

П. П. ГАЛЕНКО

## К ВОПРОСУ ТЕОРИИ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ МЕТАЛЛОВ

Согласно обобщенному закону Гука, между компонентами тензора напряжений и тензора деформаций должна иметь место линейная связь.

Эта связь в тензорной форме записывается в следующем виде:  $T_{HD} = 2GT_{\varepsilon D}$ .

где  $G$ —модуль сдвига,  $T_{HD}$ —девиатор тензора напряжений,  $T_{\varepsilon D}$ —девиатор тензора деформаций.

Однако, как показывает опыт, этот закон применим только в первом приближении. Точные физические методы исследования—рентгеновский, магнитный, оптический и другие—дают возможность наблюдать отклонения от закона Гука уже с самого начала нагружения образца.

Частично эти отклонения обусловлены тем, что энергия взаимодействия между атомами в решетке металлов (при ее разложении в ряд по компонентам тензора деформации) содержит не только квадратичные члены, но и члены более высоких порядков.

Кроме того, в ферромагнитных металлах имеются дополнительные отступления, обусловленные эффектом механострикции в результате периориентации доменов под действием упругих напряжений.

Однако главную роль в отступлениях от закона Гука играют пластические деформации, обусловленные необратимыми смещениями в отдельных кристаллитах (например, сдвиги, двойникование, дислокации и др.).

Вопрос о характере отступления от закона Гука имеет исключительно важное значение в математической теории пластичности.

Отступления при знакопеременных деформациях вместо ожидаемой гуковской прямой дают петлю гистерезиса. Физический смысл ее состоит в следующем. При действии знако-

переменных напряжений в металле возникают потери на гистерезис частично за счет перехода работы внешних сил в теплоту, а частично на повышение внутренней потенциальной энергии металла. Эти потери обусловлены наличием необратимых процессов деформации при знакопеременном нагружении металла и определяются площадью петли гистерезиса. Величина площади петли характеризует собой ту энергию, которая поглощается металлом в необратимой форме за один цикл знакопеременного нагружения.

Способность металлов поглощать энергию в необратимой форме при воздействии циклически повторяющихся одно-сторонних или знакопеременных напряжений называется циклической вязкостью металлов.

Циклическая вязкость металла, так же как и предел усталости, характеризует циклическую прочность металла, его способность сопротивляться повторным знакопеременным нагрузкам. Многими авторами отмечается, что при статических испытаниях характеристикой пластичности является удлинение и сжатие поперечного сечения при разрыве. При знакопеременной деформации такую же роль должна играть циклическая вязкость металла.

Эта характеристика имеет практическое значение для машиностроителей при выборе металлов для конструкций деталей, подвергающихся знакопеременным напряжениям.

Работами И. А. Одингга и других авторов было установлено, что металл, обладающий высоким значением циклической вязкости, способен гасить колебания, возникающие при резонансных явлениях, и, кроме того, «срезать» пики напряжений, которые получаются из-за концентраторов, созданных в изделиях. Поэтому из двух металлов, обладающих одинаковыми пределами усталости, для машиностроения наибольшую ценность представляет тот металл, который имеет большую величину циклической вязкости.

При наличии концентраторов напряжений в изделии возникает значительная неоднородность в распределении напряжений по его сечению и добавочное напряжение. Такая неоднородность в распределении напряжений может привести к преждевременной аварии деталей машины, работающих в условиях знакопеременного нагружения.

Опасность появления концентратора напряжений будет меньше для того металла, который обладает большей величиной циклической вязкости. Так как циклическая вязкость характеризует собой ту пластическую деформацию, которую металл способен воспринимать большое число раз под воздействием знакопеременных напряжений, то эта пластическая деформация видоизменяет характер распределения напряжений в металле при наличии концентраторов, создавая более однородное напряженное состояние.

Исследование циклической вязкости имеет значение не только с чисто практической точки зрения, но также представляет большой интерес с точки зрения теории в связи с проблемой усталости металлов.

Экспериментальные исследования изменения циклической вязкости металлов с увеличением числа циклов, проведенные Одингом и другими авторами [1, 2, 3], показывают, что все металлы можно разделить на две группы.

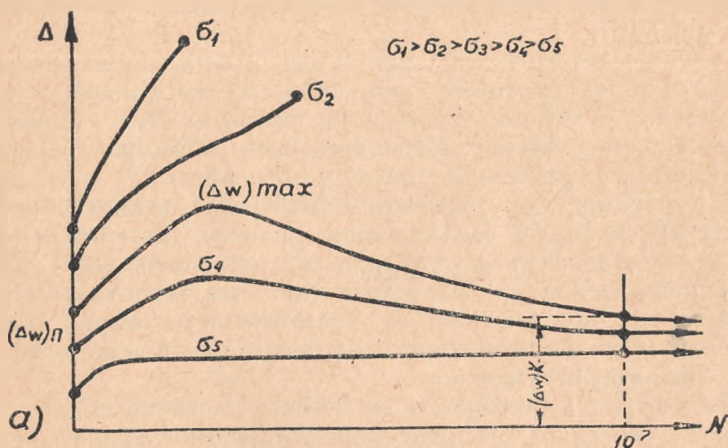


Рис. 1а

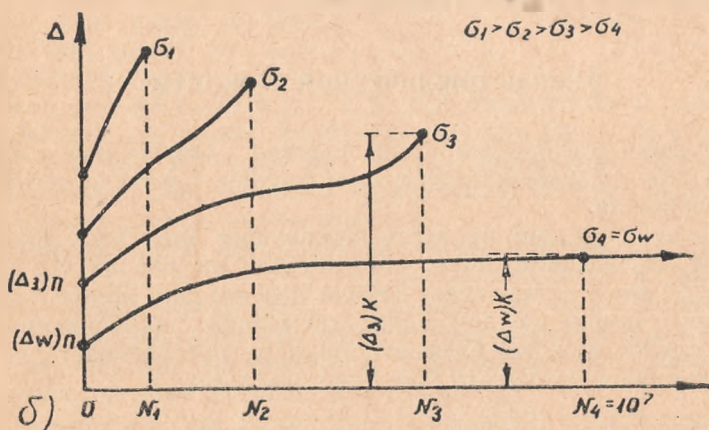


Рис. 1б

Изменение циклической вязкости в процессе нарастания числа циклов.

К первой группе относятся те, для которых циклическая вязкость с числом циклов только возрастает до разрушения, а при напряжении, равном пределу усталости, вначале испытывает незначительное возрастание, а с последующим возрастанием числа циклов становится постоянной (см. рис. 1б).

Ко второй группе относятся металлы, для которых циклическая вязкость с нарастанием числа циклов в начальный момент, как и для первой группы, растет, с последующим же увеличением числа циклов циклическая вязкость падает, и, наконец, с дальнейшим увеличением числа циклов циклическая вязкость, измеряемая шириной петли, не меняется (см. рис. 1а).

Явление устойчивости ширины петли гистерезиса, а также экстремальное значение наблюдается на ранней стадии испытания, т. е. при количестве циклов  $N_1 \ll N$  общего числа циклов, которое необходимо дать образцу при обычном методе определения предела усталости.

До сих пор при изучении циклической вязкости оценка последней давалась только шириной петли гистерезиса, а не самой площадью петли. На наш взгляд, это является большим недостатком исследований, так как ширина петли не может быть полной оценкой той энергии, которая поглощается металлом в необратимой форме за один цикл знакопеременного нагружения.

Несмотря на большое практическое значение циклической вязкости металлов, исследований экспериментального характера и теоретических проведено очень мало.

При экспериментальном исследовании циклической вязкости необходима тонкая методика исследования, так как последняя при амплитудах, близких к пределу усталости, обладает небольшими значениями.

## ТЕОРИЯ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ\*

Явление гистерезиса пластической деформации имеет место при знакопеременном растяжении—сжатии, изгибе и закручивании.

Поскольку сдвиг является важнейшим элементом пластической деформации, целесообразно для выявления его роли в чистом виде рассмотреть случай деформации полого тонкостенного цилиндра при знакопеременном закручивании. В этом случае каждый элемент цилиндра претерпевает деформацию сдвига (упругого или пластического).

---

\* Основы теории даны в работе: Н. С. Акулов, П. П. Галенко. ДАН СССР, т. 103, № 3 (1955).

При знакопеременном закручивании металлического цилиндра возникают знакопеременные деформации, приводящие к образованию петли гистерезиса (рис. 2).

Площадь получаемой петли гистерезиса дает количество тепла, выделенного за «квазицикл», которое определяется соотношением:

$$S = \oint \varphi dM,$$

где  $S$ —площадь петли гистерезиса,  $\varphi$ —угол закручивания, а  $M$ —момент пары сил.

Явление гистерезиса при знакопеременной деформации можно объяснить из анализа микропроцессов, протекающих в отдельных элементах образца.

В силу того, что при пластической деформации объем тела практически не меняется, важнейшим элементом ее является сдвиг отдельных частей кристалла по отношению к другим. Так как такие сдвиги не могут идти равномерно в различных частях кристалла, удобно ввести понятие о «блоках», т. е. таких элементах или частях кристалла, которые при пластической деформации ведут себя как элементарные единицы, смещаясь как целое. Разбиение на эти блоки в известной мере условно, ибо один блок всегда можно представить как два и более, смещающихся параллельно. Поэтому в расчетах их можно считать равновеликими.

Рассматривая поликристаллическое твердое тело, состоящее из ряда кристаллов, каждый кристаллит, в свою очередь, можно представить состоящим из этих блоков. При упругой деформации обратимо меняется форма блоков, в то время как при пластической деформации они необратимо смещаются относительно друг друга.

Возможны два типа таких смещений: необратимый поворот блока как целого и необратимый сдвиг двух блоков друг относительно друга.

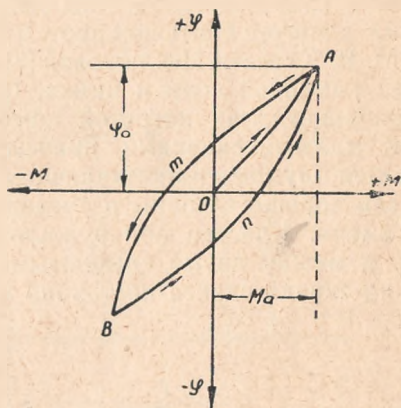


Рис. 2

Петля гистерезиса пластической деформации при знакопеременном закручивании.

Как первый, так и другой тип необратимого смещения блоков ведет к повороту линии АВ, соединяющей крайние точки блока (в первом случае), или в двух блоках (во втором случае) (см. рис. 3).

Опыты Акулова и Раевского [4] показывают, что подобного рода необратимые деформации в кристалле протекают скачкообразно при достижении некоторого критического момента пары сил  $M_0$ .

Такое явление можно сопоставить с известным явлением скачка Баркгаузена в ферромагнетизме. Наглядным доказательством скачкообразных микродеформаций является характерный шум при деформировании олова, цинка и других металлов. В этом случае такие скачки вызывают звуковые колебания в металле. Скачкообразный характер необратимых сдвигов подтверждают опыты академика А. Ф. Иоффе и М. В. Классен-Неклюдовой [5], проведенные на монокристаллах каменной соли и цинка. Они обнаружили, что сдвиги в монокристаллах нагретой каменной соли и цинка происходят малыми скачками, причем каждый из них сопровождается шумом, напоминающим тиканье часов. Эти звуки были хорошо слышны и следовали через равные промежутки времени. Классен обнаружила также, что промежутки времени между двумя слышимыми звуками постоянны, а величина скачка сдвига постоянна в пределах 10%.

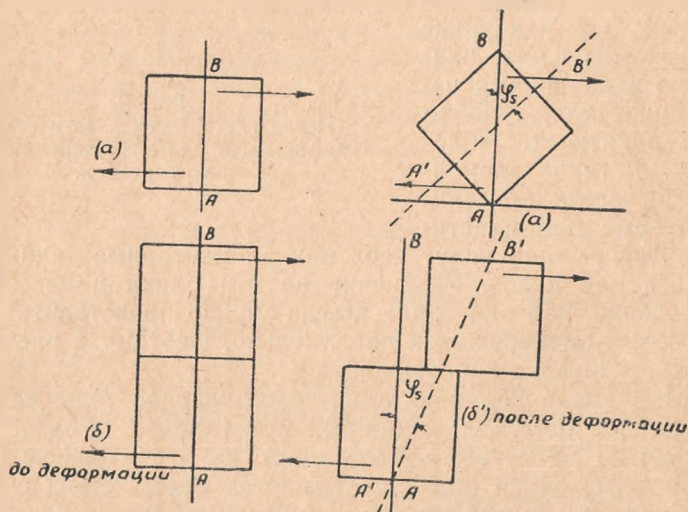


Рис. 3  
Схема микродеформаций в блоках.

Откладывая по оси абсцисс величины прикладываемых моментов  $M$ , а по оси ординат—величину угла закручивания металлического стержня  $\varphi$ , обусловленного единичным скачком блока, мы получим элементарную петлю гистерезиса за полный цикл, представленную на рис. 4.

Необратимый скачкообразный сдвиг или скачок блока наступает тогда, когда момент пары внешних сил  $M$  становится больше или же по крайней мере равным моменту внутренних сил, действующих на данный блок.

Эти внутренние силы состоят из двух слагаемых: из внутренних упругих, обуславливающих момент  $M_0$  и силы сцепления между двумя блоками, обуславливающей момент сил  $M_0$ . Момент, обусловленный силами сцепления, назовем задерживающим моментом.

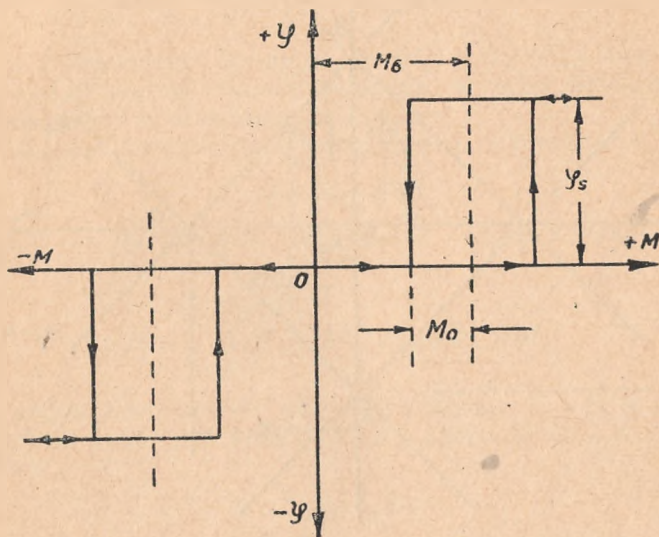


Рис. 4  
Элементарная петля гистерезиса.

Условия критического состояния, при которых наступает «скачок блока» при возрастании или убывании внешнего момента  $M$ , можно записать в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} |M| \geq |M_0| + |M_0| \text{ при возрастании } M \\ |M| \leq |M_0| - |M_0| \text{ при убывании } M \end{array} \right. \quad (1)$$

Рассмотрим фазовую плоскость  $(M_0, M_0)$  рис. 5, на которой каждый блок или пара блоков изображается точкой  $P$  с координатами  $(M_0, M_0)$ .

Таким образом, в такой модели каждый блок будет характеризоваться своими значениями:  $M_0$ —задерживающим моментом, обусловленным силами сцепления между блоками;  $M_B$ —моментом, обусловленным наличием внутренних упругих сил.

Для того, чтобы рассчитать суммарные потери на гистерезис, измеряемые площадью петли гистерезиса, необходимо знать закон распределения элементарных областей по величинам  $M_0$  и  $M_B$ .

Плотность распределения фазовых точек будет зависеть от распределения значений  $M_0$  и  $M_B$  по образцу и определится какой-то функцией распределения  $f(M_0, M_B)$ .

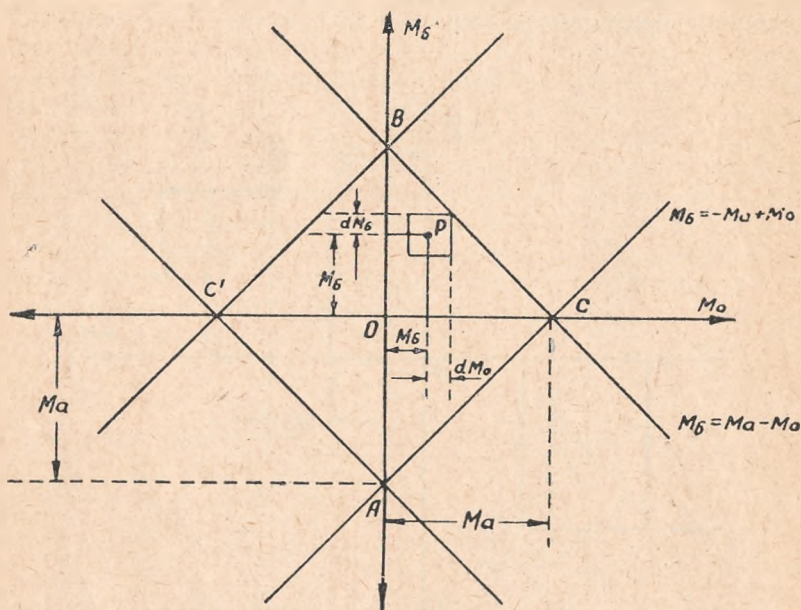


Рис. 5  
Фазовая плоскость.

Зная функцию  $f(M_0, M_B)$  можно определить число блоков  $dz$  в заданном интервале изменения значений  $M_0$  и  $M_B$ , т. е.

$$\begin{aligned} M_0 &\leq M_0' \leq M_0 + dM_0; \\ M_B &\leq M_B' \leq M_B + dM_B; \\ dz &= f(M_0, M_B) dM_0 dM_B. \end{aligned} \quad (2)$$

За полный цикл изменения внешнего момента



$$-M_a \leq M \leq +M_a$$

будут участвовать в необратимых сдвигах только те блоки, которые на фазовой плоскости дадут квадрат, образованный пересечением двух пар параллельных прямых, уравнения которых запишутся в следующем виде:

$$\left. \begin{cases} M_b = M_a - M_o \\ M_b = -M_a - M_o \end{cases} \right\} \text{I} \quad \left. \begin{cases} M_b = M_a + M_o \\ M_b = -M_a + M_o \end{cases} \right\} \text{II} \quad (3)$$

Общее число блоков, необратимо сдвигающихся за полный цикл знакопеременного закручивания, определится двойным интегралом:

$$Z = 4 \int_0^{M_a} \int_0^{M_a - M_o} f(M_o, M_b) dM_o dM_b. \quad (4)$$

Для определения площади петли гистерезиса нужно просуммировать элементарные площади по всем блокам, которые участвуют в необратимых сдвигах.

Площадь элементарной микропетли гистерезиса равна

$$q = 2\varphi_s \cdot M_o. \quad (5)$$

Площадь макропетли гистерезиса соответственно будет равна

$$S = 8\varphi_s \int_0^{M_a} \int_0^{M_a - M_o} M_o f(M_o, M_b) dM_o dM_b. \quad (6)$$

Интегрируя соотношение (6), при условии  $f = f_o$  и  $f_s$  — элементарный сдвиг для всех блоков в среднем один и тот же — получим:

$$S = \frac{4}{3}\varphi_s f_o M_a^3. \quad (7)$$

Опыты, проведенные автором, подтверждают результаты теории при малых амплитудах  $M_a$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Одинг И. А. Структурные признаки усталости металлов как средство установления причин аварий машин, 1949.
2. Одинг И. А. Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая вязкость. Машгиз, 1944.
3. Одинг И. А. Вестник машиностроения № 1, 1948.
4. Акулов Н. и Раевский. Ann. d. Phys. (5) 20, 112, 1934.
5. Классен-Неклюдова М. В. 35, Ж. Р. Ф.-Х. О. 1927, 1928.
6. Акулов Н. С., Галенко П. П., ДАН СССР, т. 103, № 3 (1955).