УДК 621.763:536.2

А. Ф. Петрушеня, магистрант (БГТУ); М. М. Ревяко, профессор (БГТУ)

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ПРОЦЕССЕ ПОЛУЧЕНИЯ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В статье рассмотрен вывод основного уравнения теплопроводности, который в дальнейшем используется для получения математической модели рассматриваемого процесса теплопередачи в слоистом композиционном материале. Рассмотрены некоторые методы численного решения дифференциального уравнения и сделано обоснование использования выбранного метода, для которого приведены основные принципы моделирования. Получено конечное расчетное уравнение, которое использовалось для вычислений на персональном компьютере. Выполнены расчеты времени выдержки для различного количества слоев в композиционном материале. Для сравнения с экспериментальными данными в статье приведены результаты, полученные при помощи хромель-копелевой термопары, предварительно отградуированной в интервале температур получения слоистого композиционного материала. На основании сравнения теоретических и экспериментальных данных сделан вывод о возможности использования данного метода для определения технологического параметра – времени выдержки при получении слоистых композиционных материалов.

The derivation of the basic heat conduction equation which is used further for a derivation of the mathematical model of the heat transfer during considered process in a laminar composite (sandwich-type composite) is considered in the article. Some methods of the numerical calculation of the differential equations are considered and the substantiation of the chosen method using is made. The main principles of modeling with the use of the chosen method are resulted. The final calculated equation which was used for the calculations performance on the personal computer is received. Holding time calculations for various quantities of composite material layers are executed. The results received with the use of chromel-coppel thermocouple, preliminary calibrated in the range of temperatures of the laminar composite production are resulted in article for comparison with experimental data. The conclusion is drawn on possibility of the use of the given method for definition of technological parameter (holding time during the production of laminar composite) on the basis of comparison of theoretical and experimental data.

Введение. Наряду со связующим важнейшим элементом структуры полимерных композиционных материалов (ПКМ) являются наполнители. Функции наполнителя в ПКМ весьма разнообразны – от формирования комплекса механических свойств до придания материалу разнообразных специфических свойств, таких как фрикционные, электрические, магнитные и т. п. Поэтому в качестве наполнителей в ПКМ выступают самые разнообразные вещества и материалы, содержание которых также может меняться в очень широких пределах.

В производстве плоских и крупногабаритных изделий из ПКМ находят применение разнообразные листовые и слоистые наполнители, к числу которых относятся ткани, бумаги, маты, холсты, сетки, пленки, ленты, шпон, фольга и др.

Теплопередача в слоистых композиционных материалах будет рассмотрена на примере получения композиционного материала на основе термопластичного связующего и слоистого наполнителя – древесного шпона.

Свойства ПКМ зависят не только от свойств армирующего наполнителя и полимерной матрицы, но и от процессов, происходящих на границе раздела матрица – наполнитель. Говоря о процессах, происходящих на границе раздела, прежде всего, имеют в виду смачивание и адгезию. В процессе смачивания формируется поверхность раздела между жидкостью и твердым телом. Смачивание наполнителя связующим – необходимый этап изготовления любого композиционного материала. Процесс смачивания начинается по достижении определенной температуры в слоях композиционного материала, когда пленочный термопласт переходит в вязкотекучее состояние и начинает смачивать древесину и проникать под действием давления в ее пористую структуру.

Таким образом, теплообмен имеет определяющее значение в процессе получения слоистого композиционного материала и оказывает значительное влияние на время выдержки под давлением и производственный цикл [1].

Основная часть. Теплообмен между телами может протекать самопроизвольно или с затратой механической работы. Тепло передается без затраты работы извне только от тел с более высокой температурой к телам с более низкой температурой. Это положение является основным для осуществления передачи тепла, т. к., согласно второму закону термодинамики, переход тепла от тела с низкой температурой к телу, обладающему более высокой температурой, без затраты механической энергии невозможен.

В технологических процессах требуется или как можно лучшая теплопередача или, наоборот, как можно лучшее предохранение тел от теплообмена. К первому случаю относится передача тепла в нагревательных и холодильных устройствах, а ко второму – защита от потерь тепла или изоляция для предотвращения термического воздействия.

Переход тепла из одной части пространства в другую может происходить действием теплопроводности, излучением и конвекцией.

Теплопроводность возможна в условиях тесного соприкосновения между отдельными частицами тела и заключается в том, что тепловая энергия распространяется внутри тела от одной частицы к другой, соседней, находящейся в непосредственной близости, вследствие их колебательного движения. Частицы более нагретой части тела, сталкиваясь при колебательном движении с соседними частицами, сообщают им часть своей кинетической энергии, и таким образом тепловая энергия распространяется по всему телу. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока не наступит полное равенство температуры во всем теле.

Необходимым условием распространения тепла является неравенство температур в различных точках данного тела или пространства. Поэтому величина теплового потока, возникающего в теле вследствие теплопроводности, зависит от распределения температур в теле, или характера температурного поля (под температурным полем понимают совокупность мгновенных значений температур в рассматриваемом теле или пространстве).

Температура в какой-нибудь точке тела является функцией положения этой точки и времени.

Предел отношения разности температур Δt двух близких изотермических поверхностей с температурами t и $t + \Delta t$ к расстоянию по нормали Δn между ними называется температурным градиентом.

Температурный градиент, численно равный изменению температуры на единице длины нормали к изотермической поверхности, является мерой интенсивности изменения температуры в данной точке.

Тепловой поток в теле наблюдается только тогда, когда температурный градиент во всех точках тела не равен нулю; направление потока всегда совпадает с направлением падения температуры в данной точке.

Величина теплового потока Q, возникающего в теле вследствие теплопроводности при некоторой разности температур в отдельных точках тела, определяется по эмпирическому закону Фурье [2].

Согласно этому закону, элементарное количество тепла dQ, проходящее через элемент изотермической поверхности dF за промежуток времени $d\tau$, пропорционально температурному градиенту, величине поверхности и времени, т. е.

$$dQ = -\lambda \frac{dt}{dn} dF d\tau, \quad (1)$$

где Q – количество теплоты; λ – коэффициент пропорциональности, который называют коэффициентом теплопроводности; dt / dn – градиент температуры; dF – поверхность нормальная к направлению теплового потока; τ – время.

Коэффициент теплопроводности древесины зависит от температуры, влажности, породы (плотности), направления теплового потока и зачастую определяется по эмпирическим зависимостям. В свою очередь коэффициент теплопроводности полимера также зависит от типа полимера и его температуры.

Для вывода дифференциального уравнения теплопроводности выделим в однородном и изотропном теле элементарный параллелепипед объемом dV с ребрами dx, dy, dz (рис. 1) и будем считать, что физические свойства тела – удельный вес (γ), теплоемкость (c) и теплопроводность (λ) – одинаковы в каждой точке параллелепипеда и не изменяются во времени.

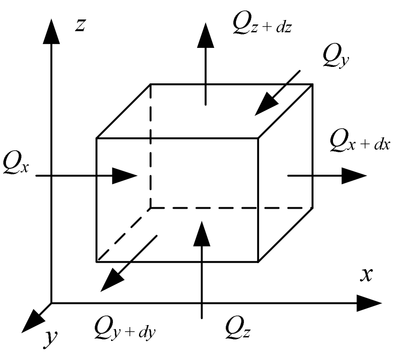

Рис. 1. Тепловой баланс элементарного параллелепипеда

Количество тепла, входящего в параллелепипед через его грани за промежуток времени $d\tau$, определяется уравнениями: по оси x – через грань $dydz$:

$$Q_x = -\lambda \frac{dt}{dx} dydzd\tau, \quad (2)$$

по оси y – через грань $dxdz$:

$$Q_y = -\lambda \frac{dt}{dy} dxdzd\tau, \quad (3)$$

пооси z – через грань $dxdy$:

$$Q_z = -\lambda \frac{dt}{dz} dxdyd\tau. \quad (4)$$

За тот же промежуток времени через противоположные грани из параллелепипеда выйдет тепло в количестве:

по оси x:

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{dt}{dx} dydzd\tau + \left[-\lambda \frac{d}{dx}\left(\frac{dt}{dx}\right) dxdydzd\tau \right], \quad (5)$$

по оси y:

$$Q_{y+dy} = -\lambda \frac{dt}{dy} dxdzd\tau + \left[-\lambda \frac{d}{dy}\left(\frac{dt}{dy}\right) dydxdzd\tau \right], \quad (6)$$

по оси z:

$$Q_{z+dz} = -\lambda \frac{dt}{dz} dxdyd\tau + \left[-\lambda \frac{d}{dz}\left(\frac{dt}{dz}\right) dzdxdyd\tau \right]. \quad (7)$$

Разность между количеством тепла, введенным в параллелепипед за промежуток времени $d\tau$ и вышедшим из него за тот же промежуток времени, определяется равенствами:
по оси x, y и z соответственно:

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{d^2t}{dx^2} dxdydzd\tau, \quad (8)$$

$$dQ_y = Q_y - Q_{y+dy} = \lambda \frac{d^2t}{dy^2} dxdydzd\tau, \quad (9)$$

$$dQ_z = Q_z - Q_{z+dz} = \lambda \frac{d^2t}{dz^2} dxdydzd\tau. \quad (10)$$

Полное приращение тепла в параллелепипеде за промежуток времени $d\tau$:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z. \quad (11)$$

Заменив $dxdydz = dV$,
а также $\left(\frac{d^2t}{dx^2} + \frac{d^2t}{dy^2} + \frac{d^2t}{dz^2}\right) = \nabla^2 t$, получим

$$dQ = \lambda \nabla^2 t dV d\tau. \quad (12)$$

По закону сохранения энергии приращение количества тепла в параллелепипеде должно равняться количеству тепла, расходуемому на изменение теплосодержания рассматриваемого параллелепипеда, т. е.

$$dQ = c\gamma dV \frac{dt}{d\tau} d\tau, \quad (13)$$

где $\frac{dt}{d\tau} d\tau$ – изменение температуры параллелепипеда за промежуток времени $d\tau$.

Введя обозначение $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$, приравняв и сократив, получим:

$$\frac{dt}{d\tau} = a \nabla^2 t. \quad (14)$$

Полученное выражение (14) является дифференциальным уравнением теплопроводности в неподвижной среде, или уравнением Фурье. Оно позволяет определить распределение температур в любой точке тела, через которое проходит тепло вследствие теплопроводности [3].

Коэффициент пропорциональности a в уравнении Фурье носит название коэффициента температуропроводности. Коэффициент температуропроводности является физической величиной и характеризует собой теплоинерционные свойства тел. При прочих равных условиях быстрее нагреется или охладится то тело, которое обладает большим коэффициентом температуропроводности.

Решение уравнения теплопроводности для многослойной стенки в нестационарных условиях в аналитической форме при наличии граничных условий требует сложной методики интегрирования. Результаты интегрирования можно представить в форме, удобной для решения практических задач, в виде функций от аргументов являющихся безразмерными комплексами, называемых также критериями подобия, в частности Нуссельта (al / λ) и Фурье ($a\tau / l^2$) [2].

Для получения решения этого уравнения удобней использовать численные методы. Преимущество численных методов заключается в том, что они применимы не только к простейшим случаям теплопередачи через простые геометрические формы, для которых используются граничные условия, налагающие существенные ограничения. Более того, их применение в настоящее время не вызывает серьезных препятствий, т. к. в большинстве случаев они реализованы в форме относительно несложных компьютерных программ, пригодных для использования на недорогих персональных компьютерах.

При использовании численных методов решения уравнения теплопроводности получение решения в аналитической форме (то есть нахождение функции, удовлетворяющей системе дифференциальных уравнений во всей области определения) больше не является основной целью. Вместо этого проводится расчет значений функции в дискретных точках или ее аппроксимация на отдельных участках. Чем более мелким является разбиение, тем точнее получаемый результат.

Среди численных методов, используемых в настоящее время в технических приложениях, наиболее важными являются метод конечных разностей (МКР) и метод конечных элементов (МКЭ).

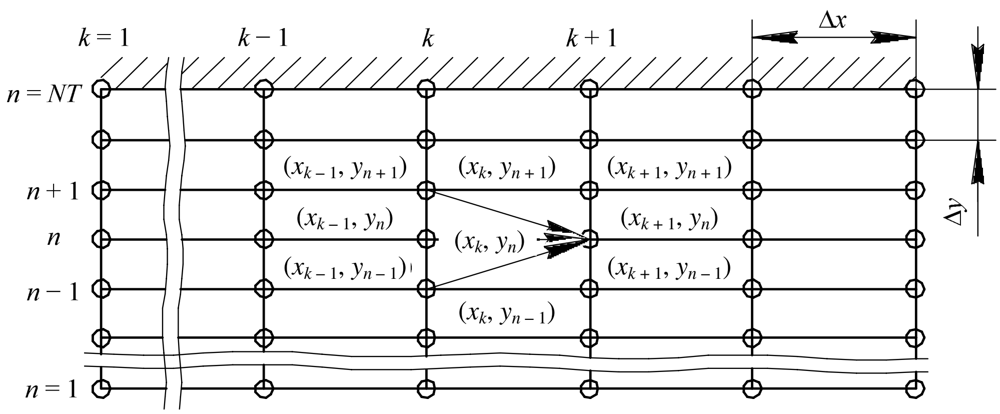

Рис. 2. Сетка для метода конечных разностей

Сравнительный анализ аналитических и численных методов позволяет сделать следующие выводы: методы, более требовательные к аппаратным средствам и квалификации пользователя, дают преимущества только в том случае, если более простые методы не позволяют добиться требуемого результата вследствие присущих им ограничений. Если расчетные области имеют правильную форму и позволяют построить разностную сетку, то на первый план выходят преимущества МКР [1].

При использовании МКР рассматриваемая область (сечение композиционного слоистого материала) разбивается на ячейки с помощью сетки (рис. 2).

В простейшем случае сетка состоит из прямоугольных или квадратных ячеек с постоянным шагом между узлами.

Для решения дифференциальных уравнений, описывающих решаемую задачу, они преобразуются в разностные уравнения путем замены производных в точке конечными разностями по границам ячейки. Для этого необходимо расписать в ряд Тейлора две функции:

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\cdot\Delta x + f''(x)\cdot\frac{\Delta x^2}{2} + \ldots \quad (15)$$

$$f(x-\Delta x) = f(x) - f'(x)\cdot\Delta x + f''(x)\cdot\frac{\Delta x^2}{2} - \ldots \quad (16)$$

Отняв от (15) уравнение (16), получим выражение для первой производной через центральную конечную разность:

$$f'(x) = \frac{f\left(x+\Delta x\right) - f\left(x-\Delta x\right)}{2\cdot\Delta x}. \quad (17)$$

Это означает, что касательная в точке $(x, f(x))$ заменяется хордой, проходящей через точки $(x - \Delta x, f(x - \Delta x))$ и $(x + \Delta x, f(x + \Delta x))$. Тангенс угла наклона касательной, который соответствует частной производной, заменяется тангенсом угла наклона секущей, то есть конечно-разностным отношением. Уравнение (17) соответствует так называемой центральной разностной схеме. Такие разностные схемы аппроксимируют производные более точно, чем так называемые граничные схемы – конечно-разностные схемы для передней или задней границы и точки внутри расчетной области (рис. 3).

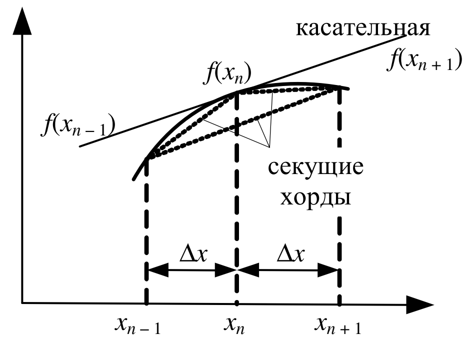

Рис. 3. Различные подходы к реализации разностных схем

Центральная разностная схема может быть построена, только если доступны узлы сетки по обе стороны от текущего (центрального) узла. Если точка сетки x лежит на границе или так близко к ней, что точки сетки по другую ее сторону не существует, то производная аппроксимируется с помощью передней или задней разностных схем (соответственно с шагом вперед или назад). Для нашего расчета воспользуемся разностной схемой с шагом вперед:

$$f'(x) = \frac{f\left(x+\Delta x\right) - f\left(x\right)}{2\cdot\Delta x}. \quad (18)$$

Для определения второй производной к (15) приплюсуем (16):

$$f''(x) = \frac{f\left(x+\Delta x\right) - 2f\left(x\right) + f\left(x-\Delta x\right)}{\Delta x^2}. \quad (19)$$

Тогда можно записать следующие производные:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{t\left(\tau+\Delta\tau, x\right) - t\left(\tau, x\right)}{\Delta\tau}; \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{t(\tau, x+\Delta x) - 2t(\tau, x) + t(\tau, x-\Delta x)}{\Delta x^2}. \quad (21)$$

Приравняв соответствующие части и выразив искомые величины, можно получить конечную расчетную формулу:

$$t(\tau+1, x) = \frac{a \cdot \Delta\tau}{\Delta x^2}\left[t(\tau, x+1) - 2t(\tau, x) + \right. \left. + t(\tau, x-1)\right] + t(\tau, x). \quad (22)$$

Решение уравнения методом конечных разностей представляет собой значения искомой величины в узлах сетки, при этом значения функции в точках сетки $x + 1$ вычисляются явно на основании значений в точках x, и даже $x - 1$, что свидетельствует о реализации явной разностной схемы. Явные методы в основном используются для расчета задач, в которых имеет место временная зависимость.

Преимущество явных разностных методов состоит в том, что вместо системы уравнений требуется решить всего одно уравнение. Таким образом, процедура решения упрощается за счет упрощения техники программирования. Кроме того, явные разностные методы существенно быстрее, чем неявные, в которых необходимо решать системы уравнений. Благодаря высокой скорости вычислений и относительно низким требованиям к устройствам для хранения информации явные разностные методы особенно хорошо подходят для реализации на персональных компьютерах.

Начальным условием для расчета приняли начальную температуру собранного пакета слоистого композиционного материала с чередующимися слоями из термопласта и березового шпона, равную 20°С. Граничным условием приняли температуру плит пресса, равную 180°С.

Для расчета приняли также толщину пленки термопласта – 150 мкм, толщину листа шпона – 1,3 мм. Для материалов примем коэффициенты температуропроводности постоянными и равными для древесины – $2,89 \cdot 10^{-8}$ м^2/с и для ПЭВД – $1,9 \cdot 10^{-7}$ м^2/с.

В результате расчета получены данные, представленные в таблице.

Результаты расчета на ЭВМ времени выдержки, мин

Условие окончания расчета	Количество слоев			
	3	5	7	9
Температура в середине 150°С	1,72	4,80	9,44	15,63
Температура в середине 130°С	1,26	3,52	6,92	11,46

Для определения времени прессования требовалось узнать скорость нарастания температуры в серединных слоях адгезива. С этой целью был сконструирован прибор, представляющий собой датчик в виде хромель-копелевой термопары, присоединенный к усилителю.

Для определения соотношения ЭДС – температура была произведена градуировка термопары в термошкафу в диапазоне температур от 30 до 200°С (рис. 4).

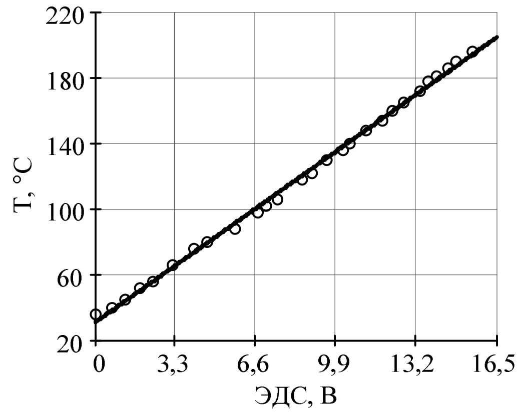

Рис. 4. Градуировка хромель-копелевой термопары

Представим полученные данные в виде графика, изображенного на рис. 5, проведем интерполяцию полученной зависимости. Из графика видно, что зависимость имеет явно выраженный параболический характер, что согласуется с основным уравнением (14), положенным в основу математической модели процесса.

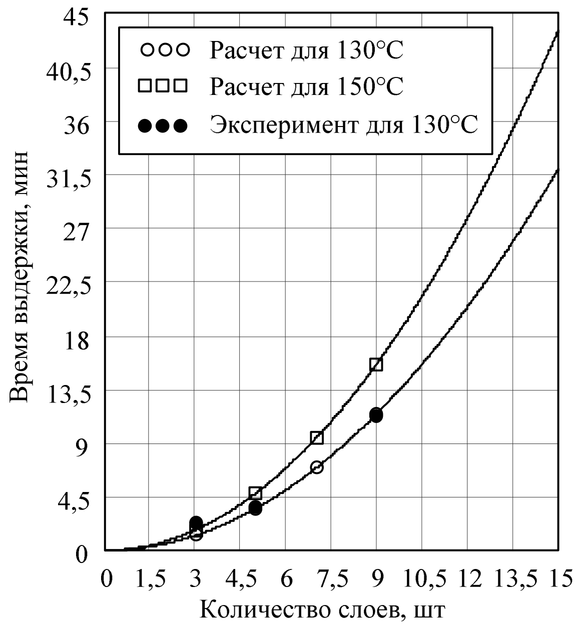

Рис. 5. Теоретическая и экспериментальная зависимость времени выдержки при давлении от слойности пакета композиционного материала

Заключение. Из графика и из расчета видно, что время выдержки под давлением пятислойного пакета слоистого композита на основе пленочного термопласта из полиэтилена высокого давления составляет примерно 5 мин. Сходимость теоретических и экспериментальных результатов свидетельствует о возможности использования данного метода для определения временных параметров технологического процесса получения слоистого композиционного материала.

Литература

1. Полимерные композиционные материалы: структура, свойства, технология: учеб. пособие / М. Л. Кербер [и др.]; под ред. А. А. Берлина. – СПб.: Профессия, 2008. – 560 с.

2. Касаткин, А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учеб. пособие для вузов / А. Г. Касаткин. – 7-е изд. – М.: Госхимиздат, 1988. – 831 с.

3. Лыков, А. В. Тепломассообмен: справочник / А. В. Лыков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1978. – 480 с.

Поступила 26.03.2010