

А. М. Лось, ассистент, В. В. Хайновский, канд. техн. наук,
Н. П. Вырко, д-р техн. наук, профессор, БГТУ

ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ПРОЕКТИРУЕМОГО СОРТИМЕНТОВОЗА

The mathematical driving model any timber carrier reflects interconnection in its such subsystems, as truck engine, transmission, final drive, locomotors, bearer frame and logs. Such model should note external disturbing affecting from irregularity of a road surface; disbalance of gyrating parts of the car (sprockets, elements of power drive and propeller); the inertia forces originating at an initiation of driving and a stopping, change of speed and traffic on turning movements. Designed dynamic system, presented in paper, has thirteen freedom degrees, presenting oscillations in the length vertical flat surface. This simulation model notes conventional assumptions, structural features, driving links of a mechanism kinematics and engages elastic and damping elements, which masses fluctuate under vibration loadings influence.

Введение. Проектирование новой лесовозной техники всегда связано с выбором массово-геометрических и других параметров, для оценки которых должен производиться анализ показателей тяговой и общей динамики, проходимости, плавности хода и устойчивости.

Разработка имитационной модели. Разработка математических моделей процессов движения лесовозных машин является одним из важнейших этапов при исследовании влияния их параметров на характер и качественные показатели колебательных процессов. Такие исследования направлены на определение независимых, изменяющихся во времени координат (степеней свободы), устанавливающих положение дискретных масс рассматриваемой машины. При этом распределенные массы трансмиссии, тягача, несущей рамы, сортиментов заменяются сосредоточенными и соединяются безинерционными упругодемпфирующими связями. В таком случае реальная динамическая система с бесконечным числом степеней свободы заменяется схемой, имеющей дискретное число степеней свободы. Модель отражает сложную взаимосвязь в таких подсистемах проектируемой машины, как двигатель, трансмиссия, ведущие мосты, движители, несущая рама, транспортируемые сортименты, а также учитывает возмущающие воздействия.

Имитационная модель сортиментовоза включает упругие и демпфирующие элементы, у которых при наличии возмущающих воздействий колеблются массы. Это сказывается, в первую очередь, на динамике работы машины, устойчивости движения, нагруженности узлов и агрегатов. Исследование динамических процессов, происходящих при движении сортиментовоза, позволит выполнить оценку напряженно-деформированного состояния элементов разрабатываемой несущей рамы, обосновать параметры конструкции и сделать вывод об их соответствии условиям работы, что напрямую связано с такими показателями эффективности, как производительность, долговечность и на-

дежность как сортиментовоза в целом, так и отдельных его узлов и агрегатов.

Колебания машины могут быть вызваны такими воздействиями, как неровности поверхности дороги; неуравновешенность вращающихся частей (колеса, элементы трансмиссии, двигатель); инерционные силы, возникающие при трогании с места и остановке, изменении скорости и направления движения [1].

Проведенный обзор работ по исследованию колебаний лесотранспортных машин показывает, что динамические процессы ограничиваются частотным диапазоном до 15–20 Гц, что позволяет значительно упростить эквивалентные расчетные схемы [1, 2, 4]. Следует также отметить, что колебания в поперечной плоскости допускается считать не связанными с продольно-вертикальными, так как рассматриваемый сортиментовоз симметричен относительно продольной вертикальной плоскости, проходящей через ее центр тяжести [2].

Воздействия возмущающих факторов на элементы транспортной машины представляются в виде случайных процессов, поэтому объективными критериями их оценки служат соответствующие вероятностные показатели. При исследовании переходных процессов в качестве оценочных показателей принимаются максимальные значения угловых и линейных отклонений дискретных масс динамической системы и их продолжительность.

Математическая модель проектируемого транспортного средства для вывозки сортиментов представляет собой динамическую систему, состоящую из сосредоточенных масс, соединенных безинерционными упругодемпфирующими связями. Основными упругодемпфирующими элементами являются: шины, элементы трансмиссии и технологического оборудования.

Для составления дифференциальных уравнений динамических процессов, происходящих при движении транспортного средства, приняты следующие допущения [1, 2]: распределен-

ные массы трансмиссии, машины, сортиментов заменены сосредоточенными, соединенными безинерционными упругодемпфирующими связями, т. е. заменена реальная динамическая система с бесконечным числом степеней свободы схемой с конечным числом степеней свободы; транспортное средство рассматривается в виде плоской симметричной системы относительно продольной оси, проходящей через его центр тяжести; движение по опорной поверхности прямолинейно, без спусков и подъемов; колебания масс незначительны; упругие характеристики шин линейны, а силы неупругого сопротивления пропорциональны скорости деформации; высоты микронеровностей подъездных путей под колесами правой и левой колеи усредняются; высокочастотные колебания элементов трансмиссии не рассматриваются; беговая дорожка шины рассматривается в виде безинерционного обруча с радиусом, равным радиусу качения.

На рисунке приведена расчетная схема динамической системы проектируемого автомобильного сортиментовоза, разработанная с учетом принятых допущений, которая также учитывает особенности конструкции и кинематики движения звеньев.

Расчетная динамическая система имеет тринадцать степеней свободы, описывающих колебания в продольной вертикальной плоскости. Положение лесной машины определяется следующими обобщенными координатами: углом поворота коленчатого вала двигателя – y_{13} ; углами поворота элементов трансмиссии соответственно осям переднего и заднего ведущих мостов автомобиля – y_{11} , y_{12} ; угловым и вертикальным перемещением балансирующей тележки осей прицепа – y_{10} , y_9 ; горизонтальным, угловым и вертикальным перемещением приведенного центра тяжести прицепа – y_8 , y_7 , y_6 ; вертикальным перемещением центра тяжести заднего и переднего моста автомобиля – y_5 , y_4 ; горизонтальным, угловым и вертикальным перемещением приведенного центра тяжести тягового автомобиля – y_3 , y_2 , y_1 .

Дифференциальные уравнения движения выведены по традиционным энергетическим методам из уравнений Лагранжа второго рода с проверкой условия равновесия действующих сил и моментов.

В расчетной схеме колебательной системы сортиментовоза пневматические шины представляются в виде пружин с коэффициентом жесткости и демпфирования, а также продольные жесткости и сопротивления шин и дорожной одежды, приведенные к точкам контакта с опорной поверхностью.

Уравнение общей кинетической энергии как суммы кинетических энергий подсистем имеет вид

$$T = \frac{1}{2}M_T\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}J_T\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}M_T\dot{y}_3^2 + \frac{1}{2}m_{m1}\dot{y}_4^2 + \frac{1}{2}m_{m2}\dot{y}_5^2 + \frac{1}{2}M_{mn}\dot{y}_6^2 + \frac{1}{2}J_{mn}\dot{y}_7^2 + \frac{1}{2}M_{mn}\dot{y}_8^2 + \frac{1}{2}m_T\dot{y}_9^2 + \frac{1}{2}J_6\dot{y}_{10}^2 + \frac{1}{2}J_{к1}\dot{y}_{11}^2 + \frac{1}{2}J_{к2}\dot{y}_{12}^2 + \frac{1}{2}J_d\dot{y}_{13}^2.$$

Потенциальная энергия системы выражается с учетом деформации упругих элементов:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2}C_1(y_1 + ay_2 - y_4)^2 + \frac{1}{2}C_2(y_4 - q_1)^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_3(y_1 - by_2 - y_5)^2 + \frac{1}{2}C_4(y_5 - q_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_5(y_9 + l_1y_{10} - q_3)^2 + \frac{1}{2}C_6(y_9 - l_2y_{10} - q_4)^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_7(y_3 - y_2(h_T - r_1) - r_1y_{11})^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_7(y_3 - y_2(h_T - r_2) - r_2y_{12})^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_8\left(y_{11} - \frac{1}{i_1}y_{13}\right)^2 + \frac{1}{2}C_9\left(y_{12} - \frac{1}{i_2}y_{13}\right)^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_{10}(y_1 - (b + l_{cu})y_2 - y_6 - (d - l_{cu})y_7) + \\ & + \frac{1}{2}C_{10}(y_3 + (h_T - h_{cu2})y_2 - y_8 - (h_{np} - h_{cu1})y_7)^2 + \\ & + \frac{1}{2}C_{11}(y_6 - l_{np}y_7 - y_9)^2. \end{aligned}$$

Диссипативная функция равна

$$\begin{aligned} R = & \frac{1}{2}K_1(\dot{y}_1 + a\dot{y}_2 - \dot{y}_4)^2 + \frac{1}{2}K_2(\dot{y}_4 - \dot{q}_1)^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_3(\dot{y}_1 - b\dot{y}_2 - \dot{y}_5)^2 + \frac{1}{2}K_4(\dot{y}_5 - \dot{q}_2)^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_5(\dot{y}_9 + l_1\dot{y}_{10} - \dot{q}_3)^2 + \frac{1}{2}K_6(\dot{y}_9 - l_2\dot{y}_{10} - \dot{q}_4)^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_7(\dot{y}_3 - \dot{y}_2(h_T - r_1) - r_1\dot{y}_{11})^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_7(\dot{y}_3 - \dot{y}_2(h_T - r_2) - r_2\dot{y}_{12})^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_8\left(\dot{y}_{11} - \frac{1}{i_1}\dot{y}_{13}\right)^2 + \frac{1}{2}K_9\left(\dot{y}_{12} - \frac{1}{i_2}\dot{y}_{13}\right)^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_7(\dot{y}_3 - \dot{y}_2(h_T - r_2) - r_2\dot{y}_{12})^2 + \\ & + \frac{1}{2}K_{10}(\dot{y}_1 - (b + l_{cu})\dot{y}_2 - \dot{y}_6 - (d - l_{cu})\dot{y}_7) + \\ & + \frac{1}{2}K_{10}(\dot{y}_3 + (h_T - h_{cu2})\dot{y}_2 - \dot{y}_8 - \\ & - (h_{np} - h_{cu1})\dot{y}_7)^2 + \frac{1}{2}K_{11}(\dot{y}_6 - l_{np}\dot{y}_7 - \dot{y}_9)^2. \end{aligned}$$

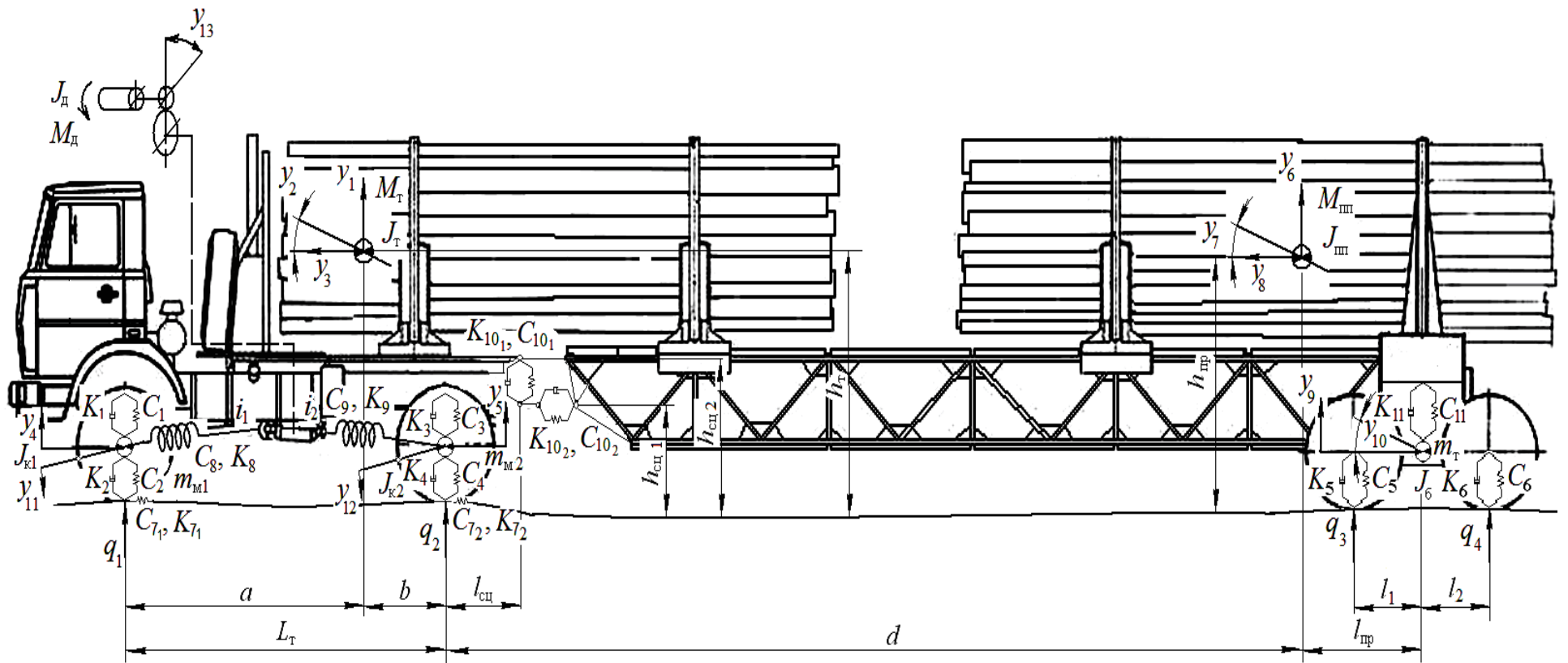


Рисунок. Расчетная динамическая модель процесса движения сортиментовоза

Система уравнений движения имеет вид

$$\begin{aligned}
& M_T \ddot{y}_1 + C_1 (y_1 + ay_2 - y_4) + K_1 (\dot{y}_1 + a\dot{y}_2 - \dot{y}_4) + \\
& + C_3 (y_1 - by_2 - y_5) + K_3 (\dot{y}_1 - b\dot{y}_2 - \dot{y}_5) + \\
& + C_{10_1} (y_1 - (b + l_{cu})y_2 - y_6 - (d - l_{cu})y_7) + \\
& + K_{10_1} (\dot{y}_1 - (b + l_{cu})\dot{y}_2 - \dot{y}_6 - (d - l_{cu})\dot{y}_7) = 0; \\
& J_T \ddot{y}_2 + aC_1 (y_1 + ay_2 - y_4) + aK_1 (\dot{y}_1 + a\dot{y}_2 - \dot{y}_4) - \\
& - bC_3 (y_1 - by_2 - y_5) - bK_3 (\dot{y}_1 - b\dot{y}_2 - \dot{y}_5) - \\
& - (h_T - r_1)C_{7_1} (y_3 - y_2 (h_T - r_1) - r_1 y_{11}) - \\
& - (h_T - r_1)K_{7_1} (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_1) - r_1 \dot{y}_{11}) - \\
& - (h_T - r_2)C_{7_2} (y_3 - y_2 (h_T - r_2) - r_1 y_{12}) - \\
& - (h_T - r_2)K_{7_2} (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_2) - r_1 \dot{y}_{12}) - \\
& - (b + l_{cu})C_{10_1} (y_1 - (b + l_{cu})y_2 - y_6 - (d - l_{cu})y_7) - \\
& - (b + l_{cu})K_{10_1} (\dot{y}_1 - (b + l_{cu})\dot{y}_2 - \dot{y}_6 - (d - l_{cu})\dot{y}_7) + \\
& + (h_T - h_{cu2})C_{10_2} \times \\
& \times (y_3 + (h_T + h_{cu2})y_2 - y_8 - (h_{np} - h_{cu1})y_7) + \\
& + (h_T - h_{cu2})K_{10_2} \times \\
& \times (\dot{y}_3 + (h_T + h_{cu2})\dot{y}_2 - \dot{y}_8 - (h_{np} - h_{cu1})\dot{y}_7) = 0; \\
& M_T \ddot{y}_3 + C_{7_1} (y_3 - y_2 (h_T - r_1) - r_1 y_{11})^2 + \\
& + K_{7_1} (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_1) - r_1 \dot{y}_{11}) + \\
& + C_{7_2} (y_3 - y_2 (h_T - r_2) - r_2 y_{12}) + \\
& + K_{7_2} (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_2) - r_2 \dot{y}_{12}) + C_{10_2} \times \\
& \times (y_3 + (h_T - h_{cu2})y_2 - y_8 - (h_{np} - h_{cu1})y_7) + \\
& + K_{10_2} (\dot{y}_3 + (h_T - h_{cu2})\dot{y}_2 - \dot{y}_8 - (h_{np} - h_{cu1})\dot{y}_7) = 0; \\
& m_{M1} \ddot{y}_4 - C_1 (y_1 + ay_2 - y_4) - K_1 (\dot{y}_1 + a\dot{y}_2 - \dot{y}_4) + \\
& + C_2 (y_4 - y_1) + K_2 (\dot{y}_4 - \dot{y}_1) = 0; \\
& m_{M2} \ddot{y}_5 - C_3 (y_1 + by_2 - y_5) - K_3 (\dot{y}_1 + b\dot{y}_2 - \dot{y}_5) + \\
& + C_4 (y_5 - y_2) + K_4 (\dot{y}_5 - \dot{y}_2) = 0; \\
& M_{mn} \ddot{y}_6 - C_{10_1} (y_1 - (b + l_{cu})y_2 - y_6 - (d - l_{cu})y_7) - \\
& - K_{10_1} (\dot{y}_1 - (b + l_{cu})\dot{y}_2 - \dot{y}_6 - (d - l_{cu})\dot{y}_7) + \\
& + C_{11} (y_6 - l_{np} y_7 - y_9) + K_{11} (\dot{y}_6 - l_{np} \dot{y}_7 - \dot{y}_9) = 0; \\
& J_{mn} \ddot{y}_7 - (d - l_{cu})C_{10_1} \times \\
& \times (y_1 - (b + l_{cu})y_2 - y_6 - (d - l_{cu})y_7) - \\
& - (d - l_{cu})K_{10_1} (\dot{y}_1 - (b + l_{cu})\dot{y}_2 - \dot{y}_6 - (d - l_{cu})\dot{y}_7) - \\
& - (h_{np} - h_{cu1})C_{10_2} (y_3 + (h_T - h_{cu2})y_2) - y_8 - \\
& - (h_{np} - h_{cu1})y_7 - (h_{np} - h_{cu1})K_{10_2} \times \\
& \times (\dot{y}_3 + (h_T - h_{cu2})\dot{y}_2) - \dot{y}_8 - (h_{np} - h_{cu1})\dot{y}_7 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - l_{np} C_{11} (y_6 - l_{np} y_7 - y_9) - l_{np} K_{11} (\dot{y}_6 - l_{np} \dot{y}_7 - \dot{y}_9) = 0. \\
& M_{mn} \ddot{y}_8 - C_{10_2} y_3 + \\
& + C_{10_2} ((h_T - h_{cu2})y_2 - y_8 - (h_{np} - h_{cu1})y_7) - \\
& - K_{10_2} (\dot{y}_3 + (h_T - h_{cu2})\dot{y}_2 - \dot{y}_8 - (h_{np} - h_{cu1})\dot{y}_7) = 0; \\
& m_T \ddot{y}_9 + C_5 (y_9 + l_1 y_{10} - q_3) + K_5 (\dot{y}_9 + l_1 \dot{y}_{10} - \dot{q}_3) - \\
& - C_{11} (y_6 - l_{np} y_7 - y_9) - K_{11} (\dot{y}_6 - l_{np} \dot{y}_7 - \dot{y}_9) + \\
& + C_6 (y_9 - l_2 y_{10} - q_4) + K_6 (\dot{y}_9 - l_2 \dot{y}_{10} - \dot{q}_4) = 0; \\
& J_6 \ddot{y}_{10} + l_1 C_5 (y_9 + l_1 y_{10} - q_3) + \\
& + l_1 K_5 (\dot{y}_9 + l_1 \dot{y}_{10} - \dot{q}_3) - l_2 C_6 (y_9 - l_2 y_{10} - q_4) - \\
& - l_2 K_6 (\dot{y}_9 - l_2 \dot{y}_{10} - \dot{q}_4) = 0; \\
& J_{k1} \ddot{y}_{11} - C_{7_1} r_1 (y_3 - y_2 (h_T - r_1) - r_1 y_{11}) - \\
& - K_{7_1} r_1 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_1) - r_1 \dot{y}_{11}) + \\
& + C_8 \left(y_{11} - \frac{1}{i_1} y_{13} \right) + K_8 \left(\dot{y}_{11} - \frac{1}{i_1} \dot{y}_{13} \right) = 0; \\
& J_{k2} \ddot{y}_{12} - C_{7_2} r_2 (y_3 - y_2 (h_T - r_2) - r_2 y_{12}) - \\
& - K_{7_2} r_2 (\dot{y}_3 - \dot{y}_2 (h_T - r_2) - r_2 \dot{y}_{12}) + \\
& + C_9 \left(y_{12} - \frac{1}{i_1} y_{13} \right) + K_8 \left(\dot{y}_{12} - \frac{1}{i_2} \dot{y}_{13} \right) = 0; \\
& J_d \ddot{y}_{13} - \frac{1}{i_1} C_8 \left(y_{11} - \frac{1}{i_1} y_{13} \right) - \frac{1}{i_1} K_8 \left(\dot{y}_{11} - \frac{1}{i_1} \dot{y}_{13} \right) - \\
& - \frac{1}{i_2} C_9 \left(y_{12} - \frac{1}{i_2} y_{13} \right) - \frac{1}{i_2} K_9 \left(\dot{y}_{12} - \frac{1}{i_2} \dot{y}_{13} \right) = 0,
\end{aligned}$$

где J_d – момент инерции вращающихся масс двигателя и ведущих частей сцепления; J_{k1} , J_{k2} – моменты инерции элементов трансмиссии и соответственно колес переднего и заднего мостов тягача, приведенные к их осям; J_T , J_{mn} , J_6 – моменты инерции тягача, прицепа, балансирующей тележки осей прицепа; M_T – масса автомобиля-тягача; M_{mn} – масса прицепа; m_{M1} , m_{M2} , m_T – подрессоренная масса переднего моста, заднего моста тягача и тележки прицепа; C_1 , K_1 и C_3 , K_3 – вертикальная жесткость и сопротивление рессор переднего и заднего мостов автомобиля-тягача; C_2 , K_2 и C_4 , K_4 – вертикальная жесткость и сопротивление шин переднего и заднего мостов автомобиля-тягача; C_5 , K_5 и C_6 , K_6 – вертикальная жесткость и сопротивление шин передней и задней осей прицепа; C_{7_1} , K_{7_1} и C_{7_2} , K_{7_2} – продольные жесткости и сопротивления шин дорожного покрытия, приведенные к точкам контакта колес соответственно переднего и заднего мостов тягача с опорной поверхностью; C_8 , K_8 и C_9 , K_9 – угловая жесткость и сопротивление валов привода передне-

го и заднего мостов автомобиля-тягача; C_{10_1} , K_{10_1} и C_{10_2} , K_{10_2} – вертикальная и горизонтальная жесткости и сопротивление сцепки тягача и прицепа; C_{11} , K_{11} – вертикальная жесткость и сопротивление рессор тележки прицепа; i_1 , i_2 – передаточные числа приводов переднего и заднего мостов автомобиля-тягача; L_T – база тягача; a , b и h_T – координаты центра тяжести тягача; $l_{сц}$, $h_{сц1}$, $h_{сц2}$ – координаты точек сцепки автомобиля-тягача и несущей рамы прицепа; d – расстояние между задней осью тягача и горизонтальной координатой центра тяжести прицепа; $l_{пр}$, $h_{пр}$ – координаты центра тяжести прицепа; l_1 , l_2 – плечи балансирной тележки осей прицепа; r_1 , r_2 – радиусы качения колес переднего и заднего мостов автомобиля-тягача; q_1 , q_2 , q_3 , q_4 – текущие значения неровностей под колесами тягача и прицепа.

Массово-геометрические параметры, необходимые для описания исследуемой динамической системы а также диапазоны их варьирования были определены при компьютерном моделировании. Моменты инерции колес, элементов трансмиссии и ходовой части получены расчетным путем.

Для рассматриваемой динамической системы моделирование работы двигателя в функции крутящего момента от частоты вращения производилось по регуляторной характеристике.

Рассматриваемая система дифференциальных уравнений решается при помощи специально разработанных программ в системе высокоуровневого программирования Matlab 7.0. Для этого система уравнений записывается в явной форме Коши, и правые части уравнений сохраняются в М файле Matlab. Решение этой системы уравнений осуществляется при помощи управляемого Script-файла, содержащего все необходимые переменные системы дифференциальных уравнений, начальные условия и параметры решения, а также команды решения, необходимой статистической обработки и отображения полученных результатов. Данная система имеет встроенные модули известных математических методов решения дифференциальных уравнений и позволяет выбирать

наиболее оптимальный метод по скорости и точности вычислений для каждой системы уравнений. Так, модуль ODE 45 реализует метод Рунге – Кутта 4-го порядка с переменным шагом интегрирования и контролем величины шага интегрирования 5-го порядка. Модуль ODE 15S реализует метод Эйлера для жестких систем дифференциальных уравнений (в которых малое изменение значений абсцисс вызывает значительное изменение значений по оси ординат). В большинстве случаев при решении сложных систем уравнений именно метод Эйлера позволяет наиболее быстро и с достаточной точностью получить результаты моделирования. Далее производится статистическая обработка данных. Для переходных процессов сравниваются максимальные показатели и характер изменения зависимостей. При установившихся режимах производится сравнение статистических показателей.

Выводы. Результатом решения системы дифференциальных уравнений являются непосредственно матрицы численных значений отклонений степеней свободы модели, первых производных этих отклонений и соответствующие им моменты времени протекания процесса. Реализация разработанной математической модели позволит обосновать жесткостные и весовые параметры элементов трансмиссии, подвески шин, а также многие другие необходимые параметры для оценки динамической нагруженности проектируемого сортиментовоза.

Литература

1. Жуков, А. В. Теория лесных машин: учеб. пособие / А. В. Жуков. – Минск: БГТУ, 2001. – 640 с.
2. Динамика длиннобазных автопоездов / М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск: Наука и техника, 1987. – 199 с.
3. Безбородова, Г. Б. Моделирование движения автомобиля / Г. Б. Безбородова, В. Г. Галушко. – Киев: Вища школа, 1978. – 168 с.
4. Гастев, Б. Г. Основы динамики лесовозного подвижного состава / Б. Г. Гастев, В. И. Мельников. – М.: Лесная пром-сть, 1967. – 220 с.