

П. Я. АРТЕМОВ
кандидат техн. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ПОМОЩИ ГРАФИКОВ ФУНКЦИИ ВЛИЯНИЯ

В статье рассматривается случай расчета стержней на стесненное кручение и случай совместного действия на стержень продольной растягивающей силы и поперечных сил.

При расчете тонкостенных стержней на стесненное кручение общее уравнение угла закручивания имеет следующий вид:

$$\Theta = \Theta_0 + \frac{\Theta'_0}{k} Shkx + \frac{B_0}{GJ_k} (1 - Chkx) + \frac{M_0}{kGJ_k} (kx - Shkx) + f(x), \quad (1)$$

где Θ_0 , Θ'_0 , B_0 и M_0 — соответственно — угол закручивания, относительный угол закручивания, бимомент и общий крутящий момент, взятые в начале отсчета;

$k = \sqrt{\frac{GJ_k}{EJ_\omega}}$ — изгибно-крутильная характеристика;

E , G — модули упругости;

J_k и J_ω — крутильный и секториальный моменты инерции;

$f(x)$ — функция влияния силовых и деформационных факторов.

Значение этой функции для некоторых типов загрузки приводится в таблице 1.

Формулы начальных параметров ряда способов закрепления и схем загрузки приводятся в таблице 2.

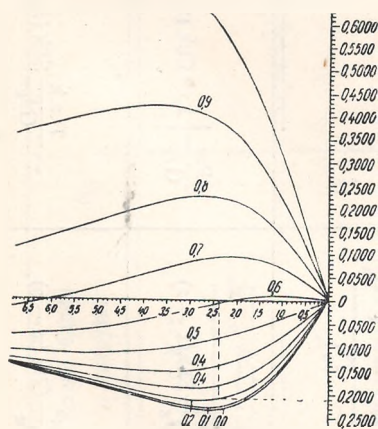
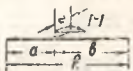
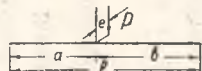



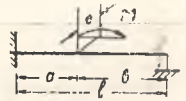
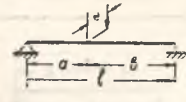
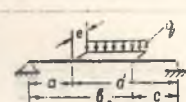
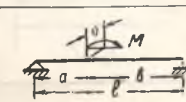
Рис. 1. Функция влияния

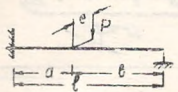
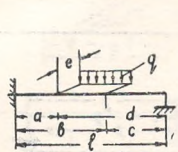
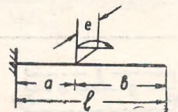
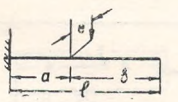
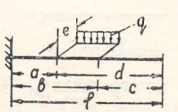
$$\omega_{\Theta'_0} = - \left(\frac{1}{kl} - \frac{ch \alpha kl}{Sh kl} \right).$$

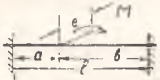
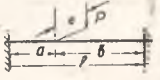
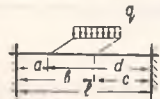
Функции и их производные



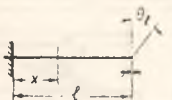

Тип нагрузки

			
$f(x)$	$-\frac{Me}{GJ_k} \left[1 - \text{Chk}(x-a) \right]$	$\frac{P.e}{kGJ_k} \left[k(x-a) - \text{Shk}(x-a) \right]$	<p>Второй участок</p> $\frac{m}{k^2GJ_k} \left[\frac{k^2(x-a)^2}{2} - \text{Chk}(x-a) + 1 \right]$ <p>Третий участок</p> $\frac{m}{k^2GJ_k} \left[\frac{k^2(x-a)^2}{2} - \text{Chk}(x-a) - \frac{k^2(x-b)^2}{2} + \text{Chk}(x-b) \right]$
$f'(x)$	$\frac{Mek}{GJ_k} \text{Shk}(x-a)$	$\frac{P.e}{GJ_k} \left[1 - \text{Chk}(x-a) \right]$	<p>Третий участок</p> $\frac{m}{kGJ_k} \left[k(b-a) - \text{Shk}(x-a) + \text{Shk}(x-b) \right]$
$f''(x)$	$\frac{Mek^2}{GJ_k} \text{Chk}(x-a)$	$-\frac{P.e.k}{GJ_k} \text{Shk}(x-a)$	<p>Третий участок</p> $\frac{m}{GJ_k} \left[\text{Chk}(x-b) - \text{Chk}(x-a) \right]$

№№ п/п	Схема балки и нагрузки	θ_0	θ'_0	B_0	M_0
1		0		0	$\frac{Me}{l}$
2		0		0	$-a Pe$
3		0		0	$-\frac{ml}{2} (x^2 - a_1^2)$
		θ_0	θ'_0	B_0	M_0
4		0	0	$-Me \frac{klChakl - Shkl}{Shkl - klChkl}$	$-Mek \frac{Chkl - Chakl}{Shkl - klChkl}$

5		0	0	$- Pe l \cdot \frac{\alpha \text{Sh}kl - \text{Sh}\alpha kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl}$	$Pe \frac{\alpha kl\text{Ch}kl - \text{Sh}\alpha kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl}$
6		0	0	$- \frac{ml}{k} \left[\frac{\alpha^2 kl}{2} \frac{\text{Sh}kl - \text{Ch}\alpha kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl} - \frac{\alpha_1^2 kl}{2} \frac{\text{Sh}kl - \text{Ch}\alpha_1 kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl} \right] = - \frac{ml}{k} (\omega - \omega_1)$	$- \frac{m}{k} \left[\frac{\alpha^2 k^2 l^2}{2} \frac{\text{Ch}kl - \text{Ch}\alpha kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl} - \frac{\alpha_1^2 k^2 l^2}{2} \frac{\text{Ch}kl - \text{Ch}\alpha_1 kl}{\text{Sh}kl - kl\text{Ch}kl} \right] = - \frac{m}{k} (\omega - \omega_1)$
7		0	0	$- Me \frac{\text{Ch}\alpha kl}{\text{Ch}kl}$	0
8		0	0	$\frac{Pe}{k} \left(\text{th}kl - \frac{\text{Sh}\alpha kl}{\text{Ch}kl} \right)$	- P.e
9		0	0	$\frac{m}{k^2} \left[\left(\alpha kl\text{th}kl - \frac{\text{Ch}\alpha kl}{\text{Ch}kl} \right) - \left(\alpha_1 kl\text{th}kl - \frac{\text{Ch}\alpha_1 kl}{\text{Ch}kl} \right) \right] = \frac{m}{k^2} (\omega - \omega_1)$	- m(d - c)

	θ_0 θ'_0	B_0	M_0
10		$M \cdot e \frac{(1 - \text{Ch}\alpha kl)(1 - \text{Ch}kl) + \text{Sh}\alpha kl(kl - \text{Sh}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	$M \cdot e \cdot k \frac{\text{Sh}kl(1 - \text{Ch}\alpha kl) - \text{Sh}\alpha kl(1 - \text{Ch}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$
11		$\frac{P \cdot e (\alpha kl - \text{Sh}\alpha kl)(1 - \text{Ch}kl) - (1 - \text{Ch}\alpha kl)(kl - \text{Sh}kl)}{k \cdot 2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	$P \cdot e \frac{(\alpha kl - \text{Sh}\alpha kl) \text{Sh}kl + (1 - \text{Ch}\alpha kl)(1 - \text{Ch}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$
12		$-\frac{m}{k^2} (\omega - \omega_1)$	$-\frac{m}{k} (\omega'^2 - \omega_1')$
		$\omega = \frac{\frac{k^2 \alpha^2 l^2}{2} - \text{Ch}\alpha kl(1 - \text{Ch}kl) - (\alpha kl - \text{Sh}\alpha kl)(kl - \text{Sh}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	
		$\omega_1 = \frac{\frac{k^2 \alpha_1^2 l^2}{2} - \text{Ch}\alpha_1 kl(1 - \text{Ch}kl) - (\alpha_1 kl - \text{Sh}\alpha_1 kl)(kl - \text{Sh}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	
		$\omega' = \frac{\frac{k^2 \alpha^2 l^2}{2} - \text{Ch}\alpha kl \text{Sh}kl + (\alpha kl - \text{Sh}\alpha kl)(1 - \text{Ch}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	
		$\omega_1' = \frac{\frac{k^2 \alpha_1^2 l^2}{2} - \text{Ch}\alpha_1 kl \text{Sh}kl + (\alpha_1 kl - \text{Sh}\alpha_1 kl)(1 - \text{Ch}kl)}{2(1 - \text{Ch}kl) + kl\text{Sh}kl}$	

		θ_0	θ'_0	B_0	M_0
13		0	$\frac{\theta_1}{l}$	0	$\frac{GJ_k}{l} \theta_1$
14		0	0	$-\frac{\theta_1 GJ_k \operatorname{th} \frac{kl}{2}}{kl - 2\operatorname{th} \frac{kl}{2}}$	$\frac{k\theta_1 GJ_k}{kl - 2\operatorname{th} \frac{kl}{2}}$
15		0	0	$-\frac{\theta_1 GJ_k \operatorname{Sh} kl}{kl \operatorname{Ch} kl - \operatorname{Sh} kl}$	$\frac{GJ_k \theta_1 k \operatorname{Ch} kl}{kl \operatorname{Ch} kl - \operatorname{Sh} kl}$
16		θ_0	0	$\frac{\theta_0 GJ_k \operatorname{Sh} kl}{kl \operatorname{Ch} kl - \operatorname{Sh} kl}$	$-\frac{\theta_0 k GJ_k \operatorname{Ch} kl}{kl \operatorname{Ch} kl - \operatorname{Sh} kl}$

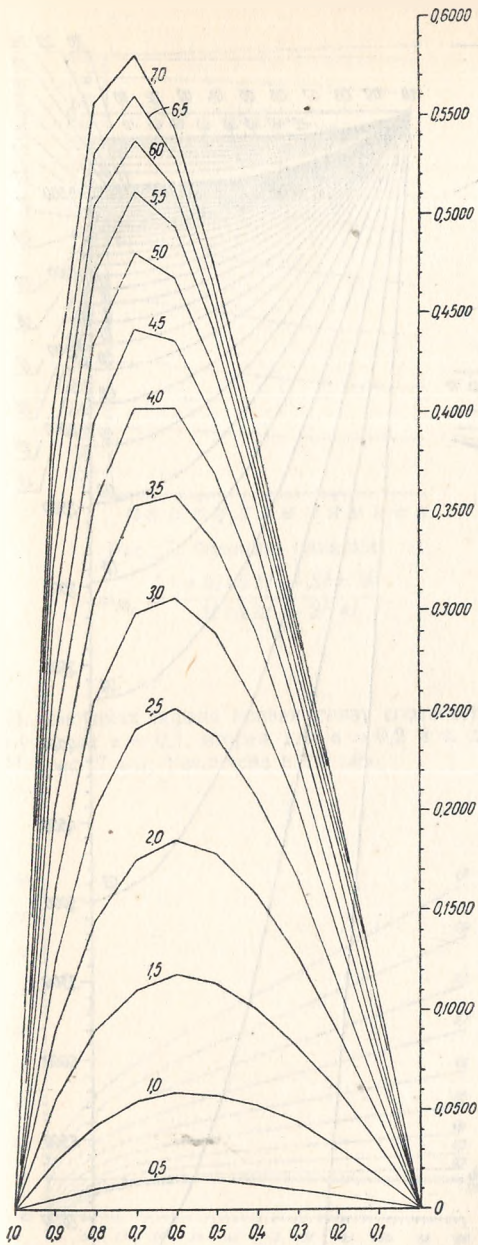


Рис. 2. Функция влияния

$$\omega_{\theta'} = \alpha \frac{Sh \alpha kl}{Sh kl}$$

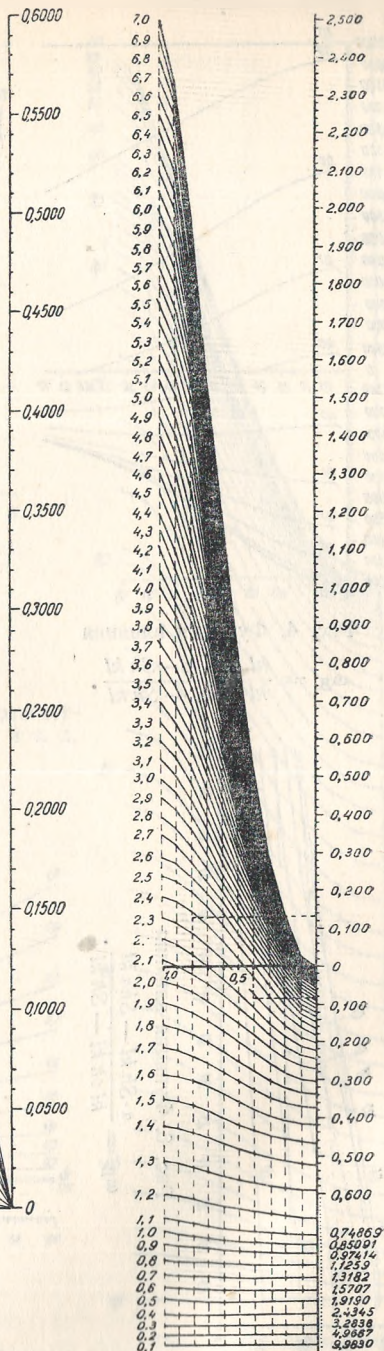


Рис. 3. Функция влияния

$$\omega_{\theta'_0} = \frac{\alpha^2 kl}{2} \frac{ch \alpha kl}{Sh kl}$$

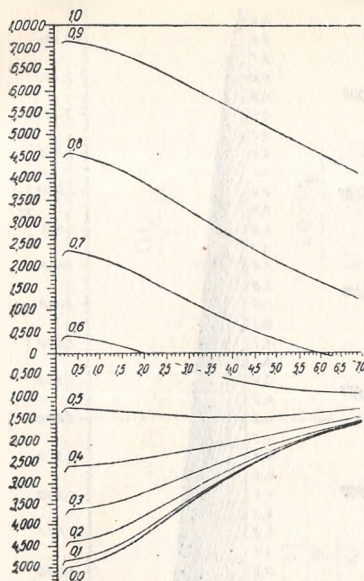


Рис. 4. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = \frac{kl \operatorname{ch} a kl - \operatorname{Sh} kl}{kl \operatorname{ch} kl - \operatorname{Sh} kl}.$$

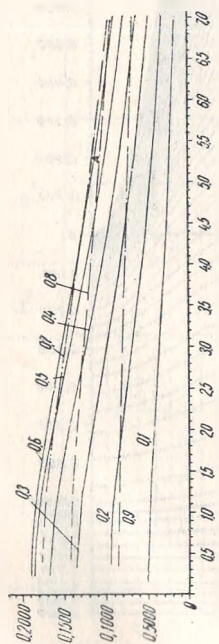


Рис. 6. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = \frac{a \cdot \operatorname{Sh} kl - \operatorname{Sh} a kl}{kl \operatorname{ch} kl - \operatorname{Sh} kl}.$$

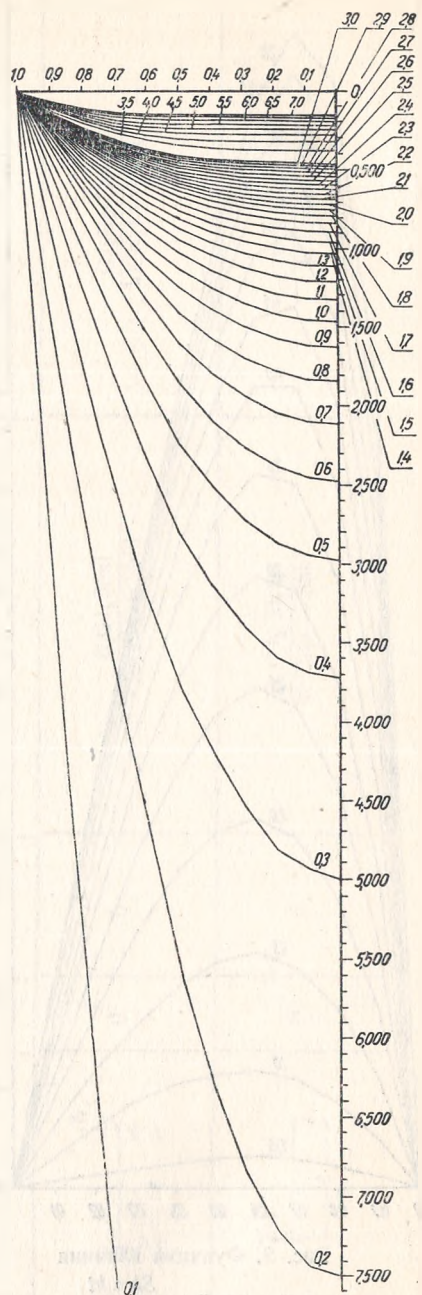


Рис. 5. Функция влияния

$$\omega_{M_0} = \frac{\operatorname{ch} kl - \operatorname{ch} a kl}{kl \operatorname{ch} kl - \operatorname{Sh} kl}.$$

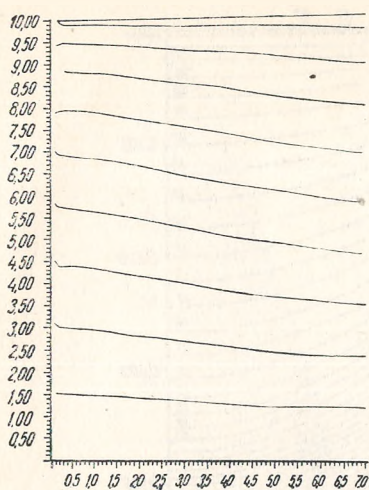


Рис. 7. Функция влияния

$$\omega_{M_0} = \frac{\alpha kl ch kl - Sh \alpha kl}{kl ch kl - Sh kl}$$

На рисунках первая кривая снизу соответствует для $\alpha = 0,1$, вторая для $\alpha = 0,2$ и т. д. На рис. 7 ω_{M_0} увеличена в 10 раз.

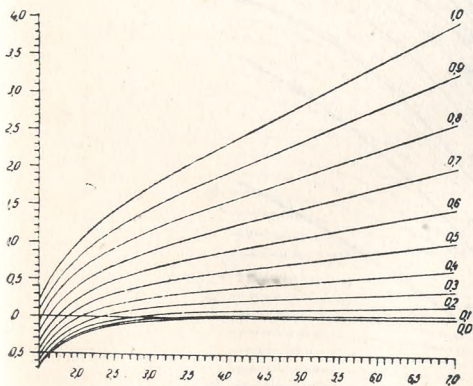


Рис. 9. Функция влияния

$$\omega_{M_0} = \frac{\frac{\alpha^2 (kl)^2}{2} ch kl - ch \alpha kl}{kl ch kl - Sh kl}$$

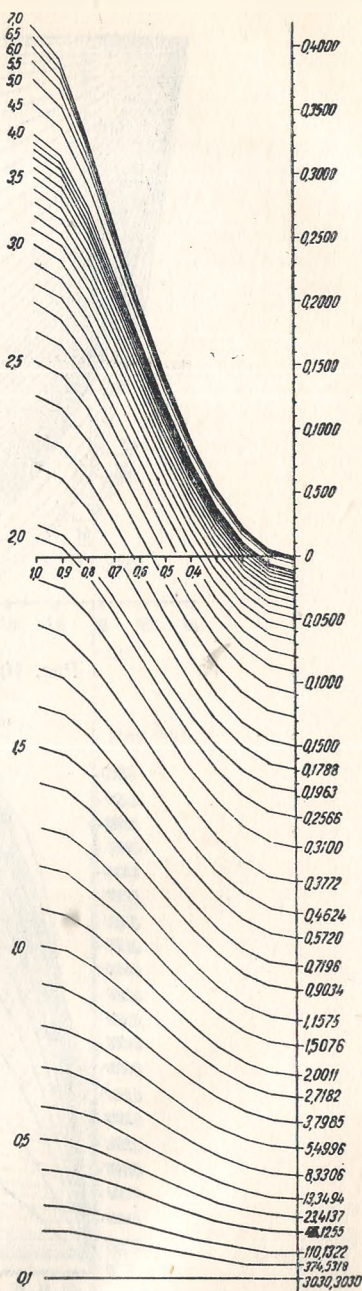


Рис. 8. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = \frac{\frac{\alpha^2 kl}{2} Sh kl - ch \alpha kl}{kl ch kl - Sh kl}$$

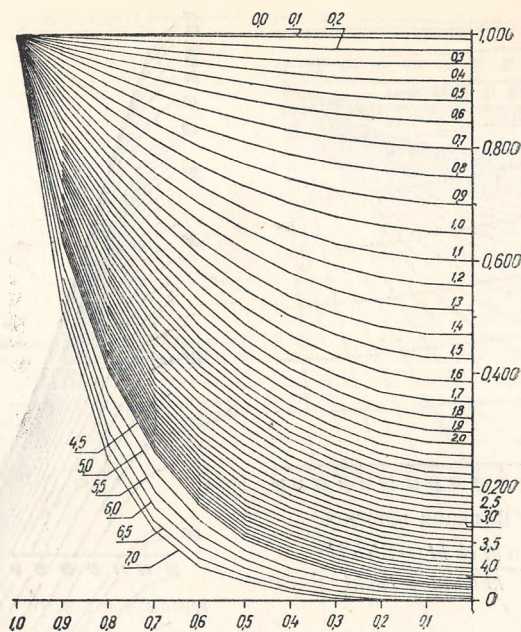


Рис. 10. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = \frac{ch \alpha kl}{ch kl}$$

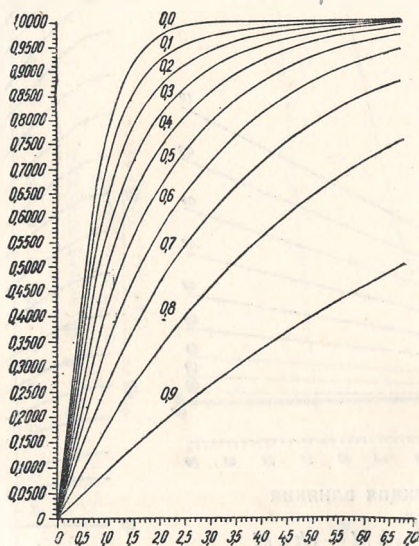


Рис. 11. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = th kl - \frac{Sh \alpha kl}{ch kl}$$

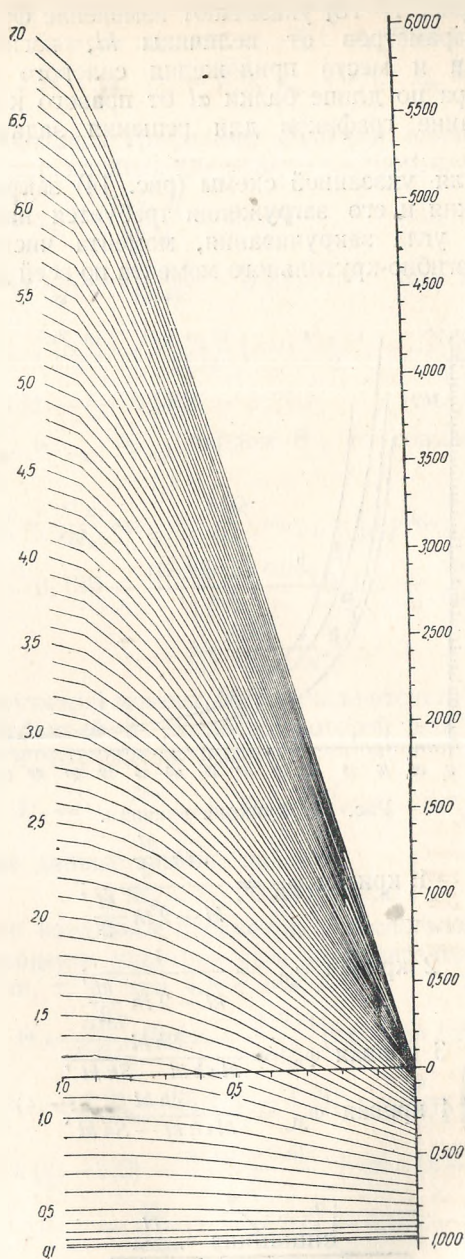


Рис. 12. Функция влияния

$$\omega_{B_0} = \alpha kl th kl - \frac{ch a kl}{ch kl}.$$

Графики (рис. 1—13) указывают изменение функций влияния начальных параметров от величины kl , изгибно-крутильной характеристики и места приложения силового или геометрического фактора по длине балки al от правого конца балки.

Использование графиков для решения задач покажем на примере.

Пример. Для указанной схемы (рис. 14) закрепления тонкостенного стержня и его загрузки требуется написать уравнения: упругого угла закручивания, момента чистого кручения, бимоента и изгибно-крутильного момента по всей длине стержня,

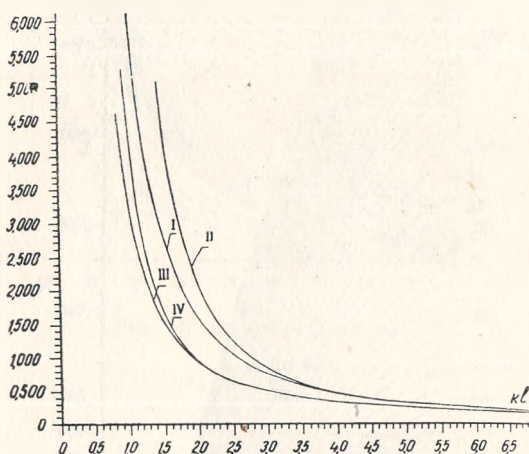


Рис. 13. Функция влияния.

$$1 \text{ кривая } \omega_{B_0} = \frac{th \frac{kl}{2}}{kl - 2 th \frac{kl}{2}};$$

$$2 \text{ кривая } \omega_{M_0} = \frac{1}{kl - 2 th \frac{kl}{2}};$$

$$3 \text{ кривая } \omega_{B_0} = \frac{Sh kl}{kl ch kl - Sh kl};$$

$$4 \text{ кривая } \omega_{M_0} = \frac{ch kl}{kl ch kl - Sh kl}.$$

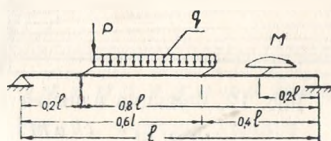


Рис. 14.

предполагая известными геометрические характеристики сечения, $k = 0,004 \frac{1}{\text{см}}$. Данные задачи: $e = 0,1 \text{ м}$, $P = 1 \text{ т}$, $q = 1 \text{ т м}$, $M = 1 \text{ т м}$, $l = 6 \text{ м}$, $\alpha_p = 0,8$, $\alpha_q = 0,8$, $\alpha_{1q} = 0,4$, $\alpha_x = 0,2$, $kl = 2,4$.

Воспользовавшись графиками функции влияния, определим значение функции влияния для нашего частного случая нагружения

$$\omega_{\theta'_{\text{оп}}} = \alpha_p - \frac{Sh \alpha_p kl}{Sh kl} = 0,189 \quad (\text{см. график, рис. 2}).$$

$$\omega_{\theta'_{\text{ом}}} = \frac{1}{kl} - \frac{ch \alpha_m kl}{Sh kl} = 0,212 \quad (\text{см. график, рис. 1}).$$

$$\begin{aligned} \omega_{\theta'_{\text{оq}}} &= \left(\frac{\alpha_q^2 kl}{2} - \frac{ch \alpha_q kl}{Sh kl} \right) - \left(\frac{\alpha_{1q}^2 kl}{2} - \frac{ch \alpha_{1q} kl}{Sh kl} \right) = \\ &= 0,131 - (-0,082) = 0,213 \quad (\text{см. график, рис. 3}). \end{aligned}$$

Зная $\omega_{\theta'_{\text{оп}}}$, $\omega_{\theta'_{\text{ом}}}$, $\omega_{\theta'_{\text{оq}}}$, найдем θ'_0 от совместного действия по формуле:

$$\theta'_0 = \frac{P \cdot e}{GJ_K} \omega_{\theta'_{\text{оп}}} + \frac{Mek}{GJ_K} \omega_{\theta'_{\text{ом}}} + \frac{qe}{kGJ} \omega_{\theta'_{\text{оq}}}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \theta'_0 &= \frac{1000 \cdot 10}{GJ_K} 0,189 - \frac{100000 \cdot 10 \cdot 0,004}{GJ_K} 0,212 + \frac{1000 \cdot 0,1}{0,004 GJ_K} 0,213 = \\ &= \frac{6367}{GJ_K} \frac{1}{\text{см}}. \end{aligned}$$

Общий крутящий момент M_0 в начале отсчета найдем, воспользовавшись таблицей 2, согласно которой для данного случая закрепления и нагружения имеем:

$$M_0 = + \frac{Me}{l} - \alpha_p Pe - \frac{ml}{2} (\alpha_q^2 - \alpha_{1q}^2). \quad (3)$$

Подставив данные задачи, найдем:

$$M_0 = -20733 \text{ кг см.}$$

Определив начальные параметры и воспользовавшись табл. 1, напишем уравнение упругого угла закручивания для четвертого участка балки, т. е. при $4,8 < x \leq l$

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{6367}{k GJ_K} Sh kx - \frac{20733}{k GJ_K} (kx - Sh kx) + \\ &+ \frac{Pe}{k GJ_K} [k(x-1,2) - Sh k(x-1,2)] + \frac{m}{k^2 GJ_K} \left[\frac{k^2(x-1,2)}{2} + \right. \\ &+ \left. ch k(x-1,2) - \frac{k^2(x-3,6)^2}{2} + ch k(x-3,6) \right] - \\ &- \frac{Me}{GJ_K} [1 - ch k(x-4,8)]. \quad (4) \end{aligned}$$

На участке $0 \leq x \leq 1,2$

$$\theta = \frac{6367}{k GJ_K} Sh kx - \frac{20733}{k GJ_K} (kx - Sh kx). \quad (5)$$

На участке $1,2 < x \leq 3,6$

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{6367}{k G J_K} Sh kx - \frac{20733}{k G J_K} (kx - Sh kx) + \\ & + \frac{P \cdot e}{k G J_K} [k(x - 1,2) - Sh k(x - 1,2)] + \\ & + \frac{m}{k^2 G J_K} \left[\frac{k^2 (x - 1,2)^2}{2} - ch k(x - 1,2) + 1 \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

На участке $3,6 < x \leq 4,8$

$$\begin{aligned} \Theta = & \frac{6367}{k G J_K} Sh kx - \frac{20733}{k G J_K} (kx - Sh kx) + \\ & + \frac{P \cdot e}{k G J_K} [k(x - 1,2) - Sh k(x - 1,2)] + \frac{m}{k^2 G J_K} \left[\frac{k^2 (x - 1,2)^2}{2} - \right. \\ & \left. - ch k(x - 1,2) - \frac{k^2 (x - 3,6)^2}{2} + ch k(x - 3,6) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Давая различные значения x , можно построить эпюру упругих углов закручивания.

Уравнение момента чистого кручения получим, взяв первую производную Θ' и умножив ее на $G J_K$,

$$\begin{aligned} M_K = & 6367 Ch kx - 20733 (1 - Ch kx) + Pe [1 - Ch k(x - 1,2)] + \\ & + \frac{m}{k} [k(x - 1,2) - Sh k(x - 1,2) - k(x - 3,6) + Sh k(x - 3,6)] + \\ & + M \cdot e \cdot k \cdot Sh k(x - 4,8). \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение бимоента получим, взяв первую производную M' и умножив ее на $-\frac{1}{k^2}$,

$$\begin{aligned} B = & -\frac{d M_K}{dx} \frac{1}{k^2} = -\frac{6367}{k} Sh kx - \frac{20733}{k} Sh kx + \frac{P \cdot e}{k} Sh k(x - 1,2) - \\ & - \frac{m}{k^2} [-Ch k(x - 1,2) - Ch k(x - 3,6)] + M \cdot e \cdot Ch k(x - 4,8). \end{aligned} \quad (9)$$

Изгибно-крутильный момент M_ω получим, взяв первую производную от бимоента B' ,

$$\begin{aligned} M_\omega = & \frac{d B}{dx} = -6367 \cdot Ch kx - 20733 Ch kx + P \cdot e \cdot Ch k(x - 1,2) - \\ & - \frac{m}{k} [Sh k(x - 3,6) - Sh k(x - 1,2)] + M \cdot e \cdot k \cdot Sh k(x - 4,8). \end{aligned} \quad (10)$$

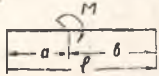
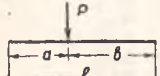

Давая различные значения x и принимая соответствующие члены для каждого участка, легко построить эпюры M_K , B , M_ω .

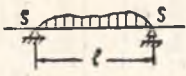
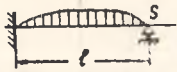
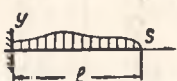
Общий крутящий момент найдем, как сумму момента чистого кручения и изгибно-крутящего момента

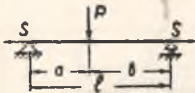
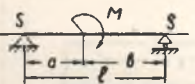
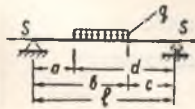
$$M = M_K + M_\omega; \quad (11)$$

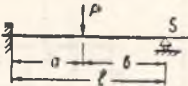
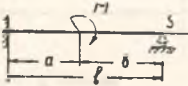
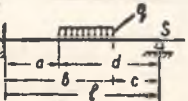
$$M = -20733 - P \cdot e + m(x - 1,2) - m(x - 3,6). \quad (12)$$

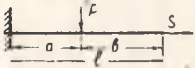
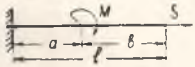
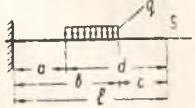
Тип нагрузки

			
$i(x)$	$-\frac{M}{S} + \frac{M}{S} \text{Chk}(x-a)$	$\frac{P(x-a)}{S} - \frac{P}{kS} \text{Shk}(x-a)$	<p>Второй участок</p> $\frac{q(x-a)^2}{2S} + \frac{q}{k^2S} \left[1 - \text{Chk}(x-a) \right]$ <p>Третий участок</p> $\frac{q}{S} \left[-\frac{(x-b)^2}{2} + \frac{(x-a)^2}{2} + \frac{\text{Chk}(x-b) - \text{Chk}(x-a)}{k^2} \right]$
$f'(x)$	$\frac{Mk}{S} \text{Shk}(x-a)$	$\frac{P}{S} - \frac{P}{S} \text{Chk}(x-a)$	<p>Третий участок</p> $\frac{q}{S} \left[-(a-b) + \frac{\text{Shk}(x-b) - \text{Shk}(x-a)}{k} \right]$
$f''(x)$	$\frac{Mk^2}{S} \text{Chk}(x-a)$	$-\frac{P}{S} k \text{Shk}(x-a)$	<p>Третий участок</p> $\frac{q}{S} \left[\text{Chk}(x-b) - \text{Chk}(x-a) \right]$
$f'''(x)$	$\frac{Mk^3}{S} \text{Shk}(x-a)$	$-\frac{P}{S} k^2 \text{Chk}(x-a)$	<p>Третий участок</p> $\frac{q}{S} k \left[\text{Shk}(x-b) - \text{Shk}(x-a) \right]$

№№ п/п	Схема закрепления балки	Начальные параметры
1		$y_0 = 0; M_0 = 0$ $\theta_0 = \frac{f''(l)}{k^2 \text{Sh}kl} (\text{Sh}kl - kl) - \frac{f(l)}{l}$ $Q_0 = - \frac{f''(l)}{k \text{Sh}kl}$
2		$y_0 = 0; \theta_0 = 0$ $Q_0 = \frac{S}{k} \frac{f''(l) (\text{Ch}kl - 1) - k^2 f(l) \text{Ch}kl}{\text{Sh}kl - kl \text{Ch}kl}$ $M_0 = \frac{S}{k^2} \cdot \frac{f''(l) (\text{Sh}kl - kl) - k^2 f(l) \text{Sh}kl}{kl \text{Ch}kl - \text{Sh}kl}$
3		$y_0 = 0; \theta_0 = 0$ $M_0 = - \frac{S}{k^2} \frac{\sum y}{\text{Ch}kl} + \frac{f''(l)}{\text{Ch}kl}$ $Q_0 = \sum y$

№№ п/п	Схема балки и нагрузки	V_0	θ_0	M_0	Q_0
1		0	$-\frac{P}{S} \left(a - \frac{Sh\alpha kl}{Shkl} \right)$	0	$P \frac{Sh\alpha kl}{Shkl}$
2		0	$-\frac{M}{S} k \left(\frac{Ch\alpha kl}{Shkl} - \frac{1}{kl} \right)$	0	$-Mk \frac{Ch\alpha kl}{Shkl}$
3		0	$\frac{q}{Sk} \left[\left(\frac{Ch\alpha kl}{Shkl} - \frac{\alpha^2 kl}{2} \right) - \left(\frac{Ch\alpha_1 kl}{Shkl} - \frac{\alpha_1^2 kl}{2} \right) \right]$	0	$\frac{q}{k} \frac{Ch\alpha kl - Ch\alpha_1 kl}{Shkl}$

№№ п/п	Схема балки и нагрузки	Y_0	θ_0	M_n	Q_0
4		0	0	$P \cdot l \frac{\alpha \text{Shkl} - \text{Sh}\alpha \text{kl}}{\text{klChkl} - \text{Shkl}}$	$-P \frac{\alpha \text{klChkl} - \text{Sh}\alpha \text{kl}}{\text{Shkl} - \text{klChkl}}$
5		0	0	$M \frac{\text{klChakl} - \text{Shkl}}{\text{klChkl} - \text{Shkl}}$	$-Mk \frac{\text{Chakl} - \text{Chkl}}{\text{Shkl} - \text{klChkl}}$
6		0	0	$\frac{ql}{k} \left[\frac{\text{Ch}\alpha \text{kl} - \frac{\alpha^2 \text{kl}}{2} \text{Shkl}}{\text{klChkl} - \text{Shkl}} - \frac{\text{Ch}\alpha_1 \text{kl} - \alpha_1^2 \frac{\text{kl}}{2} \text{Shkl}}{\text{klChkl} - \text{Shkl}} \right] =$ $= \frac{ql}{k} (\omega - \omega_1)$	$-\frac{q}{k} \left[\frac{\frac{\alpha^2 k^2 l^2}{2} \text{Chkl} - \text{Ch}\alpha \text{kl}}{\text{Shkl} - \text{klChkl}} - \frac{\frac{\alpha_1^2 k^2 l^2}{2} \text{Chkl} - \text{Ch}\alpha_1 \text{kl}}{\text{Shkl} - \text{klChkl}} \right] =$ $= -\frac{q}{k} (\omega - \omega_1)$

№№ п/п	Схема балки и нагрузки	Y_0	θ_0	M_0	Q_0
7		0	0	$-\frac{P}{k} \left(thkl - \frac{Sh\alpha kl}{Chkl} \right)$	P
8		0	0	$-M \frac{Ch\alpha kl}{Chkl}$	0
9		0	0	$-\frac{q}{k^2} \left[\left(\alpha kl thkl - \frac{Ch\alpha kl}{Chkl} \right) - \left(\alpha_1 kl thkl - \frac{Ch\alpha_1 kl}{Chkl} \right) \right]$	q(d - c)

РАСТЯЖЕНИЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ ИЗГИБОМ

Для балки, растянутой постоянной продольной силой и несущей произвольную поперечную нагрузку, общее уравнение упругой линии имеет следующий вид:

$$y = y_0 + \Theta_0 x + \frac{M_0}{S} (Ch kx - 1) + \frac{Q_0}{kS} (Sh kx - kx) + f(x), \quad (13)$$

где: y_0 ; Θ_0 ; M_0 и Q_0 — соответственно прогиб, угол поворота, изгибающий момент и поперечная сила в начале отсчета;

$$k = \sqrt{\frac{S}{EJ} \frac{1}{cm}},$$

где: S — продольная растягивающая сила;

EJ — жесткость при изгибе;

$f(x)$ — функция влияния поперечных нагрузок, приложенных в пролете.

Частные случаи для функции влияния приведены в таблице 3.

Начальные параметры для общего случая загрузки приведены в таблице 4.

Формулы начальных параметров для частных случаев закрепления и различных схем загрузки приводятся в таблице 5.

Числовые значения функции влияния начальных параметров те же, что и для случая тонкостенных стержней (см. граф. 1—13).

Решение задач и в этом случае подобно разобранным примерам.