

УДК 621.65.01

Павлечко В.Н.

УО «Белорусский государственный технологический университет», г. Минск, Беларусь

**ПАРАМЕТРЫ СРЕДЫ В КАНАЛАХ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ
ПРИ ИЗМЕНЕНИИ УГЛА НАКЛОНА ЛОПАСТЕЙ**

Аннотация. Уточнены зависимости для расчета скоростей и давления среды на лопастях осевой турбины при изменении угла наклона отдельных участков лопасти. Скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и осевом направлениях для осевой турбины выражаются похожими зависимостями и различаются только углами наклона участков лопастей. Формулы для определения давления в указанных направлениях различаются как углами наклона участков, так и расчетными зависимостями.

Ключевые слова: осевая турбина, изменение угла наклона лопастей, направление потока, скорости, давление среды, отдельные участки лопастей.

Pavlechko V.N.

Belarusian State Technological University, Minsk, Belarus

**THE PARAMETERS OF THE MEDIUM IN THE CHANNELS OF
AXIAL TURBINE WHEN CHANGING THE ANGLE OF THE BLADES**

Abstract. The dependencies for calculating the velocity and pressure of the medium on the blades of an axial turbine when the angle of inclination of individual sections of the blade changes are clarified. The velocity of the medium in the direction perpendicular to the blade plane, in the tangential and axial directions, for an axial turbine are expressed by similar dependencies and differ only in the angles of inclination of the blade sections. Formulas for determining the pressure in these directions differ in both the angles of inclination of the sections and the calculated dependencies.

Keywords: axial turbine, blade angle change, flow direction, velocity, medium pressure, individual blade sections.

Введение. Основным уравнением при определении параметров осевой турбины является уравнение Эйлера [1, 2], в котором отсутствует угол наклона лопастей, являющийся одним из важнейших показателей турбины. Кроме того, в известном уравнении не указана величина воздействия среды на лопасти в промежутке между входным и выходным участками.

Проведенными ранее исследованиями получены зависимости для определения скоростей движения среды и лопасти, а также давления, оказываемого средой на лопасть при вводе потока аксиально [3] и под некоторым углом $-\alpha$ к плоскости вращения (рисунок 1) [4]. Отрицательное значение угла α принято в связи с тем, что он и угол наклона лопастей β , постоянный по радиусу турбины, отсчитываются в противоположные стороны от плоскости вращения турбины. Найденные выражения справедливы только для начального участка лопасти по ходу движения рабочей среды при постоянном радиусе [5]. При дальнейшем движении среды направление и ее скорость изменяются, и при достаточно большой ширине лопастей она выходит из межлопастного пространства практически параллельно плоскости лопасти, не оказывая активного влияния на вращение турбины.

Начальная скорость среды v_{st} представлена в виде осевой v_{sai} и тангенциальной v_{sui} составляющих (рисунок 1).

С этими скоростями среда воздействует на i -ый по ходу движения элементарный участок лопасти, которые выражаются зависимостями:

$$v_{sai} = -v_{si} \sin \alpha ; \quad (1)$$

$$v_{sui} = v_{si} \cos \alpha . \quad (2)$$

Обобщенные скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и осевом направлениях (рисунок 2) определяются соответствующими выражениями [4]:

$$c_i = v_{si} \sin(\beta - \alpha) ; \quad (3)$$

$$c_{ui} = v_{si} \sin \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) ; \quad (4)$$

$$c_{ai} = v_{si} \cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) . \quad (5)$$

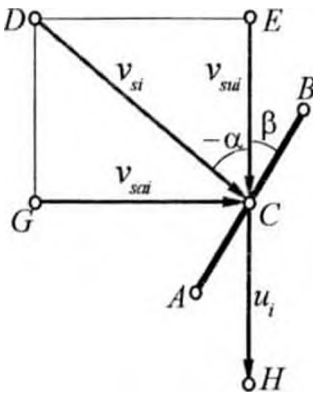


Рисунок 1. – Составляющие скорости воздействия среды на элементарную площадку

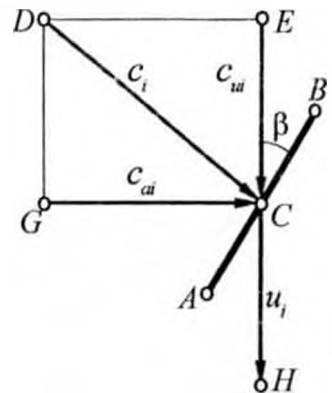


Рисунок 2. – Обобщенные скорости воздействия среды на элементарную площадку

Окружная скорость u_i элементарного участка лопасти AB определяется зависимостью от начальной скорости среды v_{si} :

$$u_i = v_{si} \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} . \quad (6)$$

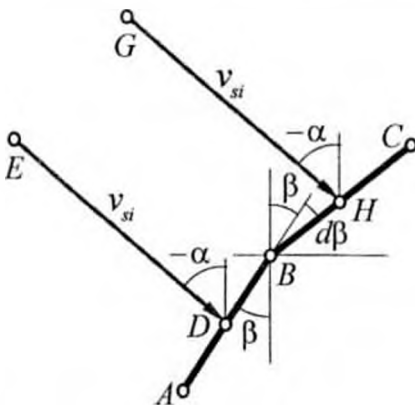


Рисунок 3. – Составляющие скорости воздействия среды на элементарные площадки

Обобщенные давления среды на лопасть в направлении, перпендикулярном плоскости элементарного участка лопасти, в тангенциальном и осевом направлениях выражаются соответствующими формулами [4]:

$$p_i = \rho v_{si}^2 \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2 \alpha} ; \quad (7)$$

$$p_{ui} = \rho v_{si}^2 \sin^2(\beta - \alpha) ; \quad (8)$$

$$p_{ai} = \rho v_{si}^2 \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha} \sin^2(\beta - \alpha) . \quad (9)$$

Результаты исследований. Предположим, что на $i+1$ элементарный участок лопасти BC , наклоненный под углом $\beta_{i+1} = \beta_i + d\beta$, воздействует среда со скоростью v_{si} , вектор которой направлен под тем же углом $-\alpha$ к плоскости вращения турбины (рисунок 3). Обобщенная скорость движения среды в направлении, перпендикулярном

плоскости элементарного участка лопасти BC , по аналогии с формулой (3) определяется выражением:

$$c_{i+1} = v_{st} \sin(\beta + d\beta - \alpha) = v_{st} [\sin(\beta - \alpha) + \cos(\beta - \alpha) \sin d\beta]. \quad (10)$$

В результате интегрирования второго члена правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, а согласно [6]:

$$\int \cos \beta d\beta = \sin \beta; \quad \int \sin \beta d\beta = -\cos \beta, \quad (11)$$

получаем:

$$\begin{aligned} c_{i+1} &= v_{st} \left[\sin(\beta - \alpha) + \int_{\beta}^{\beta_1} \cos(\beta - \alpha) d\beta \right] = \\ &= v_{st} \left[\sin(\beta - \alpha) + \int_{\beta}^{\beta_1} \cos \beta \cdot \cos \alpha d\beta + \int_{\beta}^{\beta_1} \sin \beta \cdot \sin \alpha d\beta \right] = v_{st} \sin(\beta_1 - \alpha). \end{aligned} \quad (12)$$

Обобщенная скорость движения среды в тангенциальном направлении, по аналогии с формулой (4), определяется выражением:

$$\begin{aligned} c_{u,i+1} &= v_{st} \sin(\beta + d\beta) \cdot \sin(\beta + d\beta - \alpha) = \\ &= v_{st} [\sin \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) + \sin \beta \cdot \cos(\beta - \alpha) \sin d\beta + \cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) \sin d\beta]. \end{aligned} \quad (13)$$

В результате интегрирования второго и третьего членов правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, а согласно [6]:

$$\int \cos^2 \beta d\beta = \frac{\beta}{2} + \frac{\sin \beta \cdot \cos \beta}{2}; \quad \int \sin^2 \beta d\beta = \frac{\beta}{2} - \frac{\sin \beta \cdot \cos \beta}{2}; \quad \int \sin \beta \cdot \cos \beta d\beta = \frac{\sin^2 \beta}{2}, \quad (14)$$

получаем:

$$c_{u,i+1} = v_{st} \left[\sin \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) + \int_{\beta}^{\beta_1} \sin \beta \cdot \cos(\beta - \alpha) d\beta + \int_{\beta}^{\beta_1} \cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) d\beta \right] = v_{st} \sin \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \alpha). \quad (15)$$

Обобщенная скорость движения среды в осевом направлении, по аналогии с формулой (5), определяется выражением:

$$\begin{aligned} c_{a,i+1} &= v_{st} \cos(\beta + d\beta) \cdot \sin(\beta + d\beta - \alpha) = \\ &= v_{st} [\cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) + \cos \beta \cdot \cos(\beta - \alpha) \sin d\beta - \sin \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) \sin d\beta]. \end{aligned} \quad (16)$$

В результате интегрирования второго и третьего членов правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$ и согласно [6]:

$$\int \sin \beta \cdot \cos \beta d\beta = -\frac{\cos^2 \beta}{2},$$

получаем:

$$c_{a,i+1} = v_{st} \left[\cos \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) + \int_{\beta}^{\beta_1} \cos \beta \cdot \cos(\beta - \alpha) d\beta - \int_{\beta}^{\beta_1} \sin \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) d\beta \right] = v_{st} \cos \beta_1 \cdot \sin(\beta_1 - \alpha). \quad (17)$$

Сравнение формул (3)-(5), характеризующих скорости воздействия среды на элементарный участок, наклоненный под углом β к плоскости вращения, с соответствующими формулами (12), (15) и (17), относящимися к элементарному участку лопасти, наклоненному под углом β_1 к плоскости вращения, показывает, что они аналогичны и различаются только углами наклона участков.

Обобщенное давление среды в направлении, перпендикулярном плоскости $(i+1)$ элементарного участка лопасти, в соответствии с формулой (7) определяется зависимостью:

$$p_{i+1} = \rho v_{st}^2 \frac{\sin^2(\beta + d\beta - \alpha)}{\sin^2(\beta + d\beta)} = \rho v_{st}^2 \frac{\sin^2(\beta - \alpha) + 2 \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \sin d\beta}{\sin^2 \beta}. \quad (18)$$

Проинтегрируем второй член правой части полученной зависимости с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, $\sin^2 d\beta \approx 0$, а согласно [6]:

$$\int \frac{\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta} d\beta = -\frac{\cos \beta}{\sin \beta} - \beta; \quad \int \frac{\cos \beta}{\sin \beta} d\beta = \ln |\sin \beta|, \quad (19)$$

получаем:

$$\begin{aligned} p_{i+1} &= \rho v_{st}^2 \left[\frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2 \beta} + \int_{\beta}^{\beta_1} \frac{2 \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha) d\beta}{\sin^2 \beta} \right] = \\ &= \rho v_{st}^2 \left[\frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2 \beta} + 2 \cos 2\alpha \cdot \ln \left| \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \right| + \sin 2\alpha \left(\frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} - \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + 2\beta_1 - 2\beta \right) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

Обобщенное давление среды в тангенциальном направлении для $(i+1)$ элементарного участка лопасти в соответствии с формулой (8) определяется зависимостью:

$$p_{u,i+1} = \rho v_{st}^2 \sin^2(\beta + d\beta - \alpha) = \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta - \alpha) + 2 \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \sin d\beta \right]. \quad (21)$$

В результате интегрирования второго члена правой части полученного выражения с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, $\sin^2 d\beta \approx 0$ и (14) получаем:

$$\begin{aligned} p_{u,i+1} &= \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta - \alpha) + \int_{\beta}^{\beta_1} 2 \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha) d\beta \right] = \\ &= \rho v_{st}^2 \left[\sin^2(\beta - \alpha) + \cos 2\alpha (\sin^2 \beta_1 - \sin^2 \beta) - \sin 2\alpha (\sin \beta_1 \cdot \cos \beta_1 - \sin \beta \cdot \cos \beta) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Обобщенное давление среды в осевом направлении для $(i+1)$ элементарного участка лопасти в соответствии с формулой (9) определяется зависимостью:

$$\begin{aligned} p_{a,i+1} &= \rho v_{st}^2 \frac{\cos^2(\beta + d\beta)}{\sin^2(\beta + d\beta)} \sin^2(\beta + d\beta - \alpha) = \\ &= \rho v_{st}^2 \frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2(\beta - \alpha) + 2 \cos^2 \beta \cdot \sin(\beta - \alpha) \cdot \cos(\beta - \alpha) \cdot \sin d\beta - 2 \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \sin^2(\beta - \alpha) \cdot \sin d\beta}{\sin^2 \beta}. \end{aligned} \quad (23)$$

В результате интегрирования второго и третьего членов правой части полученного выражения с учетом того, что угол α имеет постоянное значение, $\beta_1 = \beta_i + d\beta$, для малых углов $\sin d\beta = d\beta$, $\sin^2 d\beta \approx 0$ и (14), после преобразования получаем:

$$p_{\alpha,i+1} = \rho v_{st}^2 \frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta - \alpha) + 2 \int_{\beta}^{\beta_1} \cos^2 \beta \cdot \sin (\beta - \alpha) \cdot \cos (\beta - \alpha) d\beta - 2 \int_{\beta}^{\beta_1} \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 (\beta - \alpha) d\beta}{\sin^2 \beta} =$$

$$= \rho v_{st}^2 \left[\frac{\cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta - \alpha)}{\sin^2 \beta} + 2 (\cos 2\alpha - \sin^2 \alpha) \ln \left| \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta} \right| + \right. \quad (24)$$

$$\left. + 2 \cos 2\alpha (\cos^2 \beta_1 - \cos^2 \beta) + \sin 2\alpha \left(\sin 2\beta_1 - \sin 2\beta + \frac{\cos \beta_1}{\sin \beta_1} + \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + 3\beta_1 - 3\beta \right) \right].$$

Сравнение выражений давлений среды (7)-(9) и соответствующих им формул (20), (22) и (24) показывает, что они различаются не только углами наклона участков лопастей, но и расчетными зависимостями.

Выводы. Скорости движения среды в направлении, перпендикулярном плоскости лопасти, в тангенциальном и осевом направлениях для осевой турбины выражаются похожими зависимостями и различаются только углами наклона участков лопастей. Формулы для определения давления в указанных направлениях различаются как углами наклона участков, так и расчетными зависимостями.

Список использованных источников

1. Кривченко, Г.И. Гидравлические машины. Турбины и насосы / Г.И. Кривченко. – М.: Энергия, 1977. – С. 69-72.
2. Курс теоретической механики: в 2 ч. / под ред. А.А. Яблонского. – М.: Высшая школа, 1966. – Часть II: Динамика / А.А. Яблонский. – С. 163-165.
3. Павлечко, В.Н. Зависимость параметров осевой турбины от угла наклона лопастей / В.Н. Павлечко, Г.В. Казаченко // Горная механика и машиностроение. – 2017. – № 1. – С. 22-30.
4. Павлечко, В.Н. Параметры осевой турбины при закручивании входного потока / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2017. – № 2. – С. 41-53.
5. Павлечко, В.Н. Скорости движения среды между лопастями осевой турбины / В.Н. Павлечко // Горная механика и машиностроение. – 2018. – № 3. – С. 49-54.
6. Двайт, Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Г.Б. Двайт. – М.: Наука, 1978. – С. 84-98.

Информация об авторе

Павлечко Владимир Никифорович – кандидат технических наук, доцент кафедры машин и аппаратов химических и силикатных производств, УО «Белорусский государственный технологический университет» (ул. Свердлова, 13а, 220006, г. Минск, Беларусь), e-mail: paulechka@tut.by.

Information about the author

Paulechka Uladzimir Nikiforovich – Ph. D. (Engineering), Associate Professor of Machines and Apparatus of Chemical and Silicate Industries, Belarusian State Technological University (13a, Sverdlova Str., 220006, Minsk, Belarus), e-mail: paulechka@tut.by.