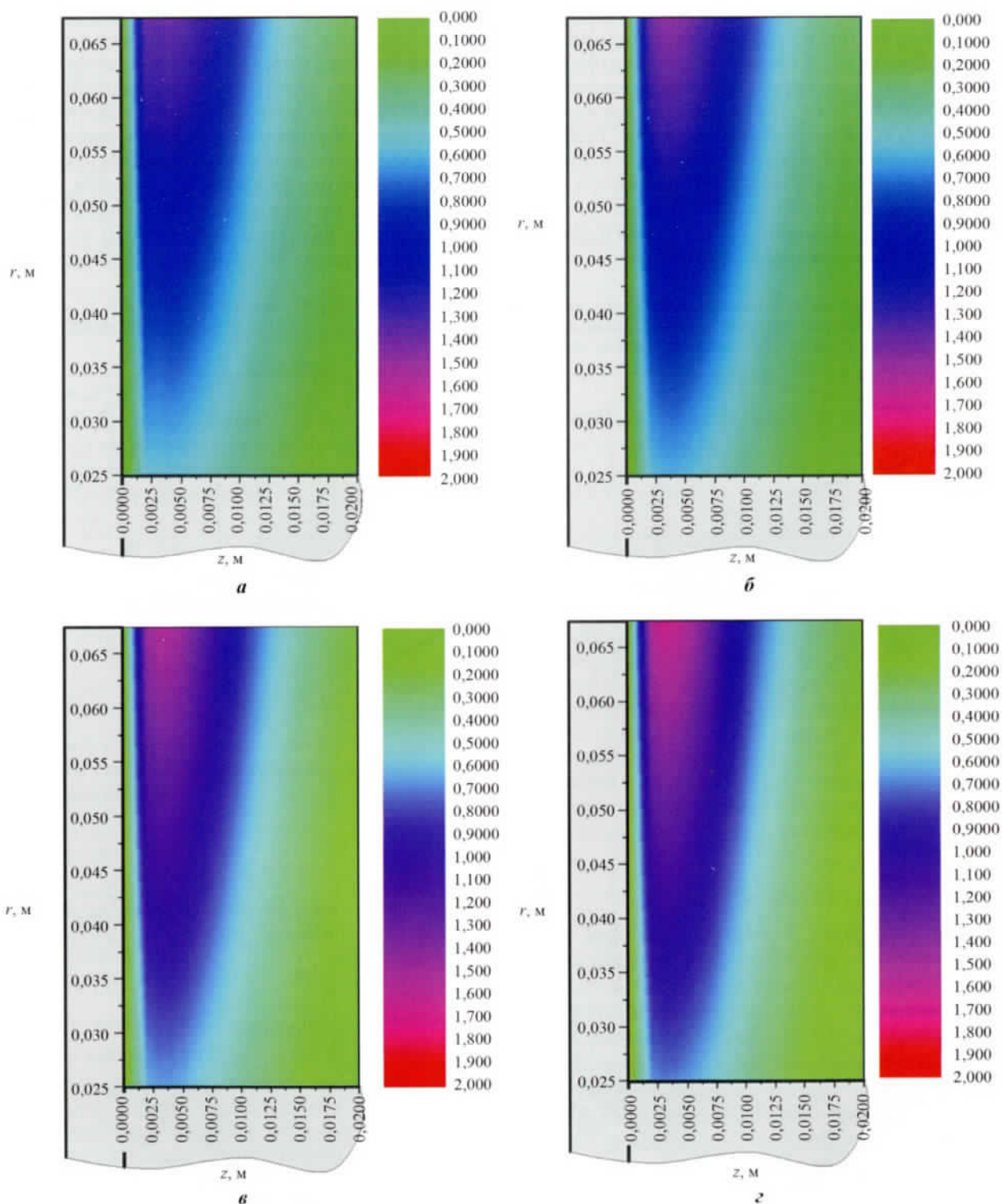


Рис. 2. Изменения скоростей в радиальном направлении в шаровой мельнице с мешалкой при ω , с^{-1} :
a — 125,6; *b* — 136,0; *v* — 146,5; *z* — 157,0

В целом, несмотря на значительные угловые скорости диска, радиальная составляющая скорости движения суспензии невелика (не более 2 м/с).

Существенно выше значения окружной скорости (рис. 3). Естественно, из условий прилипания при осевой координате $z = 0$ следует, что окружная скорость должна соответствовать значениям, рассчитанным по формуле $v_{\varphi} = \omega r$. Это четко прослеживается по трехмерной графической зависимости. Величина окружной составляющей изменяется в пределах $v_{\varphi} = 3...4$ м/с для минимального радиуса и $v_{\varphi} = 8,5...10$ м/с — для максимального.

В отличие от радиальной составляющей скорости, окружная составляющая без экстремума плавно

уменьшается при удалении от диска и уже при $z = 20$ мм приближается к нулевому значению.

Как следует из формулы (4), осевая составляющая скорости суспензии не зависит от радиуса диска. Расчеты показали, что на нее мало влияет и скорость вращения диска в исследуемом диапазоне. От нулевого значения на диске осевая составляющая скорости плавно увеличивается, асимптотически приближаясь к значению, близкому к $v_z = 0,6$ м/с (рис. 4), и это значение достигается на расстоянии от диска $z = 20$ мм.

Распределение скорости суспензии в зоне вращающегося диска очень важно для оценки сдвиговых напряжений, являющихся основным разрушающим фактором при истирании. По этим напряжениям

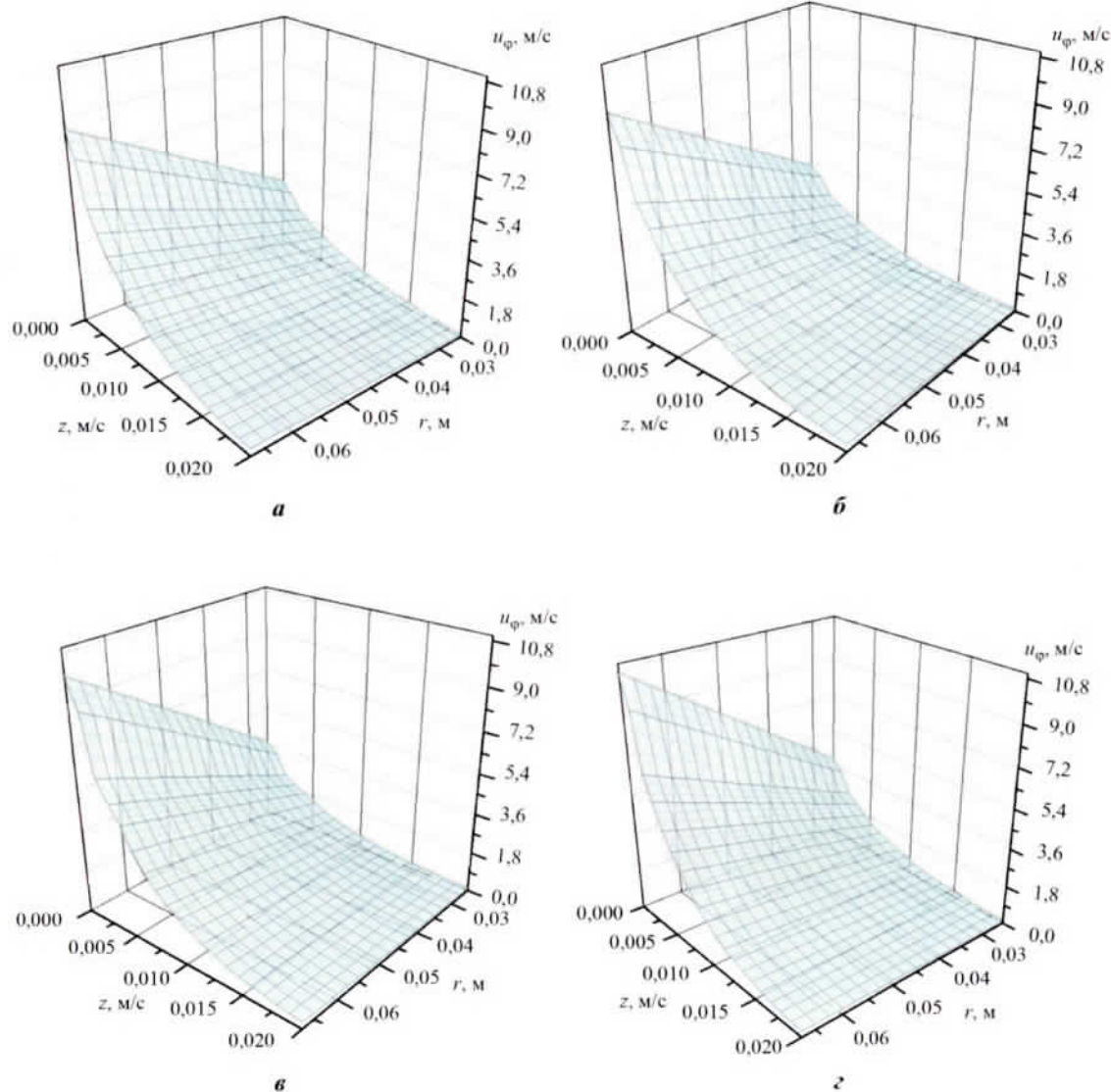
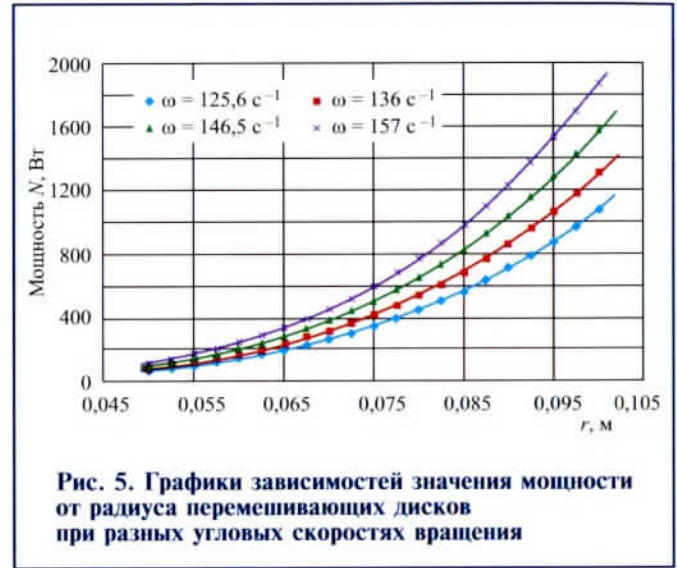
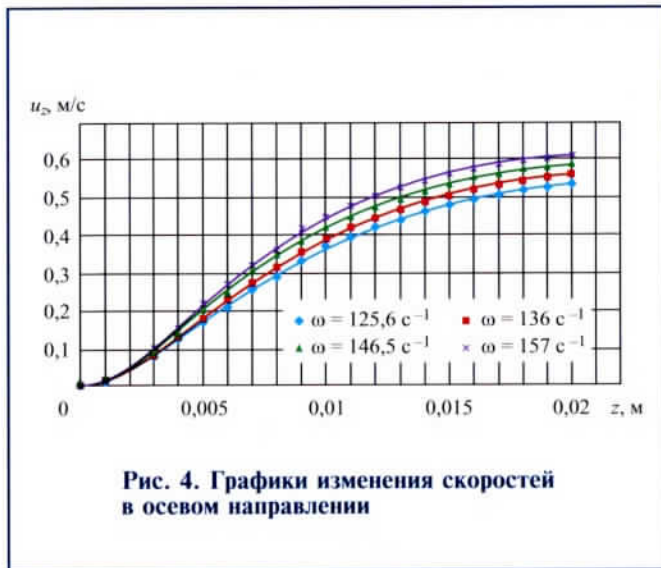


Рис. 3. Поверхностные графические зависимости изменения скоростей в окружном направлении при $\omega, \text{с}^{-1}$:

a — 125,6; ***б*** — 136,0; ***в*** — 146,5; ***г*** — 157,0



можно определить силу и момент трения. Поскольку при расчете момента трения одна из координат (радиус диска) является переменной величиной, то сначала рассмотрим элементарный участок:

$$dM = -2\pi r dr \cdot r \cdot \tau_{z\varphi} \quad (9)$$

Здесь произведение площади элементарного кольца $2\pi r dr$ на окружную составляющую напряжения на поверхности диска $\tau_{z\varphi}$ — сила трения.

В общем случае

$$\tau_{z\varphi} = \mu \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial z} \right) \quad (10)$$

Тогда момент сопротивления всего диска, контактирующего со средой с одной стороны, можно определить по выражению

$$M = -2\pi \int_0^r r^2 \tau_{z\varphi} dr \quad (11)$$

Окружная составляющая касательного напряжения на поверхности диска с учетом второго равенства (4)

$$\tau_{z\varphi} = \rho r \sqrt{v\omega^3 G'(0)} \quad (12)$$

Для нулевых значений координат z и ζ при решении системы уравнений (5) получим $G' = -0,616$.

Интегрированием уравнения (11) после подстановки в выражение (12) (для касательного напряжения) с учетом значения функции $G'(0)$ получим момент сопротивления диска при одностороннем контакте. Поскольку среда контактирует с диском с двух сторон, то, удвоив выражение для расчета, окончательно получим

$$M = 0,616\pi\rho c r^4 (v\omega^3)^{0,5} \quad (13)$$

Мощность, затрачиваемая на вращение всего рабочего органа с несколькими дисками, равна произ-

ведению вращающего момента на угловую скорость ω и число дисков k :

$$N = 0,616\pi\rho c r^4 (v\omega^3)^{0,5} k \quad (14)$$

Расчет мощности по уравнению (14) при варьировании угловой скорости и радиуса диска (рис. 5) показал, что эти два параметра существенно влияют на величину мощности, причем расчетные и экспериментальные значения мощности хорошо согласуются (отклонение не превышает 15 %).

Таким образом, на основе теоретического анализа движения среды при обтекании вращающегося диска получено выражение для расчета реального параметра шаровой мельницы с мешалкой — мощности, затрачиваемой на вращение рабочего органа. Апробация этого метода расчета показала хорошую сходимость расчетных результатов с экспериментальными данными.

Список литературы

1. Joost B., Schwedes J. Einfluß vor Mahl@öper Eigenschaften auf die Zerkleinerung in R@ührwerkskugelm@ühlen // Chem. Ing. Techn. 1996. Jhrg. 68, № 7. S. 809–812.
2. Кухтин И.В., Ратников В.Н. Усовершенствование диспергирующего оборудования для производства лакокрасочной продукции // Лакокрасочные материалы и их применение. 2004. № 1–2. С. 56–59.
3. Козловский В.И., Волк А.М., Вайтехович П.Е. Анализ дисперсности продуктов в шаровой мельнице с мешалкой // Журнал прикладной химии. 2012. Т. 85. Вып. 11. С. 1895–1898.
4. Козловский В.И., Вайтехович П.Е. Измельчение материалов в шаровой мельнице с мешалкой // Труды БГТУ. Сер. III. Химия и технология неорганических веществ. 2012. Вып. III. С. 96–99.
5. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1974. 711 с.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. 7-е изд. М.: Дрофа. 2003. 677 с.