

ИСПАРЕНИЕ КАПЛИ В ГАЗОВОМ ПОТОКЕ

Вилькоцкий А.И., Волк А.М., Дуброва М.В.
Белорусский государственный технологический университет
г. Минск, Беларусь

Во многих процессах массо- и теплообмена исследуется испарение капель жидкости в газовом потоке [1, 2]. Рассмотрим испарение воды в потоке водяного пара.

В ламинарном режиме скорость осаждения капли описывается уравнением:

$$u = \frac{d_k^2 (\rho_{\text{ж}} - \rho)}{18\mu}, \quad (1)$$

где d_k – диаметр капли; $\rho_{\text{ж}}$ – плотность воды; ρ и μ – плотность и вязкость газа соответственно.

Скорость испарения воды описывается уравнением

$$w = \beta_y (p_{\text{н}} - p) MF, \quad (2)$$

где w – скорость испарения, кг/с; β_y – коэффициент массоотдачи в газовой фазе, отнесенный к парциальным давлениям, $\frac{\text{моль}}{\text{Н} \cdot \text{с}}$; $p_{\text{н}}$ – давление водяного пара на поверхности капли (давление насыщенного пара), Па; p – парциальное давление водяного пара в потоке воздуха, Па; M – молярная масса воды, кг/моль; F – площадь поверхности капли, м².

В данном случае для расчета массоотдачи можно применить уравнения Фрелинга:

$$\text{Sh} = 2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{0,333}. \quad (3)$$

В тоже время число Шервуда можно выразить как:

$$\text{Sh} = \frac{\beta_y d RT}{D}. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) можно выразить коэффициент массоотдачи:

$$\beta_y = \frac{D}{\delta RT} (2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{0,333}). \quad (5)$$

Парциальное давление водяного пара в потоке воздуха примем равным нулю: $p \approx 0$.

Площадь поверхности капли равна:

$$F = \pi d^2. \quad (6)$$

Тогда с учетом уравнений (5) и (6) уравнение (2) примет вид:

$$w = \frac{\pi D p_{\text{н}} M d}{RT} (2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{0,333}). \quad (7)$$

Скорость испарения капли можем также описать с помощью уравнения:

$$w = -\frac{dm}{dt} = -\frac{d}{dt} \left(\frac{\pi d^3}{6} \rho_{\text{ж}} \right) = -\frac{\pi \rho_{\text{ж}} d^2}{6} \frac{dd}{dt}, \quad (8)$$

где m – масса капли, кг; t – время, с.

Приравнивая правые части уравнений (7) и (8), после соответствующих преобразований можем записать

$$-\frac{dd_{\kappa}}{dt} = \frac{4Dp_{\text{H}}M}{RT\rho_{\text{ж}}d_{\kappa}} \left(1 + 0,1\text{Sc}^{1/3} \left[\frac{(\rho_{\text{ж}} - \rho)\rho g}{2\mu^2} \right]^{1/2} d_{\kappa}^{3/2} \right). \quad (9)$$

Введем следующие обозначения:

$$A = \frac{2Dp_{\text{H}}M}{RT\rho_{\text{ж}}}; B = \left(0,1\text{Sc}^{1/3} \left[\frac{(\rho_{\text{ж}} - \rho)\rho g}{2\mu^2} \right]^{1/2} \right)^{-1/3}. \quad (10)$$

С учетом принятых обозначений, интегрируя уравнение (9) после преобразований, окончательно получим

$$t = \frac{B^4}{A} \left(\frac{x_0}{B} - \frac{1}{6} \ln \frac{\left(1 + \frac{x_0}{B}\right)^2}{\left|1 - \frac{x_0}{B} + \left(\frac{x_0}{B}\right)^2\right|} - \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\arctg \left(\frac{2\frac{x_0}{B} - 1}{\sqrt{3}} \right) + \arctg \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right) \right) \quad (11)$$

Путь h , который проходит капля до момента ее полного испарения, рассчитаем, пользуясь уравнением:

$$dh = -udt. \quad (12)$$

Подставляя в последнее уравнение вместе скорости ее выражение из уравнения (8), а вместе времени – его выражение из (11), получим

$$dh = \frac{(\rho_{\text{ж}} - \rho)gB^3 d_{\kappa}^3 dd_{\kappa}}{36\mu A (B^3 + d_{\kappa}^{3/2})}. \quad (13)$$

Введя обозначение $C = \frac{18\mu A}{(\rho_{\text{ж}} - \rho)g}$, запишем

$$dh = \frac{B^3}{C} \left(x^4 - B^3 x + \frac{B^6 x}{B^3 + x^3} \right) dx. \quad (14)$$

После интегрирования уравнения (14) – левой части в пределах от 0 до h , а правой от 0 до x_0 , а также после соответствующих преобразований, получим

$$h = \frac{B^8}{C} \left[\frac{1}{5} \left(\frac{x_0}{B} \right)^5 - \frac{1}{2} \left(\frac{x_0}{B} \right)^2 - \frac{1}{6} \ln \frac{\left(1 + \frac{x_0}{B}\right)^2}{\left|1 - \frac{x_0}{B} + \left(\frac{x_0}{B}\right)^2\right|} + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\arctg \frac{2\frac{x_0}{B} - 1}{\sqrt{3}} + \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right]. \quad (15)$$

Литература

1. Лыков, А.В. Тепло- массообмен в процессах испарения / А.В. Лыков // Инженерно-физический журнал. – 1962. – Т. 5. – № 11. – С. 12–24.
2. Грин, Х. Аэрозоли – пыли, дымы и туманы / Х. Грин, В. Лэйн. – Ленинград: Химия, 1972. – 427 с.