УДК 532.517; 621.928

А.М. Волк, доц., канд. техн. наук (БГТУ, г. Минск)

ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ

Процессы разделения многофазных систем являются составной частью многих технологических процессов в химической, пищевой, нефтехимической, микробиологической, энергетической и других отраслях промышленности [1]. Математическое моделирование рассмотренных процессов позволяет найти оптимальные соотношения между геометрическими и режимными параметрами, значительно повысить интенсивность и эффективность процессов разделения.

Рассмотрим движение твердых частиц в закрученном потоке газа. Принимаем, что частицы имеют сферическую форму радиуса a, плотность ρ_a, и массу m, объем V, момент инерции I. Скорость частицы обозначим через v, а скорость газового потока через w. Гидродинамика установившегося движения закрученного газового потока внутри цилиндра радиуса R описывается уравнениями Навье-Стокса неразрывности в цилиндрической системе координат r, φ, z [2]. Для осесимметричных закрученных потоков внутри цилиндра радиальная составляющая скорости w_r незначительна, и, как правило, в расчетах не учитывается, а профиль осевой составляющей скорости считаем постоянным по длине цилиндра. Принятые условия соответствуют коротким трубам и подтверждаются экспериментальными исследованиями [3].

С учетом граничных условий и непрерывности профиля получена касательная составляющая скорости газового потока в зависимости от относительного радиуса $\tilde{r} = \dfrac{r}{R}$ [2]

$$w_\varphi = \begin{cases} \dfrac{3}{4}\overline{w}_\varphi \dfrac{1+\tilde{r}_{\max}}{\tilde{r}_{\max}^2}\tilde{r}, & 0 \le \tilde{r} < \tilde{r}_{\max}, \\ \dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{\overline{w}_\varphi}{1-\tilde{r}_{\max}}\left(\dfrac{1}{\tilde{r}}\right), & \tilde{r}_{\max} \le \tilde{r} \le 1. \end{cases} \qquad (1)$$

($\tilde{r}_{\max}$ – значение, соответствующее максимуму w_φ).

Касательная составляющая $\overline{w}_\varphi$ средней скорости $\overline{w}$ газового потока зависит от ее среднерасходной составляющей $\overline{w}_z$ в элементе и угла закрутки потока статическим закручивателем [2]. Можно принять, что $\overline{w}_\varphi = \overline{w}_z \operatorname{tg}(k\beta)$. Здесь k – коэффициент, учитывающий отклонение угла закрутки потока от угла наклона лопастей завихрителя. Анализ экспериментальных данных для центробежных элементов с лопастным завихрителем, имеющим угол наклона лопастей к горизонту в пределах 30–45°, дает значения $k = 0{,}83$.

Осевая составляющая закрученного газового потока может быть задана зависимостью [3] $w_z = \overline{w}_z \left(\frac{1}{2} + \widetilde{r}^2 \right)$.

Напишем в цилиндрической системе координат уравнения движения частицы под воздействием закрученного потока, опишем силы, входящие в уравнение движения.

$$\begin{cases} m\left(\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\varphi^2}{r}\right) = F_r - F_n, \\ m\left(\frac{dv_\varphi}{dt} + 2\frac{v_\varphi v_r}{r}\right) = F_\varphi - F_{TP}^\varphi, \\ m\frac{dv_z}{dt} = mg + F_z + F_{TP}^z - F_A, \\ I\frac{\partial \omega_\varphi}{\partial t} = M_{TP}^\varphi, \\ I\frac{\partial \omega_z}{\partial t} = M_{TP}^z. \end{cases} \qquad (2)$$

В уравнение движения входят следующие силы.

1 Сила воздействия внешних силовых полей – сила тяжести $\vec{F}_g = mg$.

2 Гидродинамическая сила Жуковского возникает в результате неравномерного обтекания частицы набегающим потоком или при вращении частицы в однородном поле – эффект Магнуса. Для расчета подъемной силы, действующую на частицу в сплошном потоке выберем декартовую систему координат с началом в центре частицы и связанную с движущейся частицей: x – по касательной к поверхности траектории движения, y – по нормали. Поле скоростей потока на поверхности частицы, обусловленное её вращением с угловой скоростью ω будет $\Phi = \{-\omega y; \omega x; 0\}$. Для вращающейся частицы $rot\vec{\Phi} = 2\vec{\omega}$. По формуле Жуковского найдем подъемную силу, действующую на вращающую частицу

$$\vec{F}_\Pi = -\rho_\Gamma \iiint\limits_V (rot\vec{w} - 2\vec{\omega}) \times (\vec{w} - \vec{v})\, dV.$$

3 Сила гидродинамического воздействия $\vec{F} = F_r\vec{e}_r + F_\varphi\vec{e}_\varphi + F_z\vec{e}_z$ потока, движущегося с некоторой скоростью относительно частицы, будет

$$\vec{F} = \zeta\frac{1}{2}\rho_{\Gamma}|\vec{w}-\vec{v}|(\vec{w}-\vec{v})\pi a^2 .$$

Коэффициент сопротивления ζ зависит от режима движения частицы, определяется числом Рейнольдса $\mathrm{Re}_a = |\vec{w}-\vec{v}|\frac{a}{\nu}$ и может быть определен по формуле [4] $\zeta = 24(1+0{,}17\,\mathrm{Re}_a^{2/3})/\mathrm{Re}_a$.

4 Силы трения при контакте движущейся частицы с ограничивающей поверхностью $\vec{F}_{TP} = -k_{TP}|\vec{F}_N|\frac{\vec{v}+\vec{\omega}\times\vec{a}}{|\vec{v}+\vec{\omega}\times\vec{a}|}$.

Направление этой силы зависит от направления скорости точки контакта. Точка контакта движется со скоростью равной сумме поступательной и вращательной скоростей.

Сила трения создает вращательный момент. Если вектор $\vec{a}$ направить от центра частицы в точку касания, то $\vec{M}_{TP} = -\vec{F}_{TP}\times\vec{a}$.

5 Нормальная составляющая учитывает все силы, действующие по нормали к поверхности $\vec{F}_N = -\left(\vec{F}_g^N + \vec{F}_r + \vec{F}_Ц + \vec{F}_n^N\right)$.

6 Величина центробежной силы будет $F_Ц = m\frac{v_\varphi^2}{r}$.

Полученный анализ сил позволяет рассчитывать траекторию движения твердых частиц в газовых потоках. Составленная система не имеет аналитического решения, но её численное интегрирование с помощью стандартных программ не вызывает затруднений.

ЛИТЕРАТУРА

1 Кутепов, А.М. Вихревые процессы для модификации дисперсных систем / А.М. Кутепов,А.С. Латкин. – М.: Наука, 1992. – 250 с.

2 Марков, В.А. Исследование оттока жидкости через отверстия прямоточно-центробежного элемента / В.А. Марков, А.М. Волк, А.И. Ершов. // Инженерно-физический журнал. 1991. Т. 61. № 1. С. 82–87.

3 Щукин, В.К. Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил / В.К. Щукин.– 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1980. – 240 с.

4 Медников, Е. М. Турбулентный перенос и осаждение аэрозолей / Е.М. Медников. – М.: Наука, 1981. – 176 с.