

УДК 53

Карлович Татьяна Борисовна
канд.физ.-мат.наук, ст.преп. кафедры энергосбережения,
гидравлики и теплотехники,
Сухоцкий Альберт Борисович
канд.техн.наук, доц. кафедры энергосбережения,
гидравлики и теплотехники,
Данильчик Екатерина Сергеевна
аспирант кафедры энергосбережения, гидравлики и теплотехники
Белорусский государственный технологический университет
(Минск, Беларусь)

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ВОЗДУШНЫХ ПОТОКОВ В ШАХТЕ НАД ПУЧКОМ ИЗ ОРЕБРЕННЫХ ТРУБ

Аннотация: Исследовано поведение гейзерных течений воздуха в вытяжной шахте над горизонтальным четырехрядным пучком из оребренных труб, разогреваемых изнутри. На основе конвекции Рэлея-Бенара объяснено образование квазипериодических воздушных структур внутри шахты, вызывающих появление обратных потоков воздуха. С использованием трехмерного решения задачи Рэлея рассчитаны критические числа Рэлея и определено количество конвективных ячеек, возникающих в шахте.

Ключевые слова: свободная конвекция, вытяжная шахта, оребренная труба, теплопередача, приближение Обербека-Буссинеска, уравнение Навье-Стокса, ячейка Рэлея-Бенара.

Tatyana Karlovich
PhD (Physics and Mathematics), Senior Lecturer, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering,
Albert Sukhotskii
PhD (Technical Sciences), Assistant Professor, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering,
Ekaterina Danilchik
PhD Student, the Department of Energy-Saving, Hydraulics and Heat Engineering
Belarusian State Technological University
(Minsk, Republic of Belarus)

ANALYSIS OF THE STABILITY OF AIR FLOWS IN THE MINE OVER A BUNDLE OF FINNED PIPES

Abstract. The behavior of geyser air flows in an exhaust shaft over a horizontal four-row bundle of finned tubes heated from the inside is investigated. On the basis of Rayleigh-Benard convection, the formation of quasiperiodic air structures inside the shaft, causing the appearance of reverse air flows, is explained. Using a three-dimensional solution of the Rayleigh problem, the critical Rayleigh numbers are calculated and the number of convective cells arising in the shaft is determined.

Key words: *free convection, exhaust shaft, finned tube, heat transfer, Oberbek-Boussinesq approximation, Navier-Stokes equation, Rayleigh-Benard cell.*

Процесс перемешивания слоев жидкостей, обусловленный неоднородным нагревом, представляет собой пример неустойчивого течения в вязкой среде [1, р. 2]. Теоретическое описание неустойчивых течений связано с решением сложных нелинейных задач на устойчивость. Однако существует ряд аналитических решений тепловой и гидродинамической задачи, основанных на расцеплении временных и пространственных характеристик [4, с. 2] и демонстрирующих возникновение устойчивых периодических структур. Одним из примеров является задача Рэлея-Бенара о возникновении устойчивых периодических структур (ячеек Рэлея-Бенара) в горизонтальном слое жидкости со свободными границами, находящейся в поле силы тяжести в случае нижнего ее подогрева [3, с. 32]. Конвекция Рэлея-Бенара находит многочисленные экспериментальные подтверждения в разных областях исследований. Прежде всего, речь идет об атмосферных явлениях, таких как вихри, циклоны, ветры [11, с. 589]. В небе можно наблюдать правильные дорожки из облаков [10, с. 498], за летящими самолетами могут возникать нестационарные периодические структуры [2, с. 60]. Периодические столбчатые структуры, обусловленные наличием ячеек Рэлея-Бенара, образуются в базальтовых породах [9, с. 8] и при выращивании кристаллов методом Чохральского [8, с. 122]. Также на основе конвекции Рэлея-Бенара описываются явления самоорганизации в различного рода стохастических системах, где из первоначального хаоса возникают самоорганизованные структуры [6, с. 12].

В настоящей работе на основе конвекции Рэлея-Бенара объясняется возникновение гейзерных течений в вытяжной шахте над горизонтальным пучком оребренных труб, к которому подводится тепловая мощность. Такие пучки являются составной частью теплообменных устройств и служат для быстрого отведения большого количества теплоты от охлаждаемого объекта [5, с. 16].

Экспериментальное моделирование процесса теплообмена осуществляется в установке, схема которой приведена на рис. 1. Для его интенсификации используется прямоугольная $b \times c = 38 \times 31$ см вытяжная шахта высотой $H = 52$ см. При определенной мощности, подводимой к тепловым трубам пучка, разогревающим воздух, в шахте появляются потоки холодного воздуха, направленные внутрь шахты, к тепловому пучку [7, с. 622]. При этом нагретый воздух, выходящий из шахты, смешивается с холодным воздухом, образуя нестационарные гейзерные течения.

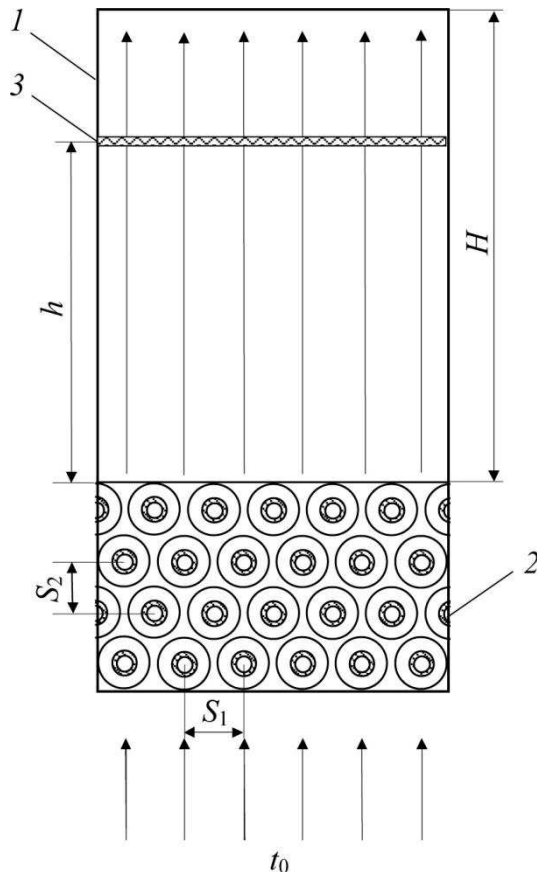


Рис. 1. Схема экспериментальной установки
1 – вытяжная шахта; 2 – тепловой пучок; 3 – сетка из легких нитей

В работе рассматривается четырехрядный шахматный пучок, состоящий из $m = 22$ шт. ребристых труб с поперечным $S_1 = 64$ мм и продольным $S_2 = 55,4$ мм шагами. Геометрические размеры биметаллической оребренной трубы со спиральными накатными ребрами следующие: наружный диаметр $d = 56$ мм; диаметр трубы по основанию $d_0 = 26,8$ мм; высота ребра $h = 14,6$ мм; шаг ребра $s = 2,5$ мм; средняя толщина ребра $\Delta = 0,5$ мм; длина трубы $l_n = 330$ мм (теплоотдающая длина $l = 300$ мм); коэффициент оребрения трубы $\varphi = 19,26$. Материал ребристой оболочки – алюминиевый сплав АД1М, материал несущей трубы – углеродистая сталь. Диаметр несущей трубы $d_n = 25$ мм; толщина стенки $\delta = 2$ мм.

Квазипериодические структуры наблюдались в шахте над четырехрядным оребренным пучком в виде гейзерных течений воздуха. Обратное течение воздуха в шахте фиксировалось путем установки внутрь шахты сетки из легких нитей, закрепленной на жесткой рамке. Рамка

устанавливалась на высоте $h = 37$ см от теплового пучка (см. рис. 1). На рис. 2 продемонстрировано положение нитей в различные моменты времени для подведенной мощности 125 Вт. По направлению деформации нитей можно судить о направлении воздушных потоков в шахте. Так, на рис. 2а видно, что холодный воздух задувается в шахту справа и снизу, на рис. 2б – слева и сверху, на рис. 2в – с четырех сторон одновременно, на рис. 2г – в основном в центре.

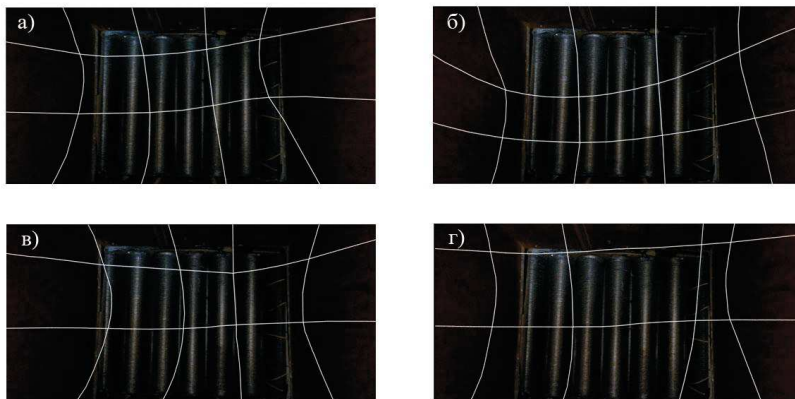


Рис. 2. Квазипериодические структуры воздушных потоков в шахте
 Время съемок: 4-я (а), 13-я (б), 15-я (в), 20-я (г) секунды от начала наблюдения (для лучшей видимости нити выделены белым цветом)

Описание движения воздуха в шахте осуществляется на основе линеаризованной системы уравнений для конвекции воздуха в поле силы тяжести, состоящей из уравнения Навье-Стокса, уравнения теплопроводности и уравнения непрерывности [4, с.4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} &= -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{w} - \beta \theta \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \mathbf{w} \cdot \nabla t_0 &= a \Delta \theta, \\ \nabla \mathbf{w} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где τ – время; \mathbf{w} – скорость конвекции ($\mathbf{w} = w_x \mathbf{i} + w_y \mathbf{j} + w_z \mathbf{k}$), м/с; p – давление, отсчитываемое от среднего значения p_0 , Па; θ – температура, отсчитываемая от равновесной температуры t_0 , °С; ρ_0 – средняя плотность воздуха, кг/м³; ν – кинематическая вязкость, м²/с; a – коэффициент температуропроводности, м²/с; \mathbf{g} – ускорение свободного падения, м/с². В модели (1) предполагается, что флуктуации плотности воздуха, вызывающие конвекцию, обусловлены в основном температурным градиентом, а не градиентом давления:

$$\rho(t) = \rho_0(1 - \beta\theta), \quad (2)$$

где β – коэффициент теплового расширения среды, $^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Система уравнений (1), описывающая малые нестационарные возмущения температуры, скорости и давления в шахте, может быть переписана в безразмерном виде с использованием чисел Прандтля Pr и Рэлея Ra :

$$Pr = \frac{\nu}{a}, \quad Ra = Ag \frac{\beta H^4}{a\nu}, \quad (3)$$

где H – характерный линейный размер рассматриваемого объема воздуха; a/H , H^2/ν , $\rho_0 \nu a / H^2$ – характерные скорость, время и давление соответственно; A – равновесный градиент невозмущенной температуры $\nabla t_0 = -A\mathbf{Y}$, \mathbf{Y} – единичный вектор, направленный вертикально вверх, $\theta_1 - \theta_2 = AH$ – разность температур на входе и выходе из шахты:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \tau} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{w} + Ra \cdot \theta \cdot \mathbf{y}, \\ Pr \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \mathbf{w} \mathbf{y} &= \Delta \theta, \\ \nabla \mathbf{w} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим решение системы (4) для распространения тепла вдоль вертикальной оси z в прямоугольном параллелепипеде единичной высоты при равномерном подогреве его основания. При отсутствии касательных напряжений и исчезновении флуктуаций скорости и температуры на входе и выходе из шахты и с учетом нулевой скорости на боковых стенках шахты граничные условия имеют вид [1, p. 45]:

$$\begin{cases} z = 0 \\ z = 1 \end{cases}, \quad w_z = 0, \quad \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} = 0, \quad \theta = 0, \quad (5)$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = b/H \end{cases}, \quad w_x = 0, \quad \begin{cases} y = 0 \\ y = c/H \end{cases}, \quad w_y = 0.$$

Решение задачи (4)-(5) представляется в виде совокупности нормальных возмущений, экспоненциально зависящих от времени и периодически осциллирующих в пространстве [1, p. 44]:

$$\begin{aligned}
 w_z &= B_1 \exp(-\lambda \tau) \sin(n\pi z) \cos(a_x l x) \cos(a_y m y), \\
 w_x &= B_2 \exp(-\lambda \tau) \cos(n\pi z) \sin(a_x l x) \cos(a_y m y), \\
 w_y &= B_3 \exp(-\lambda \tau) \cos(n\pi z) \cos(a_x l x) \sin(a_y m y), \\
 \theta &= B_4 \exp(-\lambda \tau) \sin(n\pi z) \cos(a_x l x) \cos(a_y m y),
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

где $a_x=2\pi H/b$, $a_y=2\pi H/c$ – нормированные минимальные волновые числа для прямоугольного основания шахты, B_1 , B_2 , B_3 и B_4 – постоянные величины, определяемые из условия нормировки собственных функций; λ – декремент, характеризующий временной ход возмущения, l , m , n – целые неотрицательные числа, характеризующие номер гармоники. При $\lambda > 0$ возмущения будут затухать, решение устойчиво, при $\lambda < 0$, возмущения будут нарастать, решение неустойчиво, при $\lambda = 0$ решение представляется в виде периодических структур. Переход из режима устойчивого молекулярного теплопереноса ($Ra < Ra_{cr}$) к режиму неустойчивого вихревого течения ($Ra > Ra_{cr}$) определяется критическими числами Рэлея по формуле:

$$Ra_{cr} = \frac{(n^2 \pi^2 + l^2 a_x^2 + m^2 a_y^2)^3}{l^2 a_x^2 + m^2 a_y^2}.
 \tag{7}$$

Согласно (7) в случае $Ra = Ra_{cr}$ задача Рэлея имеет нестационарное периодическое решение в виде прямоугольных конвективных ячеек, на боковых границах которых исчезает нормальный градиент вертикальной скорости (см. рис.3).

Экспериментальное число Рэлея для подведенной мощности 125 Вт составляет $Ra = 538000$. Подбирая число Рэлея по формуле (7) как можно ближе к экспериментальному значению, находим возможные значения гармоник для шахты $n = 1$, $l = 2$, $m = 2$, в этом случае $Ra_{cr} = 565000$. На рис.3 показано вид конвективных ячеек в плоскости (x, y) , соответствующих гармоникам $n = 1$, $l = 2$, $m = 2$, рассчитанный по формулам (6).

Отличие экспериментального и теоретического значений критического числа Рэлея говорит о том, что течение воздуха в шахте является более сложным по сравнению с предсказаниями конвективной модели Рэлея-Бенара. Это обусловлено, в первую очередь, неравномерным подогревом воздуха оребренным пучком труб. Воздух засасывается в шахту снизу, проходя расстояние между четырьмя рядами труб, и образует ряд вторичных тепловых источников на входе в шахту. Также являются идеализированными граничные условия (5). Для более подробного описания пространственной квазипериодической структуры воздуха в шахте требуется проведение дополнительных исследований с учетом всех особенностей постановки задачи.

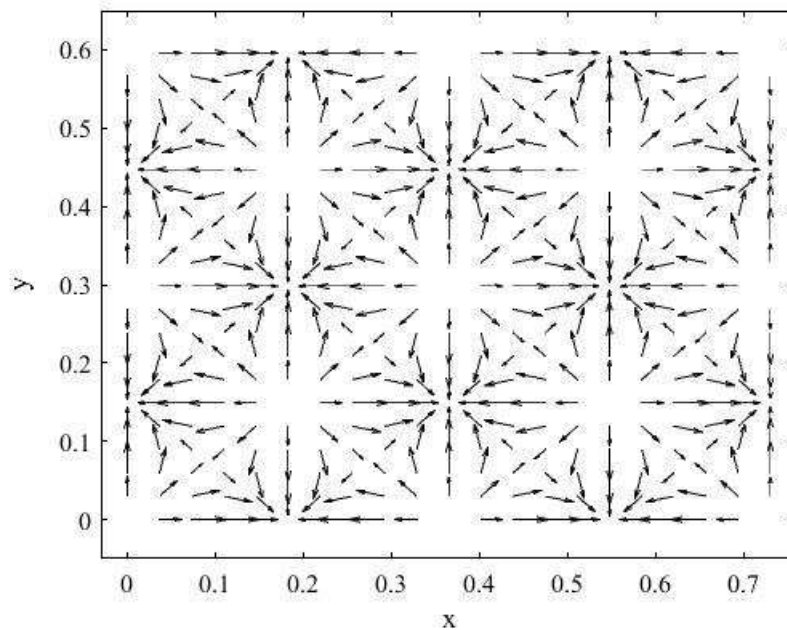


Рис. 3. Ячейки Рэлея-Бенара в вытяжной шахте для $n = 1, l = 2, m = 2$,
 $Ra_{cr} = 565000$

Стрелками обозначено направление скорости воздуха в плоскости (x, y)

В работе рассмотрены гейзерные течения воздуха в вытяжной шахте над горизонтальным четырехрядным оребренным пучком на основе задачи Рэлея. С использованием рамки с тонкими нитями зафиксировано возникновение квазипериодических воздушных структур в шахте над оребренным пучком. Предложена интерпретация гейзерного течения воздуха в шахте на основе конвективных ячеек Рэлея-Бенара.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford at the Clarendon Press, 1961. 654 p.
2. Аржаник А. Р., Михайличенко Ю. П., Сотириади Р. Н. Постановка демонстраций ячеек Бенара и вихрей Тейлора // Физическое образование в вузах. 2000. Т. 6, № 4. С. 60-67.
3. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
4. Гетлинг А. В. Формирование пространственных структур конвекции Рэлея-Бенара // УФН. 1991. Т. 161, № 9. С. 1–80.
5. Мильман О. О. Экспериментальное исследование теплообмена при естественной циркуляции воздуха в модели воздушного конденсатора с вытяжной шахтой // Теплоэнергетика, 2005. № 5. С. 16–19.

6. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979. 512 с.
7. Сухоцкий А. Б., Маршалова Г. С. Особенности гравитационного течения нагретого воздуха в вытяжной шахте над многорядным оребренным пучком // ИФЖ. 2019. Т.92, № 3. С. 619–625.
8. Теплообмен в классическом методе Чохральского / В. С. Бердников [и др.] // ИФЖ. 2001. Т. 74, № 4. С. 122-127.
9. Трапезников Д. Е., Сунцов А. С., Рыбальченко Т. М. К вопросу о происхождении столбчатой отдельности в базальтах и ее аналогов // Вестник Пермского университета. Геология. 2012. Вып. 2(15). С. 8–15.
10. Шмерлин Б. Я., Калашник М. В. Конвективная неустойчивость Рэлея в присутствии фазовых переходов влаги. Формирование крупномасштабных вихрей и облачных структур // УФН. 2013. Т. 183. С. 497–510.
11. Шмерлин Б.Я., Шмерлин М.Б. Конвективная неустойчивость Рэлея в облачной среде // ЖЭТФ. 2017. Т.152, № 3 (9). С. 589-606.