

А. Ф. Дулевич, доцент; С. С. Макаревич, профессор, С. В. Киселев, преподаватель, БГТУ

### МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛОТНЕ ЛЕНТОЧНОЙ ПИЛЫ

The method of tension test which appears on the band saw because of the unequal heating resulting from the woodcutting is the regarded in the article. The gradient of the temperature distribution along the saw width is represented as a grade dependences. The grade indicator of this dependences is defined according to the temperature in three positions (on the tooth edge in the middle and on the back position). The dependency is received which allows to get the distribution along the saw width. The analysis of the obtained dependency is given.

**Введение.** Одними из основных проблем, возникающих при эксплуатации дереворежущих ленточных пил, является их недостаточная усталостная долговечность и сравнительно низкая устойчивость полотна пилы в пропиле. Немаловажным фактором, влияющим как на долговечность, так и на устойчивость, является неравномерный нагрев ленточной пилы. Как известно, дереворежущий инструмент находится в более жестких температурных условиях по сравнению с металлообрабатывающим, т. к. практически все тепло, образующееся в процессе резания древесины, передается в тело инструмента. Образующийся при этом градиент температуры приводит к возникновению напряжений, которые негативно сказываются на работоспособности ленточной пилы [1]. Таким образом, стоит задача по численному определению напряжений, возникающих в полотне ленточной пилы с целью их учета при разработке режимов эксплуатации ленточных пил и рекомендаций по повышению эксплуатационных характеристик инструмента.

**Основная часть.** При пилении ленточная пила со стороны зубьев нагревается больше, а с внешней стороны меньше (рис. 1). В промежуток температура распределяется по некоторой криволинейной зависимости.

Распределение температуры с достаточной точностью можно записать уравнением

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) \left( \frac{x}{b} \right)^n, \quad (1)$$

где  $T_0$  – температура на внешней стороне пилы;  $T_1$  – температура со стороны зубьев;  $n$  – параметр, от которого зависит характер распределения температуры;  $b$  – ширина полотна пилы.

Если опытным путем замерены  $T_0$ ,  $T_1$  и температура еще в одной точке, например при  $x = 0,5b$ ,  $T = T_2$ , то можно определить  $n$ .

В этом случае согласно уравнению (1) будем иметь:

$$T_2 = T_0 + (T_1 - T_0) \cdot 0,5^n$$

или

$$(T_2 - T_0) = (T_1 - T_0) \cdot 0,5^n,$$

откуда

$$0,5^n = \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}.$$

После логарифмирования получим

$$n \cdot \ln 0,5 = \ln(T_2 - T_0) - \ln(T_1 - T_0).$$

Из последнего выражения получим

$$n = \frac{\ln(T_2 - T_0) - \ln(T_1 - T_0)}{\ln 0,5}.$$

Определим напряжения, возникающие в пиле от изменения температуры. Для этого проведем сечение в пиле на некотором расстоянии от начала координат (рис. 2).

В связи с неравномерным распределением температуры слои пилы на разном расстоянии  $x$  будут деформироваться на разную величину и сечение  $ab$  в соответствии с гипотезой плоских сечений займет некоторое положение  $a_1b_1$  под углом  $d\Theta$  к первоначальному положению (рис. 2). Удлинение элементарного слоя на расстоянии  $x$  будет складываться из температурного  $\Delta l_t$  и упругого  $\Delta l_y$ :

$$\Delta l = \Delta l_t + \Delta l_y. \quad (2)$$

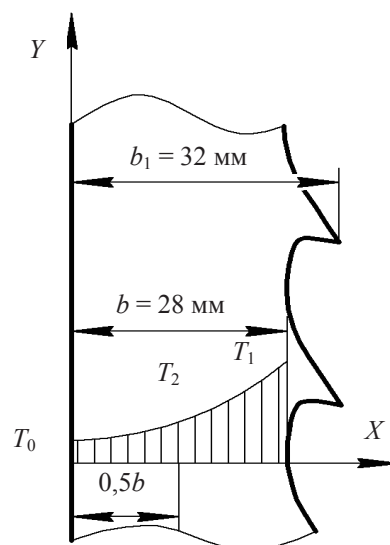


Рис. 1. Распределение температуры по ширине пилы

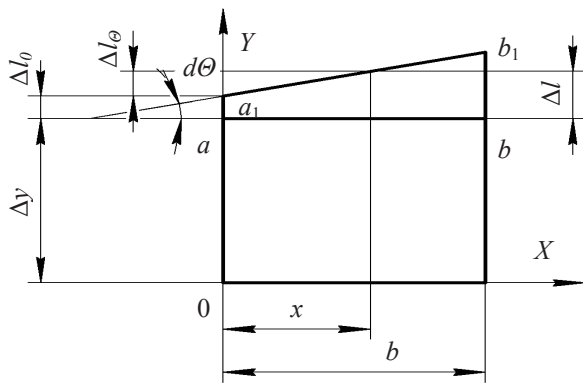


Рис. 2. Деформации элементарного участка пилы от изменения температуры

С другой стороны,

$$\Delta l = \Delta l_0 + \Delta l_\Theta, \quad (3)$$

где  $\Delta l_0$  – удлинение в начале координат;  $\Delta l_\Theta$  – удлинение от поворота сечения.

Из уравнений (2) и (3) получим  $\Delta l_0 + \Delta l_\Theta = \Delta l_t + \Delta l_y$ .

Учитывая, что

$$\begin{aligned} \Delta l_\Theta &= x \cdot d\Theta; \\ \Delta l_t &= \alpha T dy, \end{aligned}$$

будем иметь

$$\Delta l_0 + x \cdot d\Theta = \alpha T dy + \Delta l_y.$$

Разделим обе части последнего уравнения на  $dy$ :

$$\frac{\Delta l_0}{dy} + x \frac{d\Theta}{dy} = \alpha T + \frac{\Delta l_y}{dy}.$$

Последнее уравнение можно записать в следующем виде:

$$\epsilon_0 + \kappa \cdot x = \alpha T + \epsilon_y, \quad (4)$$

где  $\epsilon_0$  – деформация в начале координат;  $\kappa = d\Theta/dy$  – кривизна;  $\epsilon_y$  – упругая деформация на расстоянии  $x$ .

Из уравнения (4) определим упругую деформацию:

$$\epsilon_y = \epsilon_0 + \kappa \cdot x - \alpha T. \quad (5)$$

Согласно закону Гука, напряжение в произвольном слое пилы на расстоянии  $x$  будет равно:

$$\sigma = E \epsilon_y = E(\epsilon_0 + \kappa \cdot x - \alpha T), \quad (6)$$

где  $E$  – модуль упругости материала пилы.

Рассмотрим равновесие сил, возникающих только от изменения температуры по ширине пилы.

Запишем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0, \int_A \sigma dA = 0; \\ \sum m_Z &= 0, \int_A \sigma dA \cdot x = 0, \end{aligned}$$

где  $A = b \cdot \delta$  – площадь поперечного сечения пилы.

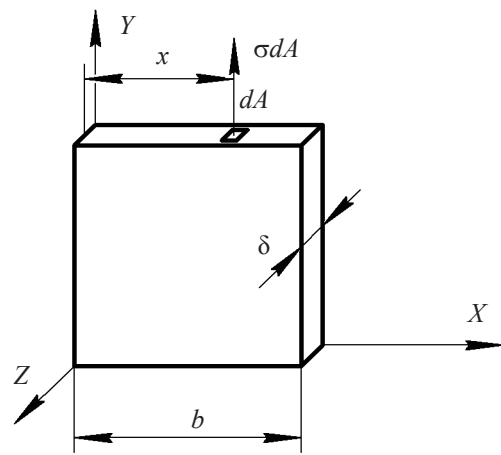


Рис. 3. Напряжения, возникающие от изменения температуры по ширине пилы  $b$

Подставив значение  $\sigma$  согласно (6) и сократив на  $E$ , получим:

$$\left. \begin{aligned} \int_A (\epsilon_0 + \kappa \cdot x - \alpha T) dA &= 0, \\ \int_A (\epsilon_0 + \kappa \cdot x - \alpha T) x \cdot dA &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Подставим в (7) значение температуры согласно (1) и представим в виде суммы интегралов:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_0 \int_A dA + \kappa \int_A x \cdot dA - \\ - \alpha T_0 \int_A dA - \alpha T_p \int_A \left(\frac{x}{b}\right)^n dA &= 0, \\ \epsilon_0 \int_A x \cdot dA + \kappa \int_A x^2 \cdot dA - \\ - \alpha T_0 \int_A x \cdot dA - \alpha T_p \int_A \frac{x^{n+1}}{b^n} dA &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $T_p = T_1 - T_0$  – разность температур в крайних точках поперечного сечения пилы.

Рассмотрим интегралы, входящие в систему уравнений (8).

$A = \int_A dA = b\delta$  – площадь поперечного сечения пилы;

$$S_Z = \int_A x \cdot dA = \int_0^b x\delta dx = \delta \frac{x^2}{2} \Big|_0^b = \frac{\delta b^2}{2} \quad \text{– статический момент относительно оси } Z \text{ площади } A;$$

$$J_Z = \int_A x^2 dA = \int_0^b x^2 \delta dx = \frac{\delta b^3}{3} \quad \text{– момент инерции относительно оси } Z \text{ площади } A.$$

$$\int_A \left(\frac{x}{b}\right)^n dA = \frac{1}{b^n} \int_0^b x^n \delta dx = \frac{\delta b}{n+1} = \frac{A}{n+1},$$

$$\int_A \frac{x^{n+1}}{b^n} dA = \frac{1}{b^n} \int_0^b x^{n+1} \delta dx = \frac{\delta b}{n+1} = \frac{A}{n+1}.$$

Подставив значения интегралов в систему уравнений (8), получим:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 A + \kappa S_Z - \alpha T_0 A - \alpha T_p \frac{A}{n+1} &= 0, \\ \varepsilon_0 S_Z + \kappa J_Z - \alpha T_0 S_Z - \alpha T_p \frac{2S_Z}{n+2} &= 0. \end{aligned} \right\} (9)$$

Решив систему уравнений (9), будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \frac{\alpha \left( \begin{aligned} &AJ_Z \left( T_0 + T_p \frac{1}{n+1} \right) - \\ &S_Z^2 \left( T_0 + T_p \frac{2}{n+2} \right) \end{aligned} \right)}{AJ_Z - S_Z^2}, \\ \kappa &= \frac{\alpha AS_Z T_p n}{(AJ_Z - S_Z^2)(n+1)(n+2)}. \end{aligned} \right\} (10)$$

Если учесть значения геометрических характеристик поперечного сечения пилы, т. е.  $A$ ,  $S_Z$ ,  $J_Z$ , то после преобразований зависимости (10) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 &= \alpha \left( T_0 + 2T_p \frac{1-n}{(n+1)(n+2)} \right), \\ \kappa &= \frac{6\alpha T_p n}{b(n+1)(n+2)}. \end{aligned} \right\} (11)$$

Подставив (11) в (6), получим напряжения, возникающие в пиле от температуры.

$$\sigma = \alpha E T_p \left( \frac{2b(1-n) + 6nx}{b(n+1)(n+2)} - \left( \frac{x}{b} \right)^n \right). \quad (12)$$

При  $n = 0$  температура распределена равномерно по ширине пилы и  $\sigma = 0$ . Полотно пилы только удлиняется на величину  $\Delta l = \alpha T l$ , где  $l$  – длина полотна пилы.

При  $n = 1$  температура распределена по линейной зависимости и напряжения в полотне пилы тоже равны нулю, но пила искривляется в  $XOY$  с радиусом кривизны

$$\rho = \frac{1}{\kappa} = \frac{b}{\alpha T_p}.$$

На рис. 4 в качестве примера представлены графики напряжения, возникающие в полотне пилы при перепаде температуры в  $16^\circ$  по ширине пилы, показатель степени  $n = 2,81$  и распределение температуры по ширине полотна пилы.

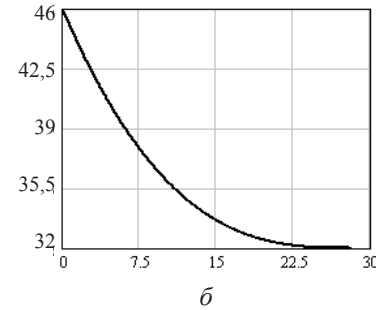
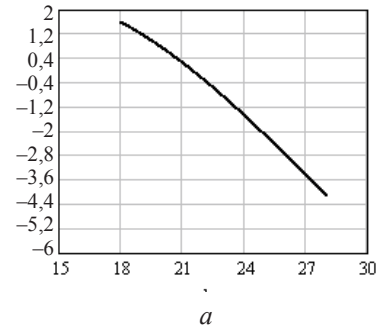


Рис. 4. Термические напряжения, возникающие в полотне пилы при  $\Delta T = 16^\circ$ :

$a$  – распределение напряжений по ширине пилы;  
 $b$  – распределение температуры по ширине пилы

**Выводы.** Приведенная зависимость (12) позволяет в явном виде и довольно точно определить значения и характер распределения температурных напряжений, возникающих в полотне ленточной пилы во время работы.

#### Литература

1. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Физматгиз, 1963. – 540 с.