- так как плёнка растекается, то данная задача является задачей со свободной границей; условие, которое должно выполняться на границе: $p_{dob}\big|_k = \min$.

Если же подложка не твёрдое тело, а жидкость, то поведение всей системы усложняется за счёт того, что импульс движения при растекании плёнки передаётся подложке, приводя в движение приповерхностные слои подложки. Вся система становиться двухкомпонентной, колебания в ней взаимно передаются от одной компоненты к другой.

Теперь необходимо дополнить систему (1) – (2) уравнениями для подложки. Они будут аналогичны

$$\rho' \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + \rho'(\vec{v}'\nabla)\vec{v}' = -\nabla p' + \eta \Delta \vec{v}' + \vec{f}' \qquad (3)$$

$$div\, \vec{v}' = 0 \qquad (4)$$

здесь ρ' – плотность подложки, η' – динамическая вязкость, $\vec{f}'$ – внешняя объемная сила действующая на подложку (в данном случае сила тяжести (0, $-\rho g$)), p' – внешняя поверхностная сила, действующая на суспензию и отнесенная на единицу поверхности. Так как скорость растекания мала, то слагаемым $\rho'(\vec{v}'\nabla)\vec{v}'$ в (3) можно пренебречь.

Уравнения (3) – (4) решаются в ограниченной области кюветы, однако, т.к. область контакта подложки с суспензией динамически изменяется, то и граничные условия для p' должны быть динамические.

Задавая соответствующим образом дополнительные условия, мы получаем систему уравнений, описывающую колебания системы суспензия-подложка.

Очевидно, что режимы колебаний системы будет определяться соотношениями коэффициентов поверхностного натяжения суспензии и подложки и характерными размерами плёнки суспензии и кюветы. Исследование этих режимов должно быть приоритетным при анализе поведения связанных колебательных систем.

Использованные источники

1. Игропуло В. С., Резников А. В. Модель динамики растекания суспензии по жидкой поверхности. – В сб.: Физико-математические науки на современном этапе развития Ставропольского государственного университета: Материалы 51-й научно-практической конференции преподавателей и студентов Ставропольского государственного университета «Университетская наука – региону». Ставрополь: Изд-во СГУ, 2006, – С. 57

2. Охотский А. В. О методе качественного исследования свойств суспензии на водной подложке // Современные техника и технологии Сборник трудов XIV Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. – Томск Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – С. 86.

3. Фридрихберг Д.А., Курс коллоидной химии, Ленинград, «Химия», 1984

4. Л. Г. Лойцянский, Механика жидкости и газа, 2003.

АНАЛИЗ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕНЫ КВАРТИРЫ НА ВТОРИЧНОМ РЫНКЕ ЖИЛЬЯ

Рубашко Д.Г.

Белорусский государственный технологический университет, Беларусь

(инженерно-экономический факультет, 4 курс)

Науч. рук.: **Е.А. Шинкевич**, к. физ.-мат. н., доцент

С момента становления экономики, как самостоятельной науки, перед исследователями стоит проблема прогнозирования развития того или иного экономического объекта в определенных условиях. На данном этапе достаточно изученными являются устойчивые зависимости между такими показателями, как спрос и уровень доходов, уровень безработицы и инфляция, потребление и цены на товары, а также многие другие. Более сложной остается задача анализа малоизученных нестабильных зависимостей и построение их моделей. Следует отметить, что такие построения возможны только с использованием реальных статистических данных. Инструментарием в этом случае являются методы статистики и эконометрики, в частности регрессионного и корреляционного анализа.

В данной работе проведен анализ формирования цены квартиры на вторичном рынке жилья и построено уравнение, отражающее зависимость цены (y) от ряда факторов (число комнат (x_1), район города (x_2), общая площадь (x_3), жилая площадь (x_4), площадь кухни (x_5), тип дома (x_6), расстояние до метро (x_7)), на основании реальных статистических данных.

Регрессионный анализ в рассматриваемом случае является эффективным методом изучения взаимосвязи переменных. В основе любой регрессионной модели лежит уравнение регрессии, которое устанавливает связь между зависимой переменной y и независимыми переменными x_i, что позволяет применять регрессионные модели не только для анализа, но и для прогнозирования. В нашем случае уравнение множественной регрессии, отражающее зависимость цены квартиры от различных факторов, имеет вид:

$$\tilde{y} = 1{,}8329 - 1{,}5684x_1 - 1{,}1755x_2 + 0{,}2634x_3 + 0{,}2047x_4 + \\ + 0{,}053x_5 + 1{,}6702x_6 - 0{,}1296x_7. \quad (1)$$

Данное уравнение получено с использованием возможностей пакета прикладных программ Excel.[1]

Следующий этап работы заключается в оценке и проверке качества найденных параметров и самой модели в целом. Проведем исследование уравнения по следующим пунктам:

1. Оценим статистическую значимость уравнения регрессии и его параметров с помощью критериев Фишера и Стьюдента.

Оценка достоверности зависимости переменной y от x_i, $i = \overline{1,7}$ производится по величине R^2 – коэффициенту детерминации. Если $R^2 = 1$ считают, что имеется функциональная зависимость между рассматриваемыми переменными. Полученное значение $R^2 = 0{,}83$ достаточно высокое, что подтверждает достоверность наличия зависимости y от x_i, $i = \overline{1,7}$.

Оценив достоверность самого коэффициента детерминации, по критерию Фишера приходим к выводу об адекватности построенной модели.

Статистическая значимость коэффициентов уравнения множественной регрессии проверяется на основании t-статистики, которая имеет распределение Стьюдента.

Определим β-вероятность того, что значения коэффициентов b_i $i = \overline{0,7}$ не достоверны, а также $1-\beta$ – вероятность того, что эти значения достоверны. Получаем следующие значения по каждому параметру уравнения

	b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
β	0,4257	0,1498	0,3742	0,0890	0,2791	0,8134	0,2156	0,2413
$1-\beta$	0,5743	0,8502	0,6258	0,9110	0,7209	0,1866	0,7844	0,7587

По данным видно, что наименьшей достоверностью характеризуется величина b_5 при x_5 (площадь кухни).

2. Оценим качество уравнения, используя среднюю ошибку аппроксимации.

Среднюю ошибку аппроксимации используют для оценки статистической точности уравнения связи. Чем меньше теоретическая линия регрессии (рассчитанная по уравнению) отклоняется от фактической, тем меньше средняя ошибка аппроксимации. В нашем случае имеем среднюю ошибку аппроксимации $\varepsilon = 0{,}3933$

3. Используя статистику Дарбина – Уотсона (DW), оценим наличие автокорреляции остатков.[2]

Для того чтобы оценить наличие автокорреляции была построена диаграмма значений y, $\tilde{y}$ и остатков. Диаграмма свидетельствует о необходимости оценки наличия автокорреляции остатков, так как нельзя однозначно судить о постоянстве дисперсий отклонений и их взаимной независимости.

Необходимым условием независимости случайных отклонений является близость значения статистики DW к двойке. Тогда, если DW ≈ 2, мы считаем отклонения от регрессии случайными. Это означает, что построенная линейная регрессия, вероятно, отражает реальную зависимость, и не осталось неучтенных существенных факторов, влияющих на зависимую переменную, кроме того, какая-либо другая нелинейная формула не превосходит по статистическим характеристикам предложенную линейную. В этом случае, даже когда R^2 невелико, вполне вероятно, что необъясненная дисперсия вызвана влиянием на зависимую переменную большого числа различных факторов, индивидуально слабо влияющих на исследуемую переменную, и может быть описана как случайная нормальная ошибка.

Для ответа на вопрос, какие значения DW можно считать близкими к двум, разработаны специальные таблицы критических точек статистики Дарбина-Уотсона. Пользуясь правилом ($1{,}5 < DW < 2{,}5$), можем считать, что автокорреляция остатков отсутствует.

4. Изучим проблемы гетероскедастичности и мультиколлинеарности.[2] При практическом проведении регрессионного анализа с помощью метода наименьших квадратов следует обратить внимание на условие постоянства дисперсий случайных отклонений. Его выполнимость называется гомоскедастичностью (постоянством дисперсий отклонений). Невыполнимость данного условия – гетероскедастичность.

Обнаружение гетероскедастичности в каждом конкретном случае является довольно сложной задачей. В данной работе используется метод графического анализа остатков. Наблюдаемые некоторые систематические изменения в соотношениях между значениями $\tilde{y}$ и квадратами отклонений e_i^2 отражают большую вероятность наличия гетероскедастичности для рассматриваемых статистических данных.

Мультиколлинеарность может быть проблемой лишь в случае множественной регрессии. Существует несколько признаков, по которым может быть установлено её наличие.[2]

a) Коэффициент детерминации R^2 достаточно высок, но некоторые из коэффициентов регрессии статистически незначимы.

b) Высокие частные коэффициенты корреляции.

Частные коэффициенты корреляции $r(x_3x_4)=0{,}949$, $r(x_3x_5)=0{,}8278$, $r(x_4x_5)=-0{,}7096$ указывают на высокую зависимость (коллинеарность) между соответствующими переменными. Что также показывает наличие мультиколлинеарности.

Используя все вышеприведенные данные, остается отобрать наиболее информативные факторы для построения новой модели. Проранжируем имеющиеся факторы по силе их влияния на цену квартиры. Результаты ранжирования: 1) $r(yx_3)=0{,}9023$; 2) $r(yx_4)=0{,}8864$; 3) $r(yx_1)=0{,}7039$; 4) $r(yx_5)=0{,}5307$; 5) $r(yx_6)=-0{,}1869$; 6) $r(yx_7)=-0{,}0724$; 7) $r(yx_2)=-0{,}0642$. Исходя из более общих сведений, которые заключает в себе x_3 (общая площадь) квартиры по сравнению с x_4 (жилая площадь квартиры), а также того, что $r(yx_3)>r(yx_3)$, из модели исключим переменную x_4.

Далее построение модели будет происходить следующим образом: после наиболее значимого фактора в расчет принимается второй, затем третий и т.д. На каждом шаге рассчитываются уравнения связи, множественный коэффициент корреляции и детерминации, F–отношение (критерий Фишера), стандартная ошибка, с помощью которых оценивается надежность уравнения связи. Величина их на каждом шаге сравнивается с предыдущей. Чем выше величина множественного коэффициента корреляции и детерминации, F–отношение и чем ниже величина стандартной ошибки, тем точнее уравнение связи описывает зависимости, сложившиеся между исследуемыми показателями. Если добавление следующих факторов не улучшает оценочных показателей связи, то их необходимо отбросить.

После пошагового включения переменных получаем следующий результат: включение в модель переменных x_2 (район города), x_7 (расстояние до метро) ухудшает показатель ε, поэтому их следует исключить, что подтверждают оценки по критерию Стьюдента. Следовательно, данные переменные являются незначимыми для рассматриваемой модели.

С учетом всех данных новая модель зависимости будет иметь вид

$$\tilde{y}=-0{,}3758-1{,}2002x_1+0{,}4223x_3-0{,}1798x_5+1{,}3748x_6.$$

Для данной модели $R=0{,}9061$, $D=0{,}821$, $F=5{,}6005$, $\varepsilon=0{,}821$.

В результате построена модель, которая позволяет потребителю, задавая желаемые параметры, достаточно точно определить стоимость квартиры. Однако следует отметить, что данная математическая зависимость является лишь одним вариантом из множества возможных.

Количество факторов, влияющих на стоимость квартиры на вторичном рынке жилья, не ограничивается рассмотренными в данной работе. Доля влияния таких факторов значительно меньше уже учтенных, а сами они могут быть математически незначимыми. Но для конкретного потребителя в реальной ситуации выбора квартиры некоторые критерии приобретают особое значение. Данное утверждение особенно актуально для квартир с высокой стоимостью. Покупатели таких квартир помимо основных требований к площади, количеству комнат, типу дома и т.д. предъявляют дополнительные требования. К ним можно отнести близость культурно-спортивных объектов, торговых центров, отдаленность транспортных магистралей, особенности отделки помещений и т.п. В таком случае две квартиры, сходные по основным параметрам, могут значительно различаться в стоимости при наличии у одной из них некоторого особенного признака, не имеющего значительного веса на фоне общих статистических данных.

Все вышесказанное говорит о необходимости при построении модели учитывать не только математический аспект, но и руководствоваться экономической стороной и заданной целью каждого конкретного исследования.

Использованные источники

1. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. –СПб.: BHV – Санкт-Петербург, 1997 – 384 с.
2. Эконометрика. Учеб. пособие / С.А. Бородич – 2-е изд., испр.– Мн.: Новое знание, 2004.– 416 с.