

## СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА СМЕСИТЕЛЯ АСФАЛЬТОБЕТОНА

А.С. Сурмак, И.Ф. Кузьмицкий\*

**Аннотация.** Рассматривается нелинейная система электропривода смесителя асфальтобетона. Предполагается при этом, что на систему действуют сингулярные возмущения. Определяется закон управления электропривода, учитывающий быстрые и медленные составляющие процесса.

**Ключевые слова:** электропривод, сингулярное возмущение, управление.

### Введение

При производстве теплых и горячих асфальтобетонных смесей на установках циклического действия имеет место серьезная проблема стабильности качества готового продукта. На качество асфальтобетона влияет большое количество факторов: температура и влажность каменных материалов, гранулометрический состав смеси, кислотность минеральных материалов, температура, а также физико-химические свойства битума, точность дозирования компонентов, однородность получаемой смеси. При производстве мелкозернистых асфальтобетонов, предназначенных для укладки в верхние слои дорожного покрытия, в качестве компонентов смеси используются различные пластификаторы в виде мелкодисперсных порошков, а также пыль. Из-за плохой смачиваемости таких порошков происходит их «комкование», а следовательно, отсутствует возможность получения однородной смеси без управления процессом смешивания ее компонентов. На асфальтосмесительных установках классической конструкции отсутствуют контроль качества смешивания компонентов непосредственно в ходе технологического процесса, а также управление электроприводом смесителя ввиду возникновения затруднений при расположении датчиков внутри смесительной камеры из-за высокой абразивности смешиваемых компонентов, а также налипания битума. Как показывают экспериментальные исследования, неоднородности асфальтобетонной смеси вызывают пульсации тока приводного двигателя, а степень неоднородности влияет на скорость смешивания, по которым можно судить о качестве смешивания. Следовательно, имея информацию о токе электрического двигателя и скорости смесителя, можно формировать управление процессом смешивания компонентов асфальтобетона. При этом необходимо учитывать, что постоянные времени электромагнитной и механической частей системы электропривода существенно отличаются друг от друга.

### 1. Основная часть

Рассмотрим нелинейную, сингулярно возмущаемую систему с электроприводом смесителя

$$\dot{\omega} = f(\omega) + G(\omega)i, \quad \omega(0) = \omega_0, \quad (1a)$$

$$\varepsilon \dot{i} = g_1(\omega, i) + \varepsilon g_2(\omega, i) + Q(\omega)u, \quad i(0) = i_0, \quad (1b)$$

где  $\omega \in R^n$ ,  $i \in R^m$ ,  $u \in R^r$ . Функции  $f$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $G$  и  $Q$  являются достаточно много раз непрерывно дифференцируемыми функциями их аргументов,  $f(0) = 0$ ,  $G(0) = 0$ ,  $g_1(0,0) = 0$ . Параметр  $\varepsilon > 0$  представляет отношение скоростей быстрых и медленных составляющих процесса, т.е. элек-

\* Белорусский государственный технологический университет, ул. Свердлова, 13а, Минск, Беларусь.

ромагнитных процессов электрической машины и механического смесителя соответственно. Здесь  $\omega$  – скорость роторов смесителя,  $i$  – ток приводного двигателя.

На основании допущений:

- 1) ранг  $Q(\omega) = m \leq p \quad \forall \omega \in R^n$ ;
- 2) точка равновесия  $\omega=0$  для номинально невозмущаемой системы  $\dot{\omega} = f(\omega)$  асимптотически устойчива и существует  $C^1$  функция  $V(\cdot): R^n \rightarrow [0, \infty]$ , такая, что

$$L_0(\omega) \equiv \nabla V(\omega) \cdot f(\omega) < 0, \quad \forall \omega \in R^n, \quad (2)$$

где  $L_0(\omega)$  обозначает скорость изменения  $V(\omega)$  вдоль траекторий для системы  $\dot{\omega} = f(\omega)$ ;

для нелинейной системы (1) найдем управление вида обратной связи по состоянию  $u = u(\omega, i, \varepsilon)$ , которая обеспечивала бы приведение состояний системы в положение равновесия в начале ординат. Управление будет состоять из двух частей:

$$u(\omega, i, \varepsilon) = u_s(\omega, \varepsilon) + u_f(\omega, i, \varepsilon), \quad (3)$$

где  $u_s(\omega, \varepsilon)$  и  $u_f(\omega, i, \varepsilon)$  – медленное и быстрое управления соответственно, каждое из которых состоит из двух частей:

$$u_s(\omega, \varepsilon) = u_0(\omega) + \varepsilon u_c(\omega)$$

и

$$u_f(\omega, i, \varepsilon) = u_f^1(\omega, i) + \varepsilon u_f^2(\omega, i),$$

где  $u_0(\omega)$  и  $u_c(\omega)$  – редуцированное и корректирующее управления соответственно, синтезированные на проектном многообразии. Две составляющие  $u_f^1(\omega, i)$  и  $u_f^2(\omega, i)$  для быстрого управления синтезируются из условия приведения состояний быстрой подсистемы к проектному многообразию.

Проектное многообразие получается заданием  $\varepsilon=0$  в (1б) и решением получившегося уравнения

$$0 = g_1(\omega, i) + Q(\omega)u_0(\omega)$$

для  $i$ .

Если частная производная  $\left[ \left( \frac{\partial}{\partial i} \right) g_1(\omega, i) \right]$  неингулярна для каждого  $(\omega, i)$  и  $u(\omega)$ , удовлетворяющих (5), то, в соответствии с теоремой о существовании неявной функции, существует единственная гладкая функция  $h(\bullet)$ , отображающая открытую окрестность  $B_\omega \subset R^n$  для  $\omega$  на открытую окрестность  $B_i \subset R^m$  таким образом, что

$$i = h(\omega, u_0(\omega)) \equiv h_0(\omega)$$

является решением (5) и описанием проектного многообразия. Напротив, если проектное многообразие  $i = h_0(\omega)$  определено для начала, то соответствующее редуцированное медленное управление  $u_0(\omega)$  определяется из (5), т.е.

$$Q(\omega)u_0(\omega) = -g_1(\omega, h_0(\omega)). \quad (7)$$

Определяем ошибку

$$e(t) \equiv z(t) - h_0(\omega(t)) \quad (8)$$

как отношение быстрых составляющих от проектного многообразия. В членах ошибки  $e$ , определяемой с помощью (8) и  $\omega$  как новых координат, исходную систему (1) можно записать как

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega) + G(\omega)e, \quad \omega(0) = \omega_0, \\ \dot{e} &= g_1(\omega, e + h_0(\omega)) + \varepsilon g_2(\omega, e + h_0(\omega)) + Q(\omega)u, \end{aligned} \quad (9)$$

$$-\varepsilon \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] [f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega) + G(\omega)e], \quad e(0) = z_0 - h_0(\omega_0). \quad (10)$$

Подсистема редуцированного порядка получается из (9) путем задания  $\varepsilon = 0$  в (10) и с помощью использования (5). Она описывается с помощью уравнения

$$\dot{\omega} = f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega). \quad (11)$$

Мы знаем, что при  $\varepsilon = 0$  граф  $i = h_0(\omega) = h(\omega, u_0(\omega)) = h(\omega, u_s(\omega, 0))$  определяет проектное многообразие медленных движений. Для достаточно малой  $\varepsilon > 0$  можно предположить граф вида

$$i = h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon)), \quad (12)$$

который является регулярным возмущением для (6). Продифференцировав обе части (12), получаем:

$$\dot{i} = \left( \frac{dh}{d\omega} \right) \dot{\omega} = \left[ \frac{\partial h}{\partial \omega} + \left( \frac{\partial h}{\partial u_s} \right) \left( \frac{\partial}{\partial \omega} u_s \right) \right] \dot{\omega}. \quad (13)$$

Умножив обе части (13) на  $\varepsilon$  и подставив в выражение для  $\dot{\omega}, \dot{i}, i$  и  $u$  в соответствии с (1а), (16), (12), (3) и (4), можно получить зависящее от  $\varepsilon$  уравнение в частных производных:

$$\begin{aligned} \varepsilon \left( \frac{dh}{d\omega} \right) [f(\omega) + G(\omega)h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon))] &= g_1(\omega, h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon))) + \varepsilon g_2(\omega, h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon))) + \\ &+ Q(\omega) [u_0(\omega) + \varepsilon u_s(\omega) + u'_s(\omega, h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon))) + \varepsilon u''_s(\omega, h(\omega, u_s(\omega, \varepsilon)))] \end{aligned} \quad (14)$$

Медленное управление определяется из условия обеспечения

$$Q(\omega)u_s(\omega) = \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] [f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega)] - g_2(\omega, h_0(\omega)). \quad (15)$$

Быстрое управление синтезируем, исходя из условия приближения величины ошибки  $\|e(t)\|$  к нулю, так быстро, как это необходимо, при  $t \rightarrow \infty$ , другими словами, быстрые составляющие должны выводиться к точному проектному многообразию  $i = h_0(\omega)$  с заранее определенной скоростью.

Вновь рассмотрим уравнение (10).

Пусть  $A$  будет гурвицевой матрицей, а  $P$  – положительно определенной матрицей, удовлетворяющей уравнению Ляпунова

$$A^T P + P A^T = -I. \quad (16)$$

Перепишем (10) в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{e} &= A e + [g_1(\omega, i) - A e] + \varepsilon g_2(\omega, i) + Q(\omega) [u_0(\omega) + \varepsilon u_s(\omega) + u'_s(\omega, i) + \varepsilon u''_s(\omega, i)] - \\ &- \varepsilon \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] [f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega) + G(\omega)e], \end{aligned}$$

$$e(0) = i_0 - h_0(\omega), \quad (17)$$

где  $i = e + h_0(\omega)$ . С использованием уравнений (7) и (15) уравнение (17) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{e} &= A e + [g_1(\omega, i) - g_1(\omega, h_0(\omega)) - A e] + \varepsilon [g_2(\omega, i) - g_2(\omega, h_0(\omega))] + \\ &+ Q(\omega) [u'_s(\omega, i) + \varepsilon u''_s(\omega, i)] - \varepsilon \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] G(\omega) e, \end{aligned} \quad (18)$$

$$e(0) = i_0 - h_0(\omega).$$

Если быстрое управление

$$u_f(\omega, i, \varepsilon) = u_f^1(\omega, i) + \varepsilon u_f^2(\omega, i)$$

такое, что

$$Q(\omega)u_f^1(\omega, i) = -[g_1(\omega, i) - g_1(\omega, h_0(\omega)) - Ae], \quad (19)$$

$$Q(\omega)u_f^2(\omega, i) = -\left\{ g_2(\omega, i) - g_2(\omega, h_0(\omega)) - \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] G(\omega)e \right\}, \quad (20)$$

где  $e(t) = i(t) - h_0(\omega(t))$ . Тогда совместно с медленным управлением, описываемым с помощью (7) и (15), смешанная обратная связь вида

$$u(\omega, i, \varepsilon) = u_s(\omega, \varepsilon) + u_f(\omega, i, \varepsilon) = u_0(\omega) + \varepsilon u_c(\omega) + u_f^1(\omega, i) + \varepsilon u_f^2(\omega, i)$$

обеспечивает асимптотическую устойчивость системы (17) относительно равновесного многообразия  $i = h_0(\omega)$ , где

$$u_0(\omega) = -Q(\omega)^{-1} g_1(\omega, h_0(\omega)), \quad (21)$$

$$u_c(\omega) = Q(\omega)^{-1} \left\{ \left[ \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right] [f(\omega) + G(\omega)h_0(\omega)] - g_2(\omega, h_0(\omega)) \right\}, \quad (22)$$

$$u_f^1(x, z) = -Q(x)^{-1} [g_1(x, z) - g_1(x, h_0(x)) - Ae], \quad (23)$$

$$u_f^2(\omega, i) = -Q(\omega)^{-1} \left[ g_2(\omega, i) - g_2(\omega, h_0(\omega)) - \left( \frac{d}{d\omega} h_0(\omega) \right) G(\omega)e \right]. \quad (24)$$

Если количество быстрых состояний равно количеству входов  $m=p$ , по допущению 1  $Q(\omega)$  обратима для всех  $\omega \in R^n$  и  $e = e(\omega, i) = i - h_0(\omega)$ , многообразие равновесий  $e=0$  или  $i = h_0(\omega)$  для быстрой подсистемы (24) асимптотически устойчиво.

### Заключение

В данной работе была рассмотрена нелинейная система электропривода смесителя с сингулярными возмущениями. Получен закон управления электроприводом, учитывающий быстрые и медленные составляющие процесса смешивания. Применение такого закон позволит повысить качество асфальтобетона без снижения производительности установки.