

Каледина Н. Б., старший преподаватель

**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ПОЛИГРАФИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ**

The article is devoted to the study of influence of separate factors or their joint influence on average value of the characteristics of quality of printing materials by means of variance analysis.

Показатели качества полиграфических материалов зависят от большого количества технико-экономических качественных и количественных факторов. Для выявления значимости влияния отдельных факторов или их совместного воздействия на среднее значение характеристик качества полиграфических материалов в работе используется дисперсионный анализ. Как известно, в основе дисперсионного анализа лежит предположение о нормальном законе распределения характеристик свойств полиграфических материалов и однородности их дисперсий.

Целью дисперсионного анализа является определение вкладов конкретных источников изменений (например, печатных форм, вида бумаги, тип оборудования и т. д.) некоторого фактора в общую дисперсию  $\sigma_0^2$ :

$$\sigma_0^2 = \sum_{i=1}^n m_i \sigma_i^2 + \sigma_{ост.}^2, \quad (1)$$

где  $\sigma_i^2$  — дисперсия, обусловленная действием  $i$ -го фактора при взаимодействии между факторами;  $m_i$  — коэффициент, связанный с числом наблюдений;  $\sigma_{ост.}^2$  — остаточная дисперсия, обусловленная ошибкой эксперимента или факторами, не учтенными в анализе.

Сравнивая дисперсию по факторам с остаточной дисперсией определяют значимость влияния того или иного фактора на общую вариацию изучаемого параметра. Дисперсия  $\sigma_i^2$  возникает из-за рассеяния средних в разных сериях наблюдений. Вообще говоря, дисперсионный анализ можно рассматривать как метод сравнения группы средних величин, проверки гипотезы об их равенстве.

Рассмотрим несколько примеров использования дисперсионного анализа, начиная с однофакторного. В табл. 1 представлены параметры офсетных полотен, взятых из работ [1, 2].

В этой таблице  $D_{пр.}$  — фрактальная размерность, характеризующая дробную размерность, образуемую данным профилем [1];  $R_a$  — среднее арифметическое отклонение профиля;  $R_z$  — высота неровностей профиля по десяти точкам;  $R_{max}$  — максимальная высота (глубина) профиля;  $S_m$  — средний шаг неровностей;  $S$  — средний шаг местных выступов профиля;  $t_p$  — относительная опор-

ная длина профиля, где  $p$  — значение уровня сечения профиля [1];  $y_0$  — обобщенный (комплексный) параметр, определяющий качество поверхности по совокупности всех параметров [2].

Предварительный анализ этой таблицы показывает весьма высокую неоднородность таких параметров офсетного полотна различных марок как  $R_a, R_z, R_{max}, S_m, S, t_p, y_0$ ; высокую дисперсию  $R_a, R_z, R_{max}, S_m$ , что вызвано большим отклонением этих параметров от их средних значений.

Проверка однородности дисперсий всех восьми параметров по критерию Кохрена  $G$  подтвердили эту гипотезу, так как рассчитанное значение этого критерия оказалось меньше табличного

$$G = \frac{\sigma_{max}^2}{\sum_i \sigma_x^2} = 0,484, \quad (2)$$

что меньше  $G_{кр.}$ , равного 0,5635 при  $\alpha = 0,01$ ;  $f_1 = 6$ ;  $f_2 = 7$ .

Для проведения дисперсионного анализа сначала был выбран обобщенный параметр  $y_0$ , который определяется по методике [2].

Данные для этого анализа семи марок приведены в табл. 2. По каждой марке офсетного полотна измерялись 5 образцов. В табл. 2  $T_j$  — сумма по столбцам,  $T$  — общая сумма,  $k$  — номера марок. Общая сумма квадратов  $SS_{общ.}$  определялась по формуле:

$$SS_{общ.} = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{N} = 1,549. \quad (3)$$

Сумма квадратов отклонений от средних по маркам от общего среднего равна

$$SS_{мар.} = \sum_{j=1}^k \frac{T_j^2}{n_j} - \frac{T^2}{N} = 1,525. \quad (4)$$

Сумма квадратов для ошибки определяется разностью:

$$SS_{ост.} = SS_{общ.} - SS_{мар.} = 0,024. \quad (5)$$

Результаты дисперсионного анализа представлены в табл. 3. Критерий Фишера  $F = 296,542$  определялся для проверки нулевой гипотезы о равенстве средних марок

## Параметры офсетных полотен

p/п	Марка образца	D	R <sub>a</sub> , мкм	R <sub>z</sub> , мкм	R <sub>max</sub> , мкм	S <sub>m</sub> , мкм	S <sub>v</sub> , мкм	t <sub>p</sub> , %	y <sub>0</sub>
1	Unterlagtuch	1,379	5,649	23,162	32,761	128,57	42,86	18,89	0,264
2	FTC-Airprint-news	1,393	7,471	25,560	42,913	100,00	69,23	23,33	0,262
3	FTC-Ruby-UV	1,467	2,684	11,005	18,403	107,50	50,59	29,07	0,609
4	FTC-Crystal	1,520	1,157	5,345	8,158	80,00	73,33	22,73	0,662
5	3 PLY Compress	1,439	0,393	2,041	4,662	88,00	48,89	11,36	0,619
6	4 PLY Compress	1,460	0,341	1,841	3,188	62,00	46,50	21,51	0,808
7	4-слойное, 3610	1,573	0,649	3,167	3,965	73,33	64,00	20,83	0,789
x <sub>ср.</sub>	Средняя величина	1,462	2,262	10,303	16,293	91,417	56,49	21,103	0,573
σ	Среднее квадратичное отклонение	0,063	2,643	9,366	14,685	20,8	11,22	4,94	0,309
σ <sup>2</sup>	Дисперсия	0,004	6,985	87,722	215,65	432,64	125,9	24,4036	0,0437
Σx	Сумма	10,231	18,344	72,121	114,05	639,92	395,4	147,72	4,007

Это значение очень большое, что свидетельствует о том, что гипотеза неверна. Следовательно, существует значительная разница в среднем обобщенном показателе этих семи марок образцов офсетного полотна.

Проверим различие средних величин обобщенного параметра с помощью множественной ранговой корреляции [3], следуя следующим этапам:

1) упорядочим средние значения по возрастанию;

2) найдем средний квадрат ошибки (он равен  $8,971 \cdot 10^{-4}$ );

3) найдем нормированную ошибку среднего ( $S_{н. ср.} = 0,0131$ );

4) найдем из табл. E приложения [3] для  $n_2 = 28$  и 5%-ого уровня доверия  $\alpha$  значимые ранги;

5) наименьшие значимые ранги умножим на нормированную ошибку;

6) определим разность между наибольшим средним значением и остальными средними значениями и сравним эти разности с нормированной ошибкой среднего. В результате данного исследования выяснилось, что между марками 4 и 1 разницы в среднем нет, в остальных случаях разница довольно существенная;

7) аналогичным образом сравним разности между вторым максимальным значением среднего и меньшими его значениями и т. д.

В результате проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1) обнаруживается значимая разность между марками 4 и 6, между марками 4 и 7, между марками 3, 5 и 2;

2) между марками 4 и 1, 5 и 3 разницы нет;

3) существенна разница между марками 1, 2, 5, 3, 7 и 6; между 2, 5, 3, 7 и 6; между 5, 6 и 7;

4) есть разница в средних между 3, 6, и 7, а между марками 6 и 7 разницы нет.

Следовательно, марка офсетного полотна оказывает существенное влияние на его качество.

Дисперсионный анализ влияния марки образца на величину фрактальной размерности  $D_{пр}$  также показал, что марка офсетного полотна влияет на этот параметр. Данные для исследования различных марок офсетного полотна представлены в табл. 4.

В результате расчетов получили, что сумма квадратов отклонений по маркам от общего среднего составила 0,125, сумма квадратов для ошибки — 0,092. Результаты вычислений представлены в табл. 5. Критерий Фишера в данном случае составляет 6,34, что больше  $F_{кр.} = 3,53$

Данные для исследования обобщенного параметра  $y_0$  различных марок офсетного полотна

Марки образцов	1	2	3	4	5	6	7
	0,238	0,236	0,573	0,622	0,587	0,748	0,739
	0,258	0,249	0,588	0,642	0,603	0,778	0,764
	0,264	0,262	0,603	0,662	0,619	0,808	0,789
	0,277	0,275	0,618	0,682	0,635	0,838	0,814
	0,290	0,288	0,633	0,702	0,650	0,868	0,839
$T_j$	1,320	1,310	3,015	3,310	3,094	4,04	3,945
$n_j$	5	5	5	5	5	5	5

## Результаты дисперсионного анализа

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	Математическое ожидание средних квадратов
Между марками $T_j$	6	1,525	0,254	$\sigma^2 + 5\sigma_T^2$
Ошибка для каждой марки	28	0,024	$8,971 \cdot 10^{-4}$	$\sigma^2$
Сумма	34	1,549		

при  $\alpha = 0,01$ ;  $f_1 = 6$ ;  $f_2 = 22$ ). Следовательно, и в этом случае существует разность в средних величинах фрактальной размерности.

С помощью множественной корреляции было установлено, что:

- 1) офсетное полотно под номером 7 существенно отличается по фрактальной размерности от всех остальных;
- 2) разницы между марками 3 и 6 нет;
- 3) между марками 6 и 5 также нет;
- 4) между марками 5, 1 и 2 есть.

Анализ результатов табл. 2 и 4 показывает, что обобщенный показатель  $y_0$  более четко выявляет разность средних значений исследуемых марок офсетных полотен по сравнению с фрактальной размерностью.

Для полноты исследования рассмотрим двухфакторный эксперимент. Преимуществами этого эксперимента являются:

- 1) большая эффективность по сравнению с экспериментами, где происходит изменение только одного фактора;
- 2) при вычислении влияния каждого фактора используются все данные;
- 3) собирается некоторая информация относительно возможных взаимодействий двух факторов.

Эти преимущества еще больше видны, когда число уровней двух факторов возрастает, поскольку все уровни фактора комбинируются со всеми уровнями остальных факторов. Когда изменение одного фактора сопровождается различными изменениями результатов при разных уровнях другого фактора, то это свидетельствует о том, что между факторами существует взаимодействие.

В работе [4], откуда были взяты исходные данные, было проведено исследование влияния вида бумаги, вязкости краски и давления печат-

ти на предельную скорость печати для различных видов бумаги. В табл. 6 приведены данные для предельной скорости печати при различной вязкости красок и давления.

Для каждой вязкости краски, давления и вида бумаги сделано по два измерения. Поэтому мы имеем факторный эксперимент типа  $3 \times 7$  с двумя наблюдениями в ячейке (всего 42 наблюдения). Модель может быть представлена в виде:

$$x_{ijk} = \mu + D_i + P_j + D_i P_j + \varepsilon_{k(ij)} \quad (6)$$

где  $D_i$  — вязкость краски (или давление) и  $P_j$  — вид бумаги.

На первом этапе проведем двухфакторный дисперсионный анализ таким образом, как будто оба фактора качественные.

При исследовании влияния вязкости рассчитаем общую сумму квадратов  $SS_{\text{общ}}$  по следующей формуле:

$$SS_{\text{общ}} = \sum_i^a \sum_j^b \sum_k^n x_{ijk}^2 - \frac{T^2}{N}, \quad (7)$$

где  $a$  — число уровней вязкости ( $a = 3$ );  $b$  — число уровней вида бумаги ( $b = 7$ );  $n$  — число наблюдений в ячейке ( $n = 2$ );  $x_{ijk}$  — сумма квадратов по каждому уровню вязкости;  $T$  — общая сумма данных;  $N$  — общее число наблюдений.

В результате проведенных расчетов были получены следующие данные:  $SS_{\text{общ}} = 38\,924,1704$ ; сумма квадратов для вязкости  $SS_D = 2373,425$ ; сумма квадратов для вида бумаги  $SS_P = 7941,57$ ; сумма квадратов для взаимодействия  $SS_{PD} = 986,12$ ; сумма квадратов для ошибки  $SS_{\text{ош}} = 2300$ .

Эти величины приведены в табл. 6. Из нее видно, что вязкость краски и вид бумаги оказывают значительное влияние на предельную скорость печатания, так как значения критерия

## Данные для исследования фрактальной размерности офсетных полотен

Марки образцов	1	2	3	4	5	6	7
	1,314	1,323	1,404	1,457	1,369	1,395	1,503
	1,347	1,358	1,436	1,489	1,404	1,428	1,538
	1,379	1,393	1,467	1,520	1,439	1,460	1,573
	1,444	1,428	1,500	1,553	1,474	1,493	1,608
	1,509	1,463	1,530	1,585	1,509	1,525	1,643
$n_j$	5	5	5	5	5	5	5

Таблица 5

## Результаты дисперсионного анализа

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	Математическое ожидание средних квадратов
Между марками $T_j$	6	0,125	0,22083	$\sigma^2 + 5\sigma_T^2$
Ошибка для каждой марки	28	0,092	$3,286 \cdot 10^{-3}$	$\sigma^2$
Сумма	34	0,217		

Таблица 6

## Результаты дисперсионного анализа для предельной скорости

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат	Математическое ожидание средних квадратов
Вязкость ( $D_i$ )	2	2373,485	1186,743	$\sigma^2 + 14\sigma_D^2$
Вид бумаги ( $P_j$ )	6	7941,569	1323,595	$\sigma^2 + 6\sigma_P^2$
$D \times P$ — взаимодействие ( $D_i P_j$ )	12	986,120	82,177	$\sigma^2 + 12\sigma_{DP}^2$
Ошибка ( $\epsilon_{kij}$ )	21	2300	109,524	$\sigma^2$
Сумма	41	13 600,354		

Таблица 7

## Результаты дисперсионного анализа о предельной скорости печатания при различных давлениях

Источник изменчивости	Число степеней свободы	Сумма квадратов	Средний квадрат
Давление ( $D_i$ )	2	5092,670	2546,335
Вид бумаги ( $P_j$ )	6	35660,030	5943,338
$D \times P$ — взаимодействие ( $D_i P_j$ )	12	2307,756	192,313
Ошибка ( $\epsilon_{kij}$ )	21	32,032	1,525
Сумма	41	43092,488	

Фишера  $F_{2,21} = 10,83 > F_{кр.} = 5,85$  ( $\alpha = 0,01$ ) и  $F_{6,21} = 12,05 > F_{кр.} = 3,87$  ( $\alpha = 0,01$ ), что значимо с 1%-ым уровнем значимости ( $\alpha = 0,01$ ). Взаимодействие этих факторов незначимо, поскольку  $F_{12,21} < 1$ .

Обработка данных табл. 6 для давления, проведенная с помощью вышеуказанных формул, позволила результаты расчетов свести в табл. 7. Из этой таблицы видно, что не только оба фактора, но и их взаимодействия оказывают весьма большое влияние на предельную скорость печатания, поскольку все критерии Фишера ( $F_{2,21}$ ;  $F_{6,21}$  и  $F_{12,21}$ ) намного больше табличных значений. Из табл. 6 и табл. 7 также видно, что наибольшее влияние на предельную скорость печатания в обоих случаях оказывает вид бумаги, немного меньшее влияние оказывают вязкость краски и давление печатания, а взаимодействие  $D \times P$  существенно влияет на скорость печатания при изменении давления.

При изучении совместного действия на конечный результат более двух факторов диспер-

сионный анализ несколько усложняется, однако, для его реализации разработаны достаточно четкие алгоритмы [3].

## Литература

1. Медяк Д. М. Комплексная оценка параметров шероховатости полиграфических материалов//Труды БГТУ, Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. – Минск, 2004. – Вып. XII – С. 76–79.
2. Каледина Н. Б. Использование обобщенного показателя для оценки качества офсетных полотен, мелованной бумаги и печатных форм//Труды БГТУ, Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. – Минск, 2006. – Вып. XIV – С. 115–118.
3. Хикс Ч. Основные принципы планирования эксперимента. – М.: Мир, 1967. – 406 с.
4. Медяк Д. М., Демьянова Г. Г., Старченко О. П. Теоретическое исследование выщипывания различных видов печатной бумаги//Труды БГТУ, Сер. IX. Издат. дело и полиграфия. – Минск, 2007. – Вып. XV – С. 25–28.