Ероховец В. К., ведущий научный сотрудник; Ткаченко В. В., заведующий лабораторией ОИПИ НАН Беларуси

## ОЦЕНКА ИНФОРМАЦИОННОЙ ЕМКОСТИ ФУРЬЕ-ГОЛОГРАММ

The task for structure optimization of an object beam channel in holographic identifier was set and solved in general. Fourier-holograms information capacity evaluation was determined as a basis for optimality criterion. The defining collection of optical arrangement geometry parameters namely a beam wave front curvature and curvature sign and linear magnification of input signal was shown.

Введение. Голографическая защита документов и ценных бумаг, упаковки продуктов питания и промышленных товаров считается сегодня одним из самых труднодоступных для подделки методов [1]. Голографическая защита хороша тем, что является комплексной по своей сути. В одной голограмме могут сочетаться различные степени защиты, каждая из которых предназначена для своего уровня идентификации: от визуального (на уровне потребителя товара) до эксперта, использующего специальную аппаратуру.

В целом голографические методы обеспечивают видимую и скрытую защиту от подделки. Видимая защита – это высококачественные голограммы, имеющие переливающиеся красочные изображения, воспринимаемые невооруженным глазом человека в солнечном или полихроматическом нерассеянном свете. При скрытой защите голограмма просматривается через специальный прибор (идентификатор) для визуализации и идентификации экспертом скрытого изображения [2–4].

Голографические защитные элементы (ГЗЭ) – это, как правило, классические голограммы сфокусированных изображений с частотным и азимутальным кодированием дифракционных элементов – составляющих компонент графического изображения. Такие голограммы восстанавливаются в полихроматическом свете как многоцветные изображения.

Оригинал-матрицы для тиражирования голограмм получают различными способами, сочетающими аналоговые (в когерентно-оптичес-ких схемах) [5] и цифровые («dot matrix» или «image matrix» [6]) методы записи изображений. Цифровой синтез ГЗЭ, используемый с электроннолучевой и с лазерной технологиями, расширяет возможности введения в ГЗЭ защитных микротекстов и микрографики с размером разрешимых элементов от 20 до 0,2 мкм. Анализ таких голограмм с точки зрения защитных функций возможен лишь в стационарных лабораторных условиях с применением относительно дорогих микроскопов и осветительных приборов.

В этой связи перспективным направлением является комбинирование технологий получения видимых голограмм с одним или несколькими скрытыми изображениями, не воспроизводимыми в полихроматическом свете. Скрытым изображением, как правило, является тексто-графическая страница информации, содержание которой определяется требованиями заказчика с объемом от простых пиксельграмм и логотипов до информационно насыщенных страниц с размером формата до А4. Скрытое изображение может быть распределенным по всей площади ГЗЭ, локализованным в небольшом пятне с размерами 0,5–1 мм, комбинированным (распределенного и локализованного типа), а также замаскированным.

Степень скрытности локализованного ГЗЭ и защита от подделки тем выше, чем больше деталей содержит скрытое изображение и выше плотность записи, то есть чем выше информационная емкость. В свою очередь ограничения информационной емкости зависят от способа голографической записи и параметров оптической схемы. Для оценки предельной плотности записи ГЗЭ дается постановка и решение в общем виде задачи оптимизации структуры объектного канала в схеме записи Фурье-голограмм. При этом показано определяющее влияние геометрии объектного канала, а именно: кривизны и знака кривизны волнового фронта объектного пучка, а также линейного увеличения входного сигнала, проводится сопоставление со схемой записи голограмм, синтезированных цифровым способом.

Основная часть. 1. Анализ объектного канала записи защитных голограмм. Для определения параметров объектного канала рассмотрим когерентно-оптическую систему, показанную на рис. 1 [7]. Данная система включает объектив О записи, представленный на схеме тонкой линзой с фокусным расстоянием f, и размещенный слева от него на расстоянием f, и размещенный слева от него на расстоянии nf транспарант T, через который вводится двумерный сигнал  $s_{\rm BX}(x, y)$ . Транспарант освещается расходящимся пучком  $\Pi_1$  от точечного источника света с единичной амплитудой, который располагается на расстоянии mf от главной плоскости объектива.

Масштабирование изображения в оптической схеме зависит от фокусного расстояния и геометрических соотношений между ее компонентами, выраженных через рациональные числа *n* и *m*, которые определяют относительные расстояния в сравнении с фокусным от точечного источника света и транспаранта до объектива записи соответственно. В случае



Рис. 1. Схема объектного канала для записи голографических защитных элементов

 $m = \infty$  освещающий пучок является коллимированным  $\Pi_2$ , а в случае m > 0 -сходящимся  $\Pi_3$ .

Определим комплексную амплитуду волны света в плоскости, расположенной на расстоянии *z* в пространстве изображений.

С помощью операторного метода расчета когерентно-оптических систем [7] оптическую схему можно представить в виде блоксхемы (рис. 2), на которой запись  $\Lambda(x, y, p^{-1})$  представляет собой единый оператор, описывающий передаточную функцию объектива или свободного пространства:

$$\Lambda(x, y, p^{-1}) = \exp\left[(x^2 + y^2)jk/2p\right],$$

где  $k = 2\pi/\lambda_w$  – волновое число;  $\lambda_w$  – длина волны используемого света; p – произвольный параметр (фокусное расстояние, расстояние в свободном пространстве). С учетом свойств данного метода выходное пространственное распределение светового поля при соблюдении условия

$$\frac{1}{nf} + \frac{1}{z} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

можно представить в следующем виде:

$$s_{\text{Bbix}}(x_2, y_2) = \frac{n-1}{(m-n)} \Lambda \left[ x_2, y_2, \frac{n-1}{nf} + \frac{(n-1)^2}{mf} \right] \times s_{\text{Bx}} \left[ -(n-1)x_2, -(n-1)y_2 \right].$$
(2)

Из рис. 1 и условия (1) видно, что параметр  $(n-1)^{-1}$  является линейным увеличением  $M_{\pi}$  оптической системы, в соответствии с которым при одинаковом масштабе по осям во всех плоскостях системы выражение (2) можно записать так:

$$S_{\text{BMX}}(x_2, y_2) = \frac{1}{M_{\pi}(m-n)f} \Lambda \left[ x_2, y_2, \frac{M_{\pi}m+n}{M_{\pi}^2 mnf} \right] \times$$

$$\times s_{\text{\tiny BX}} \left[ -\frac{x}{M_{\pi}}, -\frac{y}{M_{\pi}} \right].$$
(3)

Из выражения (3) следует, что  $s_{\text{вых}}(x_2, y_2)$  представляет собой выражение  $s_{\text{вх}}(x, y)$  в измененном масштабе только при выполнении условия (1). В общем случае индивидуальный множитель  $\Lambda(x_2, y_2, m, n, f)$  для каждого из пучков  $\Pi_1$ – $\Pi_3$  является фазовым множителем сферической волны, несущественным при регистрации на фотоматериале или при восприятии глазом оператора, поскольку данные детекторы чувствительны к квадрату амплитуды световой волны.



Рис. 2. Блок-схема преобразования сигнала в объектном канале (здесь:  $\Lambda^*$  – оператор обратного преобразования  $\Lambda^*(x, y, nf^{-1}) = \Lambda(x, y, -nf^{-1}))$ 

Вводя в плоскость  $P_2\{x_2, y_2\}$  когерентную подсветку опорным пучком с кривизной  $\sim R_{WO}$ , удовлетворяющей условию  $R_{WO} \ge 10 l M_{\Lambda}$ , получаем голограмму сфокусированного изображения с линейной структурой интерференционных полос по всей ее апертуре  $2 l M_{\Lambda}$ . Характеристики этой картины интерференционных полос позволяют осуществить запись 3–4 цветоделенных изображений объектов на один кадр с их хорошим визуальным восприятием в полихроматическом свете. По своей сути такая голограмма является базовым защитным элементом, который далее дополняется новыми степенями защиты.

2. Локализованные скрытые голограммы. При голографической записи скрытых изображений в ряде случаев оказывается предпочтительным выбор плоскости регистрации в пространстве  $z\{0, R_{WO}\}$ , где локализация объектного пучка света, строящего изображение, максимальна. Это, в свою очередь, определяет минимальные физические размеры голограммы и затрудняет их поиск и визуализацию.

Воспользуемся понятием информационной емкости входного сигнала  $s_{\text{вх}}(x, y)$ , определяемой как произведение линейного размера 2l одной из сторон транспаранта Т на его высшую пространственную частоту  $v_{\text{max}}$ , и понятием плотности записи  $\rho$ , которая определяется отношением информационной емкости сигнала по одной координате  $2lv_{\text{max}}$  к линейной апертуре  $d_H$ , через которую проходят все дифрагированные на транспаранте Т пучки света [8]:

$$\rho = C / d_H, C = 2lv_{\text{max}}.$$
 (4)

Анализ плотности записи будем выполнять относительно схемы с пучком  $\Pi_1$ , где крайнему лучу света, освещающего транспарант, в пространстве предметов и изображений соответствуют углы  $\alpha$  и  $\alpha'$ , а крайнему дифрагированному лучу – углы  $\beta$  и  $\beta'$  соответственно. Высоты, на которых преломляются указанные лучи в объективе О, обозначены соответственно через H и h. Согласно правилу знаков углы  $\alpha$  и  $\beta$  отрицательные.

Определим условие для выбора плоскости в пространстве изображений, где плотность записи голографического транспаранта наивысшая. В произвольной плоскости пространства изображений выражения текущих высот для крайних лучей света (освещающего транспарант Т и дифрагированного на его информационных элементах) можно записать так:

$$H_{\rm Z} = H - z {\rm tg}\alpha'; \ h_{\rm Z} = h - {\rm tg}\beta'.$$

Полагая, что для формирования на экране Э неискаженного изображения должны участвовать все пространственные частоты, вызванные дифракцией света на информационных элементах транспаранта Т, текущий размер голограммы при анализе в области

$$0 < z \le mf/(m+1)$$

можно представить так:

$$0,5d_H = H + h - z(tg\alpha' + tg\beta').$$
 (5)

В силу низких значений максимальных углов дифракции (менее 2–3°) известное соотношение  $v_{max} = \sin\beta / \lambda_W$  эквивалентно записи  $v_{max} = tg\beta / \lambda_W$ , где  $\lambda_W$  – длина волны используемого света.

С учетом этого, а также формул для расчета углов и высот схему на рис. 1 можно охарактеризовать следующей системой уравнений:

$$\alpha = \frac{1}{(m-n)f}$$

$$\beta = -\lambda_{W}v_{max}$$

$$H = l + \alpha nf = \frac{lm}{m-n}$$

$$h = -\lambda_{W}v_{max}nf$$

$$\alpha' = \frac{H}{f} + \alpha = \frac{l(m+1)}{f(m-n)}$$

$$\beta' = \frac{h}{f} + \beta = -v_{max} (n+1)$$
(6)

На основе системы уравнений (6) выражение (5) преобразуем к виду

$$0.5 d_H = z\lambda_W v_{\max} (n+1) - \lambda_W v_{\max} nf + l \left[ \frac{m}{m-n} - \frac{z(m+1)}{f(m-n)} \right],$$

откуда плотность записи в соответствии с (4) равна

$$\rho = \left[1 + \frac{2\lambda_W v_{\max} nf}{d_H} - \frac{2z\lambda_W v_{\max} (n+1)}{d_H}\right] \times \frac{v_{\max} f(m-n)}{mf - z(m-n)}.$$

Выполняя операцию дифференцирования параметра  $\rho$  по отношению к *z* и приравнивая ее к нулю, определим минимальный размер голограммы *d*<sub>H</sub>. Таким образом,  $d\rho/dz = 0$  при

$$d_H = 2\lambda_W f v_{\max} k_{\Gamma}, \tag{7}$$

где геометрический коэффициент

$$k_{\Gamma} = \frac{m-n}{m+n} \tag{8}$$

учитывает линейное увеличение входного сигнала в оптическом канале, а также кривизну и знак кривизны волнового фронта пучков  $\Pi_1$ – $\Pi_3$  при соблюдении условия

$$z_{\rm opt} = \frac{mf}{m+1}.$$
 (9)

В общем случае для формирования изображения без геометрического виньетирования диаметр *D* зрачка объектива должен удовлетворять условию

$$D \ge 2lm(m-n) + |n|_H.$$
 (10)

Каждый из вариантов освещения транспаранта сходящейся П<sub>3</sub> или расходящейся П<sub>1</sub> световой волной имеет две области, разделенные передней фокальной плоскостью объектива, где знак кривизны волнового фронта либо уменьшает масштаб локализации пространственного спектра, либо увеличивает его. При 1 < n < 2 предпочтительна схема с освещением транспаранта расходящимся пучком, когда увеличение *п* сопровождается уменьшением значения  $k_{\Gamma}$ . Ограничением при выборе *п* может служить требуемое увеличение Мл, если в системе записи - воспроизведения предусматриваются другие пути увеличения масштаба воспроизводимого ГЗЭ. Однако более серьезным препятствием такой геометрии канала записи является необходимость использования объектива с большой апертурой входного зрачка для передачи всех пространственных частот. При расположении транспаранта в области 0 < n < 1 предпочтительно его освещение сходящимся пучком как с точки зрения повышения плотности записи ( $k_{\Gamma} < 1$ ), так и с точки зрения уменьшения апертуры входного зрачка объектива.

Для схемы объектного канала с расположением транспаранта за объективом записи (рис. 3) по аналогии с рассмотренной выше схемой плотность записи можно оценить как

$$\rho = \left[1 - \frac{2(z - nf)\lambda_W v_{\max}}{d_H}\right] \times \frac{v_{\max} f(m - mn - n)}{mf - z(m + 1)}.$$

Производная  $d\rho/dz = 0$  при соблюдении условия (9) приводит к записи (7) для оценки  $d_H$  с геометрическим коэффициентом

$$k_{\Gamma} = \frac{m - mn - n}{m + n}.$$
 (11)

Для сохранения информационнного объема, заданного транспарантом должно выполняться требование



Рис. 3. Схема объектного канала с расположением транспаранта за объективом записи

$$D \ge 2lm(m-n-mn). \tag{12}$$

С учетом выражений (10) и (12) размер ГЗЭ для двух схем можно определить через относительное отверстие  $D_0$ . При  $k_{\Gamma} = 1$  они сводятся к одной записи:

$$d_H = 4\lambda_W l v_{\rm max} / D_{\rm o}. \tag{13}$$

Предельный случай ( $D_o \rightarrow \max$ ) при относительном отверстии, ограниченном на практике значениями близкими к 1, и максимальной разрешающей способностью объективов 1 : 1000, достигающей дифракционнного предела, свидетельствует об эквивалентной плотности записи для систем аналогового и цифрового [9] голографирования.

Волновой анализ каждой из практических схем объектного канала записей показывает [10], что в плоскости  $z_{opt}$  с точностью до амплитудного A(m, n, f) и фазового  $\Lambda(x_z, y_z, m, n, f)$  множителей формируется Фурье-спектр входного сигнала на транспаранте:

$$s(x_z, y_z) = A(m, n, f) \Lambda(x_z, y_z, m, n, f) \times \\ \times \iint_{P_{\{x, y\}}} s_{\text{BX}}(x, y) \exp\left[-j \frac{k}{fk_{\Gamma}} (xx_z + yy_z)\right] dxdy.$$

При вводе в плоскость  $z_{opt}$  когерентной подсветки опорным пучком с диаметром  $d_H$  на защитном элементе записывается скрытая Фурье-голограмма. Характерной особенностью такой голограммы является то, что она имеет малые размеры (менее 0,5–1 мм), локализована в любой части защитного элемента, на одном защитном элементе их может быть несколько и разных, все они могут быть по-разному закодированы и, наконец, все они воспроизводятся на просмотровом диффузном экране без применения какой-либо дополнительной оптики. Последнее свойство особенно важно для построения многоабонентных информационно-

диагностических комплексов с простыми и дешевыми идентификаторами в их составе.

Заключение. 1. Поставлена и решена в общем виде задача оптимизации структуры объектного канала Фурье-голограмм.

2. Показано определяющее влияние геометрии объектного канала: кривизны и знака кривизны волнового фронта объектного пучка, а также линейного увеличения входного сигнала.

3. Сделаны выводы об эквивалентности систем аналоговой и цифровой голографии с точки зрения достижения предельной плотности записи Фурье-голограмм.

## Литература

1. Ероховец, В. К. Голографическая защита документов и ценных бумаг / В. К. Ероховец, Л. В. Танин // Издательско-полиграфический комплекс на пороге третьего тысячелетия: материалы Междунар. науч.-техн. конф. / БГТУ. – Минск, 2001. – С. 152–155.

2. Устройство для идентификации голографических марок: пат. 307U Респ. Беларусь, МПК / Л. В. Танин, А. С. Рубанов, В. К. Ероховец; заявитель ОИПИ НАН Беларуси // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2001. – № 3. – С. 198.

3. Идентификатор скрытых изображений И2: руководство по эксплуатации 0066.00.00.000-01РЭ УП «ММЗ им. С. И. Вавилова».

4. Устройство для идентификации ценных бумаг: пат. 850U Респ. Беларусь, МПК / Л. В. Танин, А. С. Рубанов, В. К. Ероховец; заявитель ОИПИ НАН Беларуси // Афіцыйны бюл. /

Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2003. – № 2. – С. 275–276.

5. Одиноков, С. Б. Анализ погрешности установки кодирующей маски в схемах получения плоских голограмм / С. Б. Одиноков, М. В. Щербинин // Автометрия. – 2001. – № 2. – С. 119–130.

6. Ероховец, В. К. Модель аналого-цифрового синтеза голографических изображений / В. К. Ероховец, В. В. Ткаченко, И. А. Радкевич // Голография в России и за рубежом. Наука и практика: материалы науч.-практич. конф. третьего Междунар. форума «Голография ЭКСПО-2006», Москва, 26–28 сент. 2006. – М.: Бизнес-Центр «Измайлово-Альфа», 2006. – С. 32–34.

7. Vander, L. A. Operationol notation for the analysis and sythesis of optical data-processing systems // Proceeding of the IEEE. -1966. -Vol. 54, No 8. - P. 43–51.

8. Vander, L. A. Packing density in holographic systems // Appl. Optics. -1975. - Vol. 14,  $N_{2} 5. - P. 1081-1087.$ 

9. Компьютерный синтез и использование голограмм точечных рисунков в качестве локализованных защитных элементов / М. М. Богуцкий [и др.] // Труды БГТУ. Сер. IX, Издат. дело и полиграфия. – 2007. – Вып. XV. – С. 145–147.

10. Erokhovets, V. Synthesis of Protective Holograms with the Latent Images / V. Erokhovets // Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'2005): Proceedings of the Eighth International Conference, Minsk, 18–20 May 2005. – P. 500–502.

Поступила 22.12.2008.