

С. А. Севрук, ассистент; С. С. Макаревич, канд. техн. наук, профессор;
М. Т. Насковец, канд. техн. наук, доцент

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ДНЕВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ГРУНТОВОЙ ДОРОГИ С КОЛЕЙНЫМ ЛЕНТОЧНЫМ ПОКРЫТИЕМ ИЗ БОКОВИН ИЗНОШЕННЫХ АВТОПОКРЫШЕК ОТ КОЛЕСНОЙ НАГРУЗКИ

In the article the technique of definition of vertical movings of a day surface of dirt road with a belt covering strip type on the basis of side strip of worn out auto tire covers is presented. Vertical movings are certain with use of decision of Bussinesk (a problem about action of the concentrated force on elastic half-space). Two cases are considered: when pressure upon a ground from the bottom layer of a belt covering is transferred on the area of a ring and when pressure upon a ground from the same layer is transferred on the area of two half rings. The pressure from side strip on a ground is accepted in regular intervals allocated.

Введение. Для вывозки заготовленного древесного сырья с территории лесных массивов используются как дороги общего пользования, так и существующая сеть лесных грунтово-дорог и подъездных путей к лесосекам.

Последние являются наиболее уязвимыми с точки зрения проходимости ввиду значительной зависимости несущей способности от погодно-климатических условий.

Учитывая временный характер эксплуатации данных путей, с целью обеспечения движения лесовозной техники в таких условиях целесообразно применять сборно-разборные покрытия. В качестве такого покрытия могут быть использованы ленты, сформированные из боковин изношенных автопокрышек.

Изготовление данного колеяного покрытия осуществляется следующим образом [1].

Предварительно вплотную друг к другу раскладываются боковины автопокрышек первого ряда. Затем сверху на них укладывается в ряд следующий слой боковин со смещением на половину диаметра кольца. В результате кольцо верхней боковины размещается над отверстием нижней. Соединение элементов звена осуществляется гибкой связью. Таким образом, в каждой колее получаем два слоя: нижний и верхний (рис. 1).

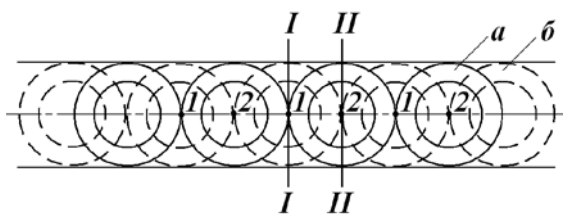


Рис. 1. Расположение боковин в колее:
 a – верхний слой; b – нижний слой

На рис. 1 нижний слой боковин показан штриховой линией, верхний слой – сплошной.

С некоторым допущением можно принять, что при расположении колеса автомобиля в точке I (рис. 1) давление на грунт от нижнего

слоя передается по площади кольца (рис. 2, a), а при расположении колеса автомобиля в точке 2 давление на грунт передается от нижнего слоя по площади двух полуколец (рис. 2, b). Будем считать давление от боковины на грунт равномерно распределенным.

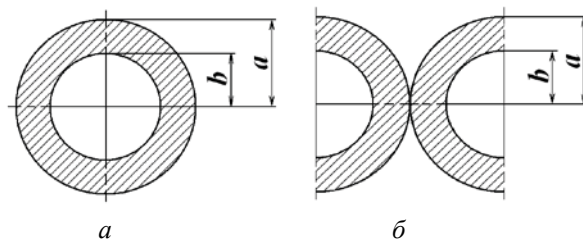


Рис. 2. Контуры передачи нагрузки от нижнего слоя к поверхности дороги:
 a – при положении колеса автомобиля в точке I ;
 b – при положении колеса автомобиля в точке 2

Если нагрузка на колесо равна F , то интенсивность давления боковины на грунт

$$q_1 = \frac{F}{A}, \quad (1)$$

где $A = \pi(a^2 - b^2)$ – площадь контакта боковины с поверхностью грунта; a – внешний радиус боковины; b – внутренний радиус боковины.

1. Вертикальные перемещения в грунтово й до р ю е для слу чая, ко да давление на грунт от нижнего слоя передается по площади кольца (рис. 2, a). При определении этих перемещений будем исходить из решения задачи о действии сосредоточенной силы на упругое полупространство (задача Буссинеска). Согласно решению Буссинеска [2], вертикальное перемещение в произвольной точке B с цилиндрическими координатами φ, r, z (рис. 3) от сосредоточенной силы F будет равно

$$w = \frac{(1 + \mu)F}{2\pi E} \left(\frac{2(1 - \mu)}{R} + \frac{z^2}{R^3} \right), \quad (2)$$

$$\text{где } R = \sqrt{r^2 + z^2}. \quad (3)$$

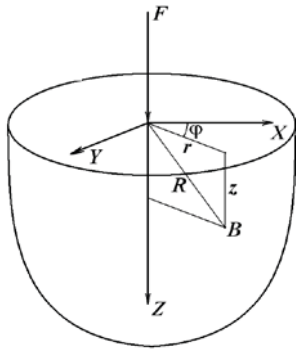


Рис. 3. Сосредоточенная сила, нормальная к границе полупространства

Рассмотрим три характерных положения точки, в которых определяется вертикальное перемещение, по отношению к нагруженной площади поверхности дороги (рис. 2, а):

1. $0 \leq r \leq b$,
2. $b \leq r \leq a$,
3. $a \leq r \leq \infty$.

В каждом из этих положений найдем аналитическое выражение для определения вертикальных перемещений.

1.1. Вертикальные перемещения точек, проекции которых на поверхность дороги не выходят за пределы малого круга, т. е. $0 \leq r \leq b$. Рассмотрим точку B , удовлетворяющую заданным условиям (рис. 4). Чер z точку B_1 , являющуюся проекцией точки B на горизонтальную плоскость, проведем секущую AC , а под углом $d\varphi$ к ней – другую секущую A_1C_1 . Рассмотрим влияние на вертикальное перемещение точки B нагрузки, расположенной на элементарной площадке, заштрихованной на рис. 4. Эта площадка равна $dA = S d\varphi dS$, а нагрузка на нее

$$dF = q_1 dA = q_1 S d\varphi dS. \quad (4)$$

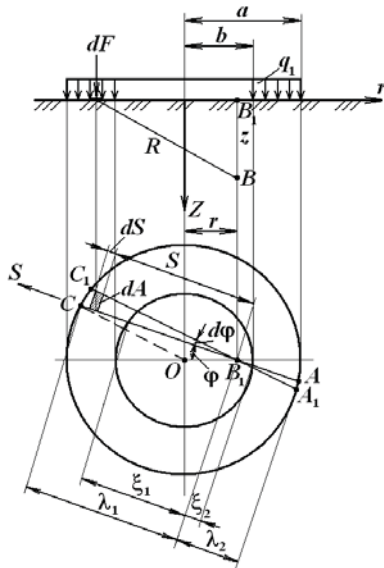


Рис. 4. Схема для определения вертикального перемещения в точке, расположенной внутри малого круга ($0 \leq r \leq b$)

От такой силы вертикальное перемещение точки B согласно (2) с учетом (3) и (4) будет равно

$$dw = \frac{q_1 S d\varphi dS (1 + \mu)}{2\pi E} \times \left(\frac{2(1 - \mu)}{(S^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2 + z^2)^{3/2}} \right). \quad (5)$$

Вертикальное перемещение в точке B от всей нагрузки определим интегралом

$$w = \frac{q_1 (1 + \mu)}{2\pi E} \left(2 \int_0^{\pi/2} d\varphi (2(1 - \mu) \times \left(\int_{\xi_1}^{\lambda_1} \frac{S dS}{(S^2 + z^2)^{1/2}} + \int_{\xi_2}^{\lambda_2} \frac{S dS}{(S^2 + z^2)^{1/2}} \right) + z^2 \left(\int_{\xi_1}^{\lambda_1} \frac{S dS}{(S^2 + z^2)^{3/2}} + \int_{\xi_2}^{\lambda_2} \frac{S dS}{(S^2 + z^2)^{3/2}} \right) \right). \quad (6)$$

После вычисления интегралов по dS и подстановки пределов интегрирования в полученные выражения, а затем и в выражение для w (6) с учетом перехода к безразмерным координатам

$$\rho = \frac{r}{a}; \quad \eta = \frac{z}{a}; \quad \beta = \frac{b}{a} \quad (7)$$

получим

$$w = \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{21}} d\varphi - \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{22}} d\varphi \right) - \eta^2 \times \left(\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{21}}} - \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{22}}} \right) \right), \quad (8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{11} &= \left(\sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} + \rho \cos \varphi \right)^2 + \eta^2, \\ \Phi_{21} &= \left(\sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} - \rho \cos \varphi \right)^2 + \eta^2, \\ \Phi_{12} &= \left(\sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} + \rho \cos \varphi \right)^2 + \eta^2, \\ \Phi_{22} &= \left(\sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} - \rho \cos \varphi \right)^2 + \eta^2, \\ \Phi_{01} &= \left(\rho \cos \varphi - \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} \right)^2 + \eta^2, \\ \Phi_{02} &= \left(\rho \cos \varphi - \sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} \right)^2 + \eta^2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Таким образом, мы получили вертикальное перемещение для точек, удовлетворяющих следующему условию в безразмерных координатах: $0 \leq \rho \leq \beta$; $0 \leq \eta \leq \infty$.

1.2. Вертикальные перемещения точек, проекции которых на дневную поверхность находятся в пределах кольца погружения, т. е. $b \leq r \leq a$, или в безразмерных координатах $\beta \leq \rho \leq 1$. Вертикальное перемещение от элементарной силы dF в произвольной точке D (рис. 5), удовлетворяющей заданным условиям, делится, как и в предыдущем случае, уравнением (5). Для определения перемещения в этой точке от всей нагрузки необходимо проинтегрировать уравнение (5) по S и по φ .

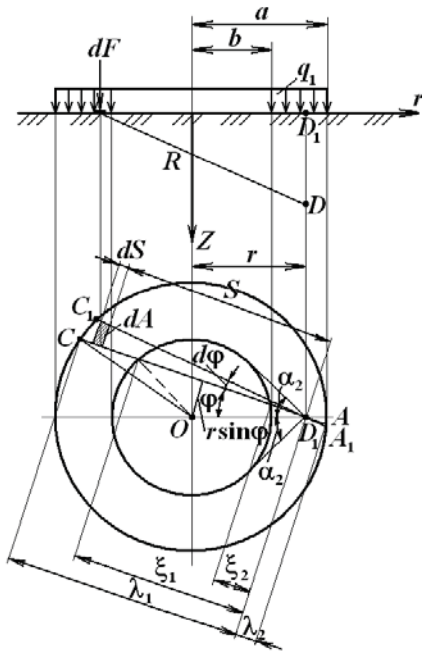


Рис. 5. Расчетная схема для определения вертикального перемещения в точке полупространства, расположенной в пределах кольца нагружения ($b \leq r \leq a$)

В данном случае удобно сначала проинтегрировать по площади большого круга, затем по площади малого круга и вычесть второй результат из первого, т. е.

$$w = \frac{q_1(1+\mu)}{2\pi E} \left(2 \int_0^{\pi/2} d\varphi \left(\int_0^{\lambda_1} \frac{2(1-\mu)}{(S^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2+z^2)^{3/2}} \right) dS + \int_0^{\lambda_2} \left(\frac{2(1-\mu)}{(S^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2+z^2)^{3/2}} \right) dS - 2 \int_0^{\alpha_2} d\varphi \left(\int_{\xi_2}^{\xi_1} \left(\frac{2(1-\mu)}{(S^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2+z^2)^{3/2}} \right) dS \right) \right), \quad (10)$$

где $\alpha_2 = \arcsin \frac{b}{r}$.

Вычислив в уравнении (10) интегралы по S , учтя значения пределов, перейдя к безразмерным координатам (7) и приняв во внимание обозначения (9), будем иметь:

$$w = \frac{q_1 a (1+\mu)}{\pi E} \left(2(1-\mu) \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi + \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{21}} d\varphi - \pi\eta \right) - \eta^2 \left(\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{21}}} - \frac{\pi}{\eta} \right) - 2(1-\mu) \left(\int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi \right) + \eta^2 \left(\int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} - \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} \right) \right). \quad (11)$$

Полученное уравнение (11) справедливо для точек, безразмерные координаты которых удовлетворяют условию

$$\beta \leq \rho \leq 1; 0 \leq \eta \leq \infty; \alpha_2 = \arcsin \frac{b}{r}.$$

1.3. Вертикальные перемещения точек, проекции которых на дневную поверхность выходят за пределы большого круга, т. е. $a \leq r \leq \infty$, или в безразмерных координатах $1 \leq \rho \leq \infty$. Определим вертикальное перемещение в произвольной точке K , проекция которой на поверхность полупространства удовлетворяет условию $a \leq r \leq \infty$ (рис. 6).

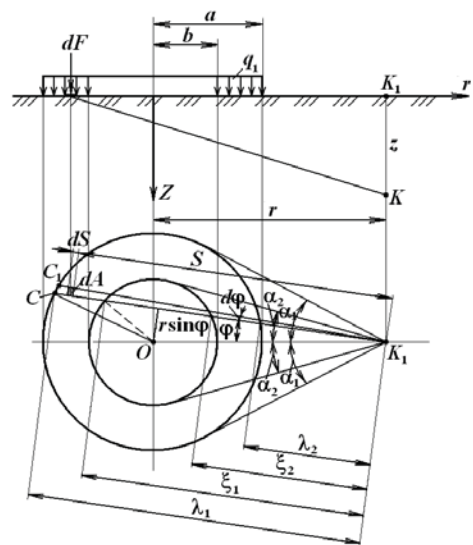


Рис. 6. Расчетная схема для определения вертикального перемещения в точке полупространства, расположенной за пределами большого круга ($a \leq r \leq \infty$)

Через точку K_1 проведем секущую K_1C к контуру нагружения под углом φ к оси r . Дадим приращение углу $d\varphi$ и проведем вторую секущую K_1C_1 . На расстоянии S от точки K_1 выделим элементарную площадку $dA = S d\varphi dS$. На эту площадку действует элементарная сила $dF = q_1 S d\varphi dS$. Перемещение по оси Z точки K от силы dF определится уравнением (5). От всей нагрузки q_1 вертикальное перемещение этой точки получим путем интегрирования уравнения (5) в пределах площади нагружения.

$$w = \frac{q_1(1+\mu)}{2\pi E} \left(2 \int_0^{\alpha_1} d\varphi \left(\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} \frac{2(1-\mu)}{(S^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2+z^2)^{3/2}} \right) dS - 2 \int_0^{\alpha_2} d\varphi \left(\int_{\xi_2}^{\xi_1} \frac{2(1-\mu)}{(S^2+z^2)^{1/2}} + \frac{z^2}{(S^2+z^2)^{3/2}} \right) dS \right). \quad (12)$$

После интегрирования уравнения (12) по переменной S , учета значений пределов, перехода к безразмерным координатам (7) и принятия обозначений (9) получим

$$w = \frac{q_1 a(1+\mu)}{\pi E} \left(2(1-\mu) \left(\int_0^{\alpha_1} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_0^{\alpha_1} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi \right) - \eta^2 \left(\int_0^{\alpha_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\alpha_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} \right) - 2(1-\mu) \left(\int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi \right) + \eta^2 \left(\int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} - \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} \right) \right). \quad (13)$$

Выражение (13) позволяет определить вертикальное перемещение в точках полупространства, расположенных за пределами большого круга, если полупространство нагружено кольцевой равномерно распределенной нагрузкой.

2. Вертикальные перемещения в грунтово-й до р е для случая, ко да давление на грунт от нижнего слоя передается по площади двух полуколец (рис. 2, б). В этом случае наибольшие перемещения будут возникать на оси симметрии Y (рис. 7).

Рассмотрим точку K , лежащую на оси симметрии. Через точку K_1 , являющуюся проекцией точки K на горизонтальную плоскость, проведем секущую K_1C , а под углом $d\varphi$ к ней – другую секущую K_1C_1 . Вертикальное перемещение точки K от элементарной силы $dF = q_1 dA = q_1 S d\varphi dS$ определится формулой (5).

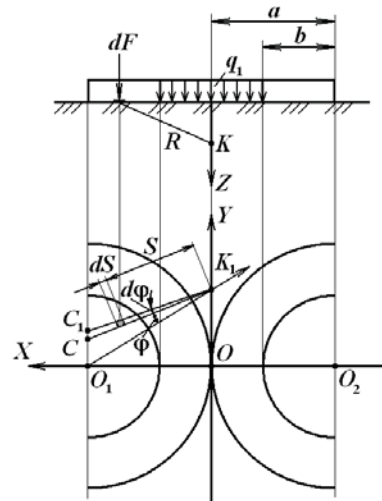


Рис. 7. Нагружение по двум полукольцам

Чтобы определить вертикальное перемещение точки K от нагрузки q_1 , равномерно распределенной по площади полукольца, определим сначала перемещение от нагрузки q_1 , распределенной по площади большого полукольца радиусом a , и вычтем перемещение от нагрузки q_1 , равномерно распределенной по площади малого полукольца радиусом b . Полученный результат удвоим, учитывая симметричное расположение полуколец относительно оси Y , на которой лежит точка K .

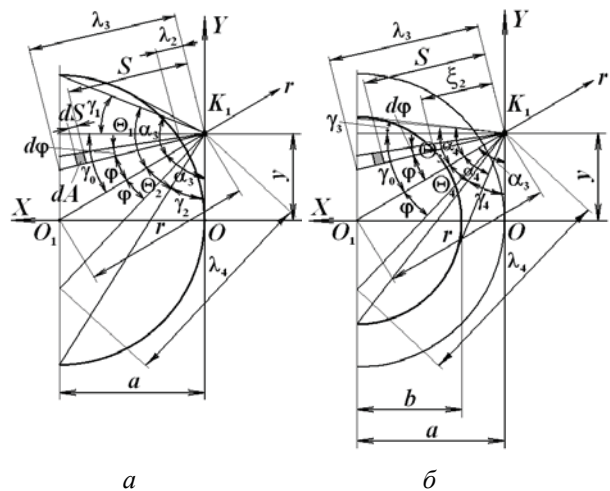


Рис. 8. Расчетная схема для определения перемещений от сплошной нагрузки, равномерно распределенной по площади: а – большого полукольца; б – малого полукольца

Если ордината точки K_1 находится в пределах $0 \leq y \leq a$ ($0 \leq \delta \leq 1$), то вертикальное перемещение в точке K запишется в следующем виде:

$$w_B = \frac{q_1 a(1+\mu)}{2\pi E} \left(2(1-\mu) \left(\int_0^{\alpha_1} \sqrt{\Phi_1} d\varphi + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_{\Theta_1}^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \\
& - 2 \int_0^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi \left) - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\Theta_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} + \right. \\
& \left. + \int_{\Theta_1}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - 2 \int_0^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} \right), \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\text{где } \Phi_1 = \frac{1}{\sin^2(\alpha_3 + \varphi)} + \eta^2; \Phi_2 = \frac{1}{\sin^2(\alpha_3 - \varphi)} + \eta^2. \quad (15)$$

Если ордината точки K_1 находится в пределах $y \geq a$ ($\delta \geq 1$), то вертикальное перемещение в точке K запишется следующим образом:

$$\begin{aligned}
w_B^* &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{2\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_1} d\varphi + \right. \right. \\
& + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi - \\
& - \int_0^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi \left) - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\Theta_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} + \right. \\
& \left. \left. + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} - \int_0^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} \right) \right). \quad (16)
\end{aligned}$$

Вертикальное перемещение в точке K от сплошной нагрузки, равномерно распределенной по площади малого полукруга, определится путем интегрирования уравнения (5) по его площади.

Если ордината точки K_1 находится в пределах $y \geq b$ ($\delta \geq \beta$), то вертикальное перемещение w запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
w_M^* &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{2\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_1} d\varphi - \right. \right. \\
& - \int_0^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi + \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi - \\
& - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} - \int_0^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} + \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} - \int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} \right) \right). \quad (17)
\end{aligned}$$

Используя полученные решения, можно записать выражения для определения вертикальных перемещений в сечениях, перпендикулярных оси дороги. Ось дороги обозначим X ; ось, перпендикулярную оси дороги, — Y .

Запишем уравнения для определения вертикальных перемещений в сечении $I-I$ (рис. 1), когда колесо машины расположено в точке I . В сечении $I-I$ ордината по оси Y равна ординате по радиусу r , т. е. $y = r$ ($\delta = \rho$). Исходя из этого при $0 \leq y \leq b$ ($0 \leq \delta \leq \beta$) $0 \leq \rho \leq \beta$ и вертикаль-

ное перемещение в сечении $I-I$ определится следующим образом:

$$\begin{aligned}
w_{I-I} &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \right. \right. \\
& - \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{21}} d\varphi - \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{22}} d\varphi \left) - \eta^2 \times \\
& \times \left(\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{21}}} - \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{22}}} \right) \right). \quad (18)
\end{aligned}$$

При $b \leq y \leq a$ ($\beta \leq \delta \leq 1$) $\beta \leq \rho \leq 1$ и вертикальное перемещение w_{I-I} запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
w_{I-I} &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \right. \right. \\
& - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\pi/2} \sqrt{\Phi_{21}} d\varphi + \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi - \pi\eta \left) - \eta^2 \times \\
& \times \left(\int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} + \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{21}}} + \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} - \frac{\pi}{\eta} \right) \right). \quad (19)
\end{aligned}$$

При $a \leq y \leq \infty$ ($1 \leq \delta \leq \infty$) $1 \leq \rho \leq \infty$ и вертикальное перемещение в сечении $I-I$ запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned}
w_{I-I} &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\alpha_1} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \right. \right. \\
& - \int_0^{\alpha_1} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi \left) - \eta^2 \times \\
& \times \left(\int_0^{\alpha_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\alpha_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} - \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} + \int_0^{\alpha_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} \right) \right). \quad (20)
\end{aligned}$$

Запишем вертикальные перемещения в сечении $II-II$ (рис. 1), когда колесо машины расположено в точке 2.

При $0 \leq y \leq b$ ($0 \leq \delta \leq \beta$)

$$\begin{aligned}
w_{II-II} &= \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_1} d\varphi - \right. \right. \\
& - \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_1} d\varphi + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_2} d\varphi - \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_{\Theta_1}^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \\
& - \int_{\Theta_3}^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi - \\
& - 2 \int_0^{\alpha_3} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi + 2 \int_0^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi \left) - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} - \right. \right. \\
& - \int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\Theta_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} - \int_0^{\Theta_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} + \int_{\Theta_1}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_{\Theta_3}^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} +
\end{aligned}$$

$$\left. + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} - 2 \int_0^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} + 2 \int_0^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} \right) \cdot (21)$$

При $b \leq y \leq a$ ($\beta \leq \delta \leq 1$)

$$w_{II-II} = \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_1} d\varphi - \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_1} d\varphi + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_2} d\varphi - \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi + \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi - 2 \int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_{01}} d\varphi \right) - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} - \int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\Theta_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} - \int_0^{\Theta_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} + \int_{\Theta_1}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} + \int_0^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} - 2 \int_0^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} \right) \right) \cdot (22)$$

При $a \leq y \leq \infty$ ($1 \leq \delta \leq \infty$)

$$w_{II-II} = \frac{q_1 a (1 + \mu)}{\pi E} \left(2(1 - \mu) \left(\int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_1} d\varphi - \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_1} d\varphi + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_2} d\varphi - \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_2} d\varphi + \int_0^{\Theta_1} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi - \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\Theta_2} \sqrt{\Phi_{11}} d\varphi + \int_0^{\Theta_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi + \int_0^{\Theta_3} \sqrt{\Phi_{02}} d\varphi - \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \sqrt{\Phi_{12}} d\varphi \right) - \eta^2 \left(\int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} - \int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_1}} + \int_0^{\Theta_2} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} - \int_0^{\Theta_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_2}} + \int_{\Theta_2}^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{11}}} - \int_0^{\Theta_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} - \int_0^{\alpha_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{01}}} + \int_0^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} + \int_0^{\Theta_3} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{02}}} - \int_{\Theta_4}^{\alpha_4} \frac{d\varphi}{\sqrt{\Phi_{12}}} \right) \right) \cdot (23)$$

Чтобы определить вертикальные перемещения дневной поверхности дороги в сечениях $I-I$ и $II-II$, следует принять в формулах (9), (15), (18)–(23) величину η , равную нулю.

Учитывая это, получим вертикальные перемещения дневной поверхности в сечении $I-I$, когда колесо автомобиля расположено в точке 1, и в сечении $II-II$, когда колесо автомобиля расположено в точке 2.

Для сечения $I-I$ $y = r$ или $\delta = \rho$.

Тогда при $0 \leq y \leq b$ ($0 \leq \delta \leq \beta$) или $0 \leq \rho \leq \beta$

$$w_{I-I}^0 = \frac{4q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\pi/2} \sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right); \quad (24)$$

при $b \leq y \leq a$ ($\beta \leq \delta \leq 1$) или $\beta \leq \rho \leq 1$

$$w_{I-I}^0 = \frac{4q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} \left(\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right); \quad (25)$$

при $a \leq y \leq \infty$ ($1 \leq \delta \leq \infty$) или $1 \leq \rho \leq \infty$

$$w_{I-I}^0 = \frac{4q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} \left(\int_0^{\alpha_1} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\alpha_2} \sqrt{\beta^2 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \right). \quad (26)$$

Для сечения $II-II$, когда колесо автомобиля расположено в точке 2, при $0 \leq y \leq b$ ($0 \leq \delta \leq \beta$) получим

$$w_{II-II}^0 = \frac{2q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} (S(\alpha; \Theta) + 4 \int_0^{\alpha_3} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - 4\beta \int_0^{\alpha_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \beta \int_0^{\Theta_3} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \beta \int_0^{\Theta_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\Theta_1} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\Theta_2} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi). \quad (27)$$

При $b \leq y \leq a$ ($\beta \leq \delta \leq 1$)

$$w_{II-II}^0 = \frac{2q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} (S(\alpha; \Theta) + 4 \int_0^{\alpha_3} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - 2\beta \int_0^{\alpha_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \beta \int_0^{\Theta_3} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \beta \int_0^{\Theta_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\Theta_1} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\Theta_2} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi). \quad (28)$$

При $a \leq y \leq \infty$ ($1 \leq \delta \leq \infty$)

$$w_{II-II}^0 = \frac{2q_1 a (1 - \mu^2)}{\pi E} (S(\alpha; \Theta) +$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \int_0^{\alpha_3} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - 2\beta \int_0^{\alpha_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \\
& - \beta \int_0^{\Theta_3} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \beta \int_0^{\Theta_4} \sqrt{1 - \rho_1^2 \sin^2 \varphi} d\varphi + \\
& + \int_0^{\Theta_1} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi - \int_0^{\Theta_2} \sqrt{1 - \rho^2 \sin^2 \varphi} d\varphi \Big), \quad (29)
\end{aligned}$$

где q_1 – интенсивность давления боковины на грунт; μ – коэффициент поперечной деформации; E – модуль деформации при нагружении или модуль упругости при разгрузке;

$$\begin{aligned}
S(\alpha; \Theta) = & \ln \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 + \Theta_1}{2} - \ln \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 + \Theta_3}{2} + \\
& + \ln \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 - \Theta_4}{2} - \ln \operatorname{tg} \frac{\alpha_3 - \Theta_2}{2} + \\
& + \rho(\sin \Theta_3 + \sin \Theta_4 - \sin \Theta_1 - \sin \Theta_2). \quad (30)
\end{aligned}$$

Заключение. Полученные в итоге выражения позволяют определить вертикальные перемещения дневной поверхности грунтовой дороги, укрепленной ленточным покрытием на основе боковин изношенных автопокрышек. Отличительной чертой данного покрытия является возможность многократного монтажа-демонтажа и доступность материала для его изготовления. Вертикальные перемещения определены с использованием решения Буссинеска (задача о действии сосредоточенной силы на упругое полупространство).

Литература

1. Разработать технологии транспортного освоения лесов в условиях избыточно увлажненных земель и провести их опытно-производственную проверку: отчет о НИР (заключ.) / Белорус. гос. технол. ун-т; рук. темы М. Т. Насковец. – Минск, 2002. – 64 с. – № ГР 20013818.

2. Хан, Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения: пер. с нем. / Х. Хан. – М.: Мир, 1988. – 344 с.