

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЛЕСОПРОМЫШЛЕННЫХ ЗАДАЧ ПРИ ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

**Е.А. Леонов, В.В. Игнатенко, А.А. Духовник, В.О. Бискуп
БГТУ (Минск)**

Специфика преподавания курса высшей математики в технических вузах, имеющих конкретный отраслевой уклон, как правило, заключается в изучении студентами определенных специальностей возможностей применения математического аппарата для решения конкретных отраслевых производственных задач.

Применительно к специальностям лесопромышленного комплекса в условиях учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет» курс «Высшая математика» построен на оптимизации реальных производственных процессов, реализуемых на базе современных технологий и оборудования с использованием различных математических методов. Данная особенность повышает качество подготовки будущего специалиста и обеспечивает его конкурентоспособность на рынке труда, прежде всего за счет способности решать производственные задачи, требующие наряду с профессиональной подготовкой, знаний методов обработки результатов наблюдений, планирования эксперимента, математических методов моделирования и оптимизации [1].

В качестве примера применительно к деревообрабатывающему производству рассмотрим одну из наиболее трудоемких операций – сортировку круглых лесоматериалов. Линия сортировки древесины включает, как правило, следующее оборудование: устройство для поштучной выдачи бревен (питатель) и сортировочный транспортер, непосредственно осуществляющий сортировку древесины по требуемым параметрам. В настоящее время рынок специализированного лесоскладского оборудования представлен широчайшей гаммой моделей, требующих от специалиста рациональной их «увязки» в технологические линии на основании анализа работы отдельных станков в конкретных природно-производственных условиях. Решение поставленной задачи практически невозможно без применения математического моделирования.

Для специальностей «Лесоинженерное дело» и «Технология деревообрабатывающих производств» при изучении курса высшей математики студентами изучается раздел «Теория массового обслуживания» с целью получения ими практических навыков в построении математических моделей стохастических процессов и проведения их анализа.

Покажем это на примере построения математической модели работы линии сортировки круглых лесоматериалов. Граф состояний ее работы изображен на рис. 1.

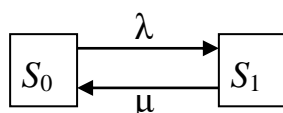


Рис. 1. Граф состояний линии сортировки круглых лесоматериалов

Работа линии сортировки лесоматериалов характеризуется следующими параметрами: устройство для поштучной выдачи бревен осуществляет сброску лесоматериалов на сортировочный транспортер с интенсивностью λ сортиментов в мин; сортировочный транспортер осуществляет сортировку лесоматериалов с интенсивностью μ сортиментов в мин. При этом сортировочный транспортер может находиться в следующих состояниях: S_0 – простаивать из-за временного отсутствия лесоматериалов в устройстве для поштучной выдачи бревен; S_1 – осуществлять сортировку лесоматериалов по требуемым параметрам. Из состояния S_0 в состояние S_1 сортировочный транспортер переходит с интенсивностью λ , обратно – с интенсивностью μ .

Обозначим $P_i(t)$ – вероятность того, что в момент времени t линия сортировки круглых лесоматериалов находится в состоянии S_i , тогда модель функционирования рассматриваемой линии может быть представлена следующей системой дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний:

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dt} = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ \frac{dP_1}{dt} = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Параметры системы λ и μ устанавливаются по следующим зависимостям: $\lambda = 1/t_b$, где t_b – время выдачи одного лесоматериала на сортировочный транспортер, мин; $\mu = 1/t_c$, где t_c – продолжительность цикла сортировки лесоматериала транспортером, мин.

В процессе установившегося режима работы лесоскладского и деревообрабатывающего оборудования, определяемым длительным временным промежутком (месяц, год и т.д.), можно считать, что $P_0 = \text{const}$, $P_1 = \text{const}$ (финальные вероятности состояния). При данном допущении ошибка не превышает 8% [2, 3].

В этом случае систему дифференциальных уравнений (1) можно преобразовать в систему линейных алгебраических уравнений:

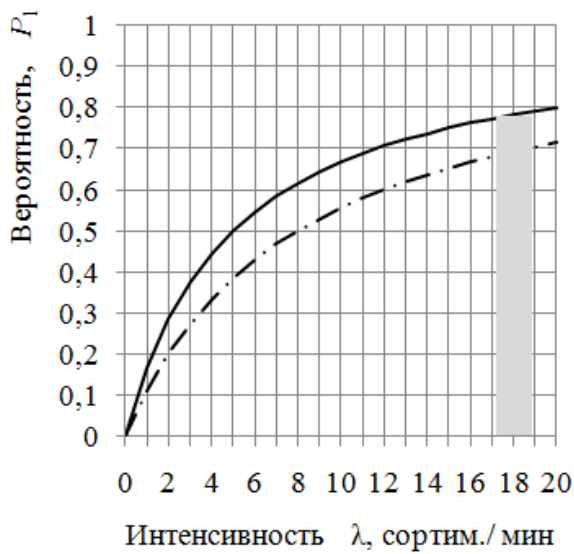
$$\begin{cases} 0 = -\lambda P_0 + \mu P_1; \\ 0 = \lambda P_0 - \mu P_1; \\ P_0 + P_1 = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Решением системы линейных алгебраических уравнений относительно вероятностей состояний P_0 и P_1 являются выражения для определения режимов работы линии сортировки круглых лесоматериалов:

$$P_0 = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \quad (3)$$

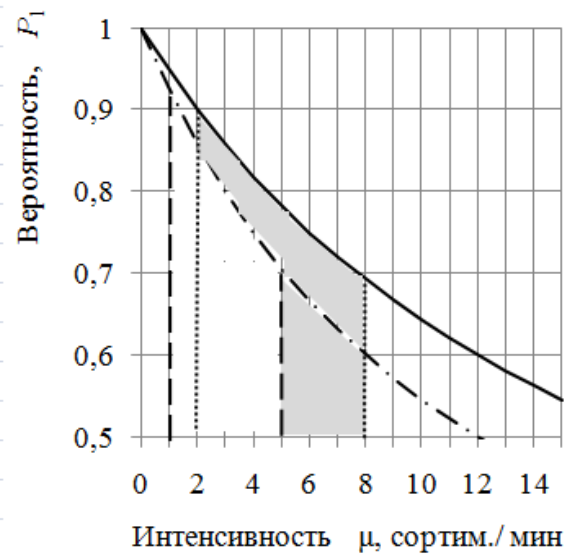
$$P_1 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (4)$$

Полученные выражения вероятностей состояний линии сортировки круглых лесоматериалов позволяют установить рациональные значения параметров оборудования, входящего в состав рассматриваемой технологической линии. Для этого на основании конкретных природно-производственных условий выбирается марка оборудования, например сортировочного транспортера, работа которого характеризуется интенсивностью μ сортиментов/мин. Из зависимостей (3) и (4) устанавливается рациональное значение параметра λ , по которому в дальнейшем подбирается конкретная марка устройства для поштучной выдачи бревен (рис. 3, а).



— инт-сть $\mu = 5$ сортим./мин
 - - - инт-сть $\mu = 8$ сортим./мин

а



- - - инт-сть $\lambda = 12$ сортим./мин
 — инт-сть $\lambda = 18$ сортим./мин

б

Рис. 3. Зависимости вероятностей состояний линии сортировки круглых лесоматериалов: а – при установлении рациональной интенсивности поштучной выдачи круглых лесоматериалов (λ^*); б – при установлении рациональной интенсивности сортировки круглых лесоматериалов (μ^*)

Принятый на основании рис. 3, а оптимальный диапазон значений λ^* позволяет осуществить выбор конкретной марки устройства для поштучной выдачи круглых лесоматериалов, обеспечивающего рациональную загрузку применяемого сортировочного транспортера, т. к. в данном случае будет обеспечиваться оптимальная величина вероятности его работы P_1^* .

Рассматриваемая методика позволяет решать и обратную задачу – на основании требуемой интенсивности выдачи круглых лесоматериалов λ осуществлять выбор конкретной марки сортировочного транспортера или режима его работы μ (рис. 3, б).

Пример. На деревообрабатывающем предприятии планируется установка сортировочного транспортера ЛТ-86Б, который может осуществлять сортировку круглых лесоматериалов с интенсивностью $\mu = 5$ сортиментов/мин. К нему необходимо подобрать установку для поштучной выдачи лесоматериалов из ряда серийно выпускаемых, например, РБ-15 и КСП-10, которые могут осуществлять поштучную выдачу бревен с интенсивностью λ , равную 12 и 18 сортиментов/мин соответственно.

С учетом зависимостей (3) и (4) и построенного на их основе графика рис. 3, а определяется оптимальная интенсивность работы устройства для поштучной выдачи бревен (заштрихованная зона), которая составляет $\lambda^* \geq 16$ сортиментов/мин. Данную оптимальную интенсивность поштучной выдачи бревен обеспечивает установка КСП-10. В этом случае вероятность работы технологической линии сортировки круглых лесоматериалов составляет $P_1^* \approx 0,8$.

Данная особенность построения курса по дисциплине «Высшая математика», во-первых, позволяет повысить у студентов заинтересованность в изучении предмета, так как изучаемая методика легко применяется на практике, а во-вторых, заранее подготовить их к изучению на старших курсах специальных дисциплин, включающих технологию и применяемое оборудование.

Список литературы

1. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Использование математических моделей при подготовке инженера // Фізико-математична освіта: науковий журнал. / Сумський державний педагогічний університет ім. А.С.Макаренка, Фізико-математичний факультет редкол.: О.В.Семеніхіна (гол. ред.) [та ін.]. – Суми : [СумДПУ ім. А.С.Макаренка], 2019. С. 55–58.
2. Игнатенко В. В., И. В. Турлай И. В., Федоренчик А. С. Моделирование и оптимизация процессов лесозаготовок. Минск: БГТУ, 2004. 178 с.
3. Игнатенко В. В., Леонов Е. А. Установление рациональных параметров многооперационных машин в лесозаготовительной промышленности // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 5–4. С. 291–295.